Теплофизика и аэромеханика, 2022, том 29, № 4

УДК 532.24

Теплообмен в точке торможения свободно падающей импактной струи жидкости*

А.И. Федорченко[1,2], Ф. Марсик[1], В.И. Терехов[2], В.В. Терехов[2]

[1]*Институт термомеханики Чешской Академии наук, Прага, Чехия*

[2]*Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск*

E-mail: vt@itp.nsc.ru

Представлены результаты аналитического исследования нестационарного теплообмена в окрестности точки торможения осесимметричной импактной струи жидкости. Получено автомодельное решение, которое позволяет анализировать поведение теплообмена в зависимости от числа Рейнольдса, расстояния от сопла до поверхности и характерного времени. Показано поведение числа Нуссельта для решения в асимптотически предельных случаях: число Фруда Fr >> 1 (малые расстояния от сопла до преграды) и Fr << 1 (большие расстояния). Отмечено, что влияние числа Фруда может быть весьма существенным и его следует принимать во внимание при прогнозировании теплообмена. Показана значительная интенсификация теплообмена для импульсной импактной струи при малых длительностях импульса.

Ключевые слова: теплообмен, импактная струя жидкости, автомодельное решение, импульсная струя.

Введение

Охлаждение поверхностей с помощью импактных струй жидкости широко распространено в практических приложениях, включая химическую технологию, электронику, аэрокосмическую технику, пищевую промышленность и многое другое. Исследованию динамики течения и теплообмена в импактных струях посвящено большое число работ, основные достижения в этой области изложены в ряде обзоров и монографий [1 – 5]. Важно подчеркнуть, что большинство исследований было направлено на изучение затопленных струй, распространяющихся в среде с той же плотностью, что и сама струя. Струям со свободной границей в литературе уделено существенно меньше внимания. При этом закономерности течения этих струй и теплообмена, как показано в работах [6 – 9], существенно отличаются от затопленных однофазных струй. Имеющиеся отличия прежде

* Работа выполнена в рамках совместного чешско-российского проекта. С чешской стороны работа была поддержана грантом Grant Agency of the Czech Republic–Czech Science Foundation (Project No. 21-26232J) и частично поддержана Институтом термомеханики (RVO: 61388998), с российской — Российским фондом фундаментальных исследований (грант 20-58-26003) и госконтрактом № 121031800217-8.

всего связаны с формой поверхности струи, диаметр которой уменьшается по мере движения от сопла к преграде, а также с образованием гидравлического скачка при растекании струи по поверхности. Экспериментальные исследования в этой области [8 – 12] не дают полной картины о физике происходящих процессов, поскольку они были проведены при относительно небольших расстояниях между соплом и преградой [13 – 15], что было продиктовано требованиями практических приложений при решении задач охлаждения микроэлектроники. В теоретических исследованиях данной проблемы [16 – 18] также не учитывалось влияние силы тяжести на ускорение струи, которое при больших удалениях от сопла может быть значительным. Отметим, что для затопленных струй газов и жидкостей этот эффект практически не проявляется.

Таким образом, целью настоящей работы было аналитическое изучение совместного влияния параметров, таких как число Рейнольдса, расстояние от сопла до преграды, и времени процесса теплообмена в точке торможения нестационарной осесимметричной импактной жидкой струи. Для решения задачи использовались физическая постановка и математическая модель, представленные ниже.

1. Постановка задачи и математическая модель

Рассмотрим осесимметричную струю жидкости, истекающую из круглого сопла диаметром d_0 с начальной скоростью U_0 и падающую вниз под воздействием инерции и силы тяжести (рис. 1). На расстоянии H от сопла струя ударяется в плоскую нагретую поверхность. Будем рассматривать теплообмен между струей и поверхностью в точке торможения потока на оси симметрии струи $r = 0$.

Выберем цилиндрическую систему координат с осью z, направленной вниз. Для описания поля скорости в окрестности точки торможения $r = 0$ (см. рис. 1) воспользуемся моделью идеальной жидкости. Решение этой задачи имеет вид [19]

$$u = -2\alpha z, \quad v = \alpha r, \tag{1}$$

где u, v — вертикальная и радиальная компоненты скорости, α — константа, которая будет определена ниже.

Приняв во внимание соотношения (1), можно записать уравнение энергии вдоль оси симметрии ($r = 0$) следующим образом:

$$\frac{\partial T}{\partial t} - 2\alpha z \frac{\partial T}{\partial z} = a \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}, \tag{2}$$

а соответствующие начальные и граничные условия запишутся в виде

$$T(t, \infty) = T(0, z) = T_\infty, \;\; T(t, 0) = T_0, \tag{3}$$

где T_∞ — температура жидкости на выходе из сопла, T_0 — температура контакта.

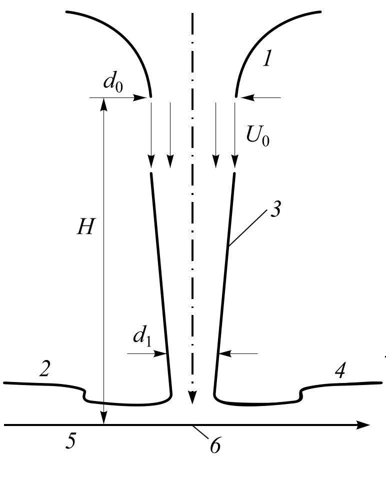

Рис. 1. Схема течения свободно падающей импактной струи жидкости.

1 — сопло, *2* — пристенная струя, *3* — граница струи, *4* — гидравлический скачок, *5* — поверхность, *6* — точка торможения.

Возможность использования граничного условия первого рода на стенке обусловлена следующими соображениями. Пусть задаются условия теплового сопряжения двух тел (условия IV рода). Из решения задачи о сопряженном нестационарном теплопереносе между двумя телами следует, что температура в точке контакта в начальный момент времени $T_0 = (T_{10} K_\varepsilon + T_{20})/(1 + K_\varepsilon)$ остается постоянной и в дальнейшем [20]. Здесь $K_\varepsilon = [\rho_1 c_1 \lambda_1 /(\rho_2 c_2 \lambda_2)]^{1/2}$ — число сопряжения, ρ, c, λ — плотность, теплоемкость и коэффициент теплопроводности соответственно, 1 и 2 — индексы, обозначающие жидкость и твердое тело, T_{10}, T_{20} — начальные температуры. В итоге температура в точке $z = 0$ может быть принята равной температуре контакта, так что $T(t, 0) = T_0$.

2. Аналитическое решение

Введем переменные $\theta = (T - T_\infty)/(T_0 - T_\infty)$, $\tau = 2\alpha t$, $\eta = z(2\alpha/a)^{1/2}$ и приведем задачу (2), (3) к безразмерному виду

$$\frac{\partial\theta}{\partial t} - \eta\frac{\partial\theta}{\partial\eta} = \frac{\partial^2\theta}{\partial\eta^2}, \tag{4}$$

$$\theta(\tau, \infty) = \theta(0, \eta) = 0,\ \theta(\tau, 0) = 1. \tag{5}$$

Для решения задачи (4), (5) введем автомодельную переменную $\xi = \eta\big/\sqrt{1 - \mathrm{e}^{-2\tau}}$. В результате получим уравнение

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial\xi^2} + \xi\frac{\partial\theta}{\partial\xi} = 0. \tag{6}$$

Граничное условие (5), выраженное через автомодельную переменную ξ, принимает вид

$$\theta(\infty) = 0,\ \theta(0) = 1. \tag{7}$$

Решение уравнения (6), удовлетворяющее граничному условию (7), может быть представлено как

$$\theta(\xi) = 1 - \sqrt{2/\pi}\int_0^\xi \mathrm{e}^{-x^2/2}dx. \tag{8}$$

Из соотношения (8) можно получить выражение для коэффициента теплоотдачи h_0 в точке торможения:

$$h_0 = \lambda\left(\partial T/\partial z\right)_{z=0}\big/\left(T_\infty - T_0\right), \tag{9}$$

где λ – коэффициент теплопроводности жидкости.

Объединяя выражения (8) и (9), получим

$$h_0 = \lambda\sqrt{4\alpha/\pi a}\Big/\sqrt{1 - \mathrm{e}^{-2\tau}}. \tag{10}$$

В пределе $\tau \to \infty$ получаем стационарное значение:

$$h_0 = \lambda\sqrt{4\alpha/\pi a}. \tag{11}$$

Таким образом, коэффициент теплоотдачи h_0, кроме теплофизических свойств жидкости, зависит только от неизвестной константы α, которая подлежит определению. Для этого рассмотрим свободно падающую струю жидкости. Рассматривая стационарное состояние такой струи, можно воспользоваться равенством расходов на выходе из сопла и в сечении, близком к поверхности:

$$d_0^2 U_0 = d_1^2 U_1, \tag{12}$$

где d_1 — диаметр струи на расстоянии H от сопла. Для свободной струи, находящейся под действием силы тяжести, можно определить скорость на расстоянии H от сопла из выражения

$$|U_1| = \sqrt{U_0^2 + 2gH}, \tag{13}$$

где g — ускорение свободного падения, $U_1/U_0 = \sqrt{1+2/\mathrm{Fr}^2}$, $\mathrm{Fr} = |U_0|/\sqrt{gH}$ — число Фруда. Далее из уравнений (12), (13) имеем $d_1 = d_0\left(1+2/\mathrm{Fr}^2\right)^{-1/4}$.

Из решения задачи о столкновении струи с поверхностью следует, что размер области, в которой скорость меняется от нуля в точке торможения до U_1, имеет порядок d_1. Из этого вывода и уравнения (1) найдем константу

$$\alpha = |U_1|/2d_1 = |U_0|/2d_0\left(1+2/\mathrm{Fr}^2\right)^{3/4}. \tag{14}$$

Подставляя (14) в (11), получим

$$h = \lambda\sqrt{2|U_0|/(\pi a d_0)}\left(1+2/\mathrm{Fr}^2\right)^{3/8}. \tag{15}$$

Принимая во внимание определение числа Нуссельта $\mathrm{Nu} = hd_0/\lambda$, из формулы (15) имеем

$$\frac{\mathrm{Nu}}{\mathrm{Re}^{1/2}} = \sqrt{\frac{2\mathrm{Pr}}{\pi}}\left(1+2/\mathrm{Fr}^2\right)^{3/8}, \tag{16}$$

где $\mathrm{Re} = |U_0|\, d_0/\nu$, $\mathrm{Pr} = \nu/a$ — числа Рейнольдса и Прандтля соответственно, ν — кинематическая вязкость жидкости.

В предельных случаях больших и малых чисел Фруда можно найти следующее асимптотическое поведение теплоотдачи:

$$\mathrm{Nu} \sim 1{,}035\ \mathrm{Pe}^{1/2}\,\mathrm{Fr}^{-3/4}, \quad \mathrm{Fr} \ll 1, \tag{17}$$

$$\mathrm{Nu} \sim 0{,}798\ \mathrm{Pe}^{1/2}, \quad \mathrm{Fr} \gg 1, \tag{18}$$

где $\mathrm{Pe} = \mathrm{Re}\cdot\mathrm{Pr}$ — число Пекле.

3. Результаты вычислений

На рис. 2 показано изменение числа Нуссельта в зависимости от числа Фруда, описываемое уравнением (16), и его асимптотическое поведение при малых ($\mathrm{Fr} \ll 1$) и больших ($\mathrm{Fr} \gg 1$) числах Фруда для $\mathrm{Pr} = 7{,}6$. Области больших чисел Фруда соответствуют малые расстояния между соплом и преградой, поэтому число Нуссельта здесь постоянно и не зависит от числа Фруда. Подобная тенденция отмечается и в экспериментах [8, 15] при относительно малых расстояниях H, когда теплоотдача практически не меняется при вариации

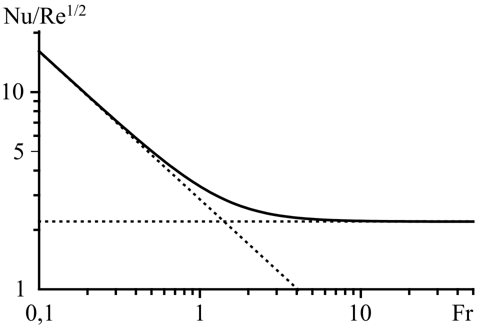

Рис. 2. Зависимость теплоотдачи в точке торможения струи $\mathrm{Nu/Re}^{1/2}$ от числа Фруда при Pr = 7,6.
Сплошная линия — уравнение (16), пунктирные линии — асимптоты (17) и (18).

числа Фруда. При малых числах Фруда, когда гравитационные силы превосходят инерционные, напротив, теплообмен по мере удаления сопла от преграды может значительно интенсифицироваться. Границей между двумя этими режимами может служить критическое значение числа Фруда $\mathrm{Fr}_{\text{кр}} \approx 1$, когда гравитация и инерция являются близкими величинами.

Представляет интерес рассмотреть теплообмен для импульсной импактной струи. Эта задача имеет много приложений, например, при ударе капли о нагретую поверхность.

Безразмерное время импульса $\vartheta = 2at$. Осреднение уравнения (10) по времени импульса можно записать как

$$\overline{h} = \lambda\sqrt{2|U_0|/(\pi a d_0)}\left(1+2/\mathrm{Fr}^2\right)^{3/8}\frac{1}{\vartheta}\int\limits_0^{\vartheta}\frac{d\theta}{\sqrt{1-\mathrm{e}^{-2\theta}}}. \qquad (19)$$

Взяв интеграл в (19), получим

$$\overline{h} = \lambda\sqrt{2|U_0|/(\pi a d_0)}\left(1+2/\mathrm{Fr}^2\right)^{3/8}\frac{1}{\vartheta}\operatorname{arcth}\sqrt{1-\mathrm{e}^{-2\vartheta}}.$$

Функцию гиперболического арктангенса можно разложить в ряд, ограничившись первым членом разложения. Тогда

$$\overline{h} = 1{,}414\lambda\sqrt{2|U_0|/(\pi a d_0)}\left(1+2/\mathrm{Fr}^2\right)^{3/8}\frac{1}{\sqrt{\vartheta}}.$$

Соответственно, число Нуссельта, осредненное за время импульса, имеет вид

$$\frac{\overline{\mathrm{Nu}}}{\mathrm{Re}^{1/2}} = 1{,}128\left(\frac{\mathrm{Pr}}{\vartheta}\right)^{1/2}\left(1+\frac{2}{\mathrm{Fr}^2}\right)^{3/8}.$$

Результаты расчета среднего числа Нуссельта при вариации длительности импульса и числа Фруда приведены на рис. 3. Видно, что среднее число Нуссельта, как и в стационарных условиях, снижается по мере роста числа Фруда (уменьшение расстояния от сопла до поверхности). Такой же эффект наблюдается и при увеличении длительности импульса, что обусловлено более сильным прогревом поверхности пластины и снижением интенсивности теплового потока.

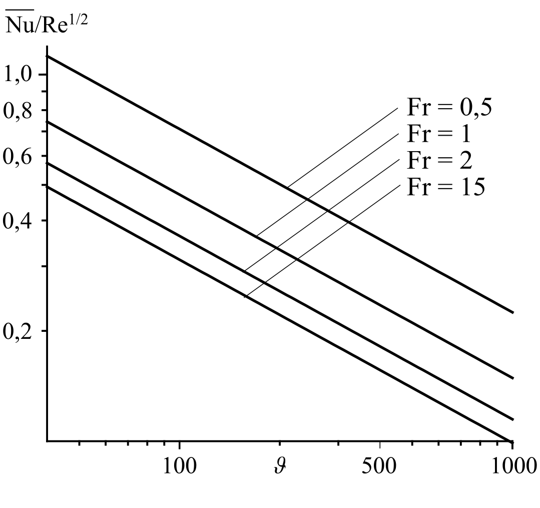

Рис. 3. Зависимость среднего числа Нуссельта от безразмерного времени импульса для различных чисел Фруда.

Заключение

Таким образом, представлено аналитическое решение задачи о теплообмене при натекании свободно падающей ламинарной струи жидкости на плоскую преграду. В общем случае нестационарного течения теплообмен в точке торможения описывается уравнением (16) и его интенсивность зависит от чисел Рейнольдса и Фруда, а также от времени взаимодействия струи с поверхностью. Критерий Фруда характеризует соотношение инерционных и гравитационных сил. При Fr >> 1 (малые расстояния между соплом и преградой) теплообмен становится независимым от расстояния до поверхности; при Fr << 1 (большие расстояния) теплообмен в точке торможения значительно интенсифицируется. В случае импульсной подачи импактной струи средний теплообмен существенно выше для малых времен импульса.

Авторы выражают благодарность Н. Ян Луну за помощь в проведении вычислений.

Список литературы

1. **Дыбан Е.П., Мазур А.И.** Конвективный теплообмен при струйном охлаждении тел. Киев: Наук. думка, 1982. 304 с.
2. **Martin H.** Heat and mass transfer between impinging gas jets and solid surfaces // Adv. Heat Transfer. 1977. Vol. 13. P. 1– 60.
3. **Jambunathan J., Lai E., Moss M.A., Button B.L.** A review of heat transfer data for single circular jet impingement // Intern. J. Heat and Fluid Flow. 1992. Vol .13, No. 2. P. 106 –115.
4. **Viskanta R.** Heat transfer to impinging isothermal gas and flame jets // Exp. Thermal and Fluid Sci. 1993. Vol. 6, No. 2. P. 111 – 134.
5. **Терехов В.И.** Теплообмен в импактных струях. Последние достижения // Тр. VIII Всерос. семинара вузов по теплофизике и энергетике с междунар. участием, Екатеринбург, 12–14 нояб. 2013 г. Екатеринбург: УрФУ, 2013. С. 563–573.
6. **Webb B.W., Ma C.-F.** Single-phase liquid jet impingement heat transfer // Adv. Heat Transfer. 1995. Vol. 26. P. 105–217.
7. **Nakoryakov V.E., Pokusaev B.G., Troyan E.N.** Impingement of an axisymmetric liquid jet on barrier // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1978. Vol. 21, No. 9. P. 1175–1184.
8. **Stevens J., Webb B.W.** Local heat transfer coefficients under an axisymmetric, single-phase liquid jet // J. Heat Transfer. 1991. Vol. 113. P. 71–77.
9. **Wolf D.F., Viskanta R., Incropera F.P.** Turbulence dissipation in a free-surface jet of water and its effect on local impingement heat transfer from a heated surface: Part l. Flow structure // J. Heat Transfer. 1995. Vol. 117. P. 85–94.
10. **Liu X., Lienhard J.H.V., Lombara J.S.** Convective heat transfer by impingement of circular liquid jets // J. Heat Transfer. 1991. Vol. 113, No. 3. P. 571–582.
11. **Elison B., Webb B.V.** Local heat transfer to impinging liquid jets in the initially laminar, transitional and turbulent regimes // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1994. Vol. 37, No. 8. P. 1207–1216.
12. **Wolf D.F., Viskanta R., Incropera F.P.** Turbulence dissipation in a free-surface jet of water and its effect on local impingement heat transfer from a heated surface: Part 2. Local heat transfer // J. Heat Transfer. 1995. Vol. 117, No. 1. P. 95–103.
13. **Womac D.J., Ramadhyani S., Incropera F.P.** Correlating equations for impingement cooling of small heat sources with single circular liquid jets // J. Heat Transfer. 1993. Vol. 115. P. 106–115.
14. **Sun H., Ma C.F., Nakayama W.** Local characteristics of convective heat transfer from simulated microelectronic chips to impinging submerged round water jets // J. Electronic Packaging. 1993. Vol. 115. P. 71–77.
15. **Kuraan A.M., Moldovan S.I., Choo K.** Heat transfer and hydrodynamics of free water jet impingement at low nozzle-to-plate spacing // Intern. J. Heat Mass Transfer. 2017. Vol. 108. P. 2211–2216.
16. **Wang X.S., Dagan Z., Jiji L.M.** Heat transfer between a circular free impinging jet and a solid surface with non-uniform wall temperature or wall heat flux-I. Solution for the stagnation region // Intern. J. Heat Mass Transfer. 1989. Vol. 32, No. 7. P. 1351–1360.
17. **Ma C.F., Zhao Y.H., Masuoka T., Gomi T.** Analytical study on impingement heat transfer with single-phase free-surface circular liquid jets // J. Thermal Sci. 1996. Vol. 5, No. 4. P. 272–277.
18. **Накоряков В.Е., Покусаев Б.Г., Троян Е.Н., Алексеенко С.В.** Течение тонких пленок жидкости // Волновые процессы в двухфазных системах: Сб. науч. тр. Новосибирск: ИТФ СО АН СССР, 1975. С. 129–206.
19. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 744 с.
20. **Лыков А.В.** Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967. 600 с.

Статья поступила в редакцию 9 ноября 2021 г.,
после доработки — 13 декабря 2021 г.,
принята к публикации 14 декабря 2021 г.