

вблизи холодной стенки, которая моделирует процесс погасания. Найдены скорость и понижение температуры пламени на пределе, а также эквивалентное критическое расстояние.

ЛИТЕРАТУРА

1. Махвиладзе Г. М., Мелихов В. И., Мелихов О. И. Распространение пламени в закрытом канале // ФГВ.— 1987.— 23, № 3.— С. 30.
2. Зельдович Я. Б. Теория предела распространения тихого пламени // ЖЭТФ.— 1941.— 11, вып. 1.— С. 159.
3. Льюис Б., Элбе Г. Горение, пламя и взрывы в газах.— М.: Мир, 1968.
4. Кривулин В. Н., Кудрявцев Е. А., Баратов А. И. и др. Влияние ускорения на пределы распространения гомогенных газовых пламен // ФГВ.— 1981.— 17, № 1.— С. 47.
5. Бабкин В. С., Замашников В. В. и др. Влияние диаметра трубы на пределы распространения гомогенных газовых пламен // Там же.— 1982.— 18, № 2.— С. 44.
6. Махвиладзе Г. М., Мелихов В. И. Пределы распространения пламени в замкнутом канале // Химическая физика процессов горения и взрыва. Горение гетерогенных и газовых систем: Материалы IX Всесоюз. симп. по горению и взрыву.— Черноголовка, 1989.— С. 3.
7. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б. и др. Математическая теория горения и взрыва.— М.: Наука, 1980.
8. Махвиладзе Г. М., Щербак С. Б. Численный метод исследования нестационарных пространственных движений сжимаемого газа // ИФЖ.— 1980.— 38, № 3.— С. 528.
9. Махвиладзе Г. М., Мелихов В. И. Численный метод исследования процессов медленного горения газов // Математическое моделирование.— 1989.— 1, № 6.— С. 146.
10. Барский Г. А., Зельдович Я. Б. О медленном распространении пламени в трубах // ЖФХ.— 1950.— 24, № 5.— С. 589.
11. Копылов Г. Г., Махвиладзе Г. М., Мелихов О. И. и др. Численное исследование формирования и распространения очагов горения в закрытых объемах в условиях естественной конвекции.— М., 1984.— (Препр./АН СССР. ИПМ. № 237).
12. Lovachev L. A. On convective flame acceleration in long horizontal galleries // Combust. Sci. Technol.— 1978.— 18.— P. 153.
13. Davies R. M., Taylor G. I. The mechanics of large bubbles rising through extended liquids and through in tubes // Proc. Roy. Soc.— 1950.— A200.— P. 375.
14. Ferguson C. R., Keck J. C. On laminar flame quenching and its application to spark ignition engines // Combust. Flame.— 1977.— 28, N 2.— P. 197.

г. Москва

Получила в редакцию 5/IV 1991

УДК 532.529

П. Б. Вайнштейн

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ГАЗОВОГО ПЛАМЕНИ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

Рассматривается задача об устойчивости плоского фронта пламени при горении газов в пористых средах. Анализируется влияние фильтрации на устойчивость. Получен приближенный критерий устойчивости. Показано, что встречное движение фронта более устойчиво, чем спутное, в том смысле, что неустойчивость спутных режимов проявляется при меньших значениях бифуркационного параметра.

Фильтрационное горение газов в пористых средах изучено достаточно полно [1]. Известно, что в зависимости от скорости фильтрационного потока и других параметров, характеризующих смесь, возможны режимы спутного и встречного распространения пламени и режим стоячей волны. В [2] отмечается, что наблюдаемое в опытах встречное движение фронта устойчиво, а спутное неустойчиво. В литературе отсутствует теоретическое обоснование этого опытного факта. В данной работе предпринимается попытка дать такое обоснование. Рассматривается задача о тепловой и гидродинамической устойчивости фронта газового пламени в инертной пористой среде. Получен приближенный аналитический критерий устойчивости.

Используется модель с эффективной теплопроводностью пористой среды, за счет которой скелет прогревается из зоны горения. Газ в порах

нагревается вследствие теплообмена с твердой фазой до поступления в зону химической реакции и передает тепло в твердую фазу в зоне горения. Для простоты газ рассматривается как динамически несжимаемый, плотность газа с обеих сторон фронта пламени полагается постоянной, но не одинаковой $\rho_{10}/\rho_{1e} = \beta$. Система уравнений в неподвижной системе координат с обеих сторон разрыва имеет вид [1]

$$\vec{\nabla} \vec{v} = 0, \quad \nabla p = -\frac{1}{k_\Phi} \vec{v}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \vec{v} \nabla \eta = -J, \quad (2)$$

$$\rho_1^0 c_p \left(\frac{\partial T_1}{\partial t} + \vec{v} \nabla T_1 \right) = \rho_1^0 Q J - \frac{\gamma}{\alpha_1} (T_1 - T_2), \quad (3)$$

$$\rho_2^0 c_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \Delta T_2 + \frac{\gamma}{\alpha_2} (T_1 - T_2), \quad \gamma = \frac{12 \alpha_2 \lambda_1}{d^2}. \quad (4)$$

(1), (2) — уравнения неразрывности и фильтрации, и баланса недостающего компонента; (3), (4) — уравнения энергии газовой и твердой фаз; ρ_1^0 , ρ_2^0 — истинные плотности фаз, α_1 , α_2 — их объемные содержания ($\rho_1^0 \alpha_1 = \rho_1$, $\rho_2^0 \alpha_2 = \rho_2$); k_Φ — коэффициент фильтрации; Q — тепловой эффект реакции; η — относительная массовая концентрация недостающего компонента; c_p , c_2 — теплоемкости фаз; λ_1 — теплопроводность газовой фазы; λ_2 — эффективная теплопроводность пористой среды; p — давление; d — диаметр частиц пористой среды.

Пусть фронт пламени распространяется справа налево в отрицательном направлении оси x . Введем систему координат, связанную с фронтом $\xi = x - \Phi(t)$. При установившемся распространении пламени со скоростью u_n справедливо $\Phi(t) = -u_n t$.

Используется модель бесконечно тонкой зоны пламени, которая предполагает сильную зависимость скорости химической реакции от температуры. Аррениусовская зависимость $J = z \eta \exp(-E/RT_1)$ аппроксимируется δ -функцией [3]

$$J(\eta, T_1) \sim e^{N/2(T_1 - T_{1+}^0)} \delta(\xi), \quad (5)$$

$$N = \frac{E}{RT_b}, \quad T_b = T_0 + \frac{Q \eta_0}{c_p}.$$

Из (2), (3), (5) следует, что в данной модели фронт пламени рассматривается как поверхность разрыва концентрации и температуры газа. В (5) T_{1+}^0 — стационарная температура газа справа на разрыве; T_b — адиабатическая температура горения.

Перейдем к безразмерным переменным по следующим формулам

$$\begin{aligned} \tilde{\xi} &= \frac{\xi}{\kappa_2 u_*}, & \tilde{t} &= \frac{u_*^2 t}{\kappa_2}, & \tilde{\kappa}_2 &= \frac{\lambda_2}{\rho_2^0 c_2}, & \tilde{\eta}_1 &= \frac{\eta}{\eta_0}, \\ \tilde{T}_i &= \frac{T_i}{T_b}, & \tilde{\rho}_1 &= \frac{\rho_1^0}{\rho_{10}^0}, & \sigma &= \frac{T_0}{T_b}, & u_*^2 &= \frac{z \kappa_2}{e^N}, \\ \tilde{J} &= \frac{J \kappa_2}{\eta_0 u_*^2}, & \tilde{u} &= \frac{v}{u_*}, & \tilde{T}_i &= \sigma + (1 - \sigma) \Theta_i, \\ \gamma_1 &= \frac{12 \kappa_1 \kappa_2 \alpha_2}{d^2 u_*^2 \alpha_1}, & \gamma_2 &= \frac{12 \kappa_1 \kappa_2}{d^2 u_*^2 \Delta}, & \Delta &= \frac{\rho_2^0 c_2}{\rho_{10}^0 c_p}. \end{aligned} \quad (6)$$

Здесь u_* — некоторая характерная скорость; κ_1 , κ_2 — температуропроводности газовой фазы и пористой среды. В дальнейшем знак волны над безразмерными параметрами опускается.

При реальных для пористых сред коэффициентах фильтрации k_Φ давление внутри зоны теплового пламени можно считать неизменным.

При этом скорость газа на фронте меняется скачком. Таким образом, стационарное состояние газа в системе координат, связанной с фронтом, характеризуется соотношениями

$$\eta^0 = 1 - \chi(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi < 0, \\ 0, & \xi \geq 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$\rho^0 = 1 - \left(1 - \frac{1}{\beta}\right) \chi(\xi) = \begin{cases} 1, & \xi < 0, \\ \frac{1}{\beta}, & \xi \geq 0, \end{cases}$$

$$u^0 = u_0 + \chi(\xi)(\beta - 1)(u_0 + u_n) = \begin{cases} u_0, & \xi < 0, \\ (u_0 + u_n)\beta - u_n, & \xi \geq 0. \end{cases}$$

Здесь u_0 — скорость вынужденной фильтрации. В системе координат, связанной с фронтом, при принятых предположениях система уравнений, описывающая тепловую структуру пламени, запишется в виде

$$\begin{aligned} \rho^0 \left(\frac{\partial \Theta_1}{\partial t} - \Phi' \frac{\partial \Theta_1}{\partial \xi} + u^0 \frac{\partial \Theta_1}{\partial \xi} \right) &= J - \gamma_1 (\Theta_1 - \Theta_2), \\ \frac{\partial \Theta_2}{\partial t} - \Phi' \frac{\partial \Theta_2}{\partial \xi} &= \frac{\partial^2 \Theta_2}{\partial \xi^2} + \gamma_2 (\Theta_1 - \Theta_2), \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} - \Phi' \frac{\partial \eta}{\partial \xi} + u^0 \frac{\partial \eta}{\partial \xi} &= -J. \end{aligned} \quad (8)$$

В соответствии с (5) из первого уравнения (7) и последнего уравнения (8) следует выражение для скорости реакции

$$J = (u_0 + u_n) e^{\alpha(\Theta_1 - \Theta_1^0)} \delta \xi, \quad \alpha = \frac{N(1-\sigma)}{2}. \quad (9)$$

В нестационарном случае последнее уравнение (8) дает в результате интегрирования соотношение, определяющее зависимость скорости фронта пламени от температуры:

$$\Phi' = u_0 - (u_0 + u_n) e^{-\alpha[\Theta_{1+} - \Theta_{1+}^0]}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в первое уравнение (8) и интегрируя, получим соотношение на разрыве для температуры газа

$$\Theta_{1+} \left\{ 1 + \frac{1}{\beta} \left[e^{\alpha(\Theta_{1+} - \Theta_{1+}^0)} - 1 \right] \right\} - \Theta_{1-} e^{\alpha(\Theta_{1+} - \Theta_{1+}^0)} = e^{\alpha(\Theta_{1+} - \Theta_{1+}^0)}, \quad (11)$$

а из (8), (11) — на разрыве в стационарном случае

$$\Theta_{1+}^0 - \Theta_{1-}^0 = 1, \quad \Theta_{2+} = \Theta_{2-}. \quad (12)$$

Граничные условия задачи о структуре фронта пламени:

$$\begin{aligned} \xi = -\infty: \Theta_1 = \Theta_2 = 0, \\ \xi = +\infty: \frac{d\Theta_1}{d\xi} = \frac{d\Theta_2}{d\xi} = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Используя (12), (13), получим из (8) стационарное распределение температур

$$\begin{aligned} \Theta_1^0 &= \begin{cases} \frac{k_2 \Theta_e \gamma_1 (k_1 - u_n)}{(k_2 - k_1) \gamma_2 (u_n + u_0)} e^{k_1 \xi}, & \xi < 0, \\ \frac{k_1 \Theta_e \gamma_1 (k_2 - u_n)}{(k_2 - k_1) \gamma_2 (u_n + u_0)} e^{k_2 \xi} + \Theta_e, & \xi > 0, \end{cases} \\ \Theta_2^0 &= \begin{cases} \frac{k_2 \Theta_e}{k_2 - k_1} e^{k_1 \xi}, & \xi < 0, \\ \frac{k_1 \Theta_e}{k_2 - k_1} e^{k_2 \xi} + \Theta_e, & \xi > 0, \end{cases} \end{aligned} \quad (14)$$

$$k_{1,2} = \frac{-\frac{\gamma_1}{u_n + u_0} + u_n \pm \sqrt{\left(\frac{\gamma_1}{u_n + u_0} - u_n\right)^2 + 4\left(\gamma_2 + \frac{u_n \gamma_1}{u_n + u_0}\right)}}{2},$$

$$\Theta_e = \frac{\gamma_2(u_n + u_0)}{\gamma_2(u_n + u_0) + u_n \gamma_1}.$$

Здесь $k_{1,2}$ — решения характеристического уравнения; Θ_e — равновесная температура за фронтом пламени. Решение (14) описывает распределение температур в зонах разогрева ($\xi < 0$) и релаксации ($\xi > 0$) [1, 2]. Из (14) и очевидного соотношения $u_0 + u_n > 0$ следует неравенство

$$u_n > -\frac{u_0 \gamma_2}{\gamma_1 + \gamma_2},$$

которое определяет предельную u_{n*} скорость спутного распространения пламени, причем при $u_n \rightarrow u_{n*}$ имеем $\Theta_e \rightarrow \infty$. Отметим, что из (14) следует непрерывность на фронте пламени градиента температуры твердой фазы $\frac{d\Theta_2}{d\xi}$.

Стационарные распределения параметров (7), (14) сами по себе не определяют скорость распространения пламени. В [2, 4] с этой целью используются различные дополнительные соотношения. Исследуем линейную устойчивость решения (14) по отношению к одномерным возмущениям. Линеаризуя (8), (11), получим

$$\rho^0 \frac{\partial \Theta'_1}{\partial t} + (u_0 + u_n) \frac{\partial \Theta'_1}{\partial \xi} + \rho^0 (u_0 + u_n) \alpha \Theta'_1(t) \frac{\partial \Theta_1^0}{\partial \xi} = -\gamma_1 (\Theta'_1 - \Theta'_2),$$

$$\frac{\partial \Theta'_2}{\partial \xi} + u_n \frac{\partial \Theta'_2}{\partial \xi} + (u_0 + u_n) \alpha \Theta'_1(t) \frac{\partial \Theta_2^0}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 \Theta'_2}{\partial \xi^2} + \gamma_2 (\Theta'_1 - \Theta'_2), \quad (15)$$

$$\Theta'_{1+} \left(1 + \frac{\alpha}{\beta} \Theta_{1+}^0 - \alpha \Theta_{1-}^0 - \alpha\right) - \Theta'_{1-} = 0, \quad \Theta'_{2+} = \Theta'_{2-},$$

$$\beta = 1 + \frac{1 - \sigma}{\sigma} \Theta_e.$$

Решение (15) ищем в виде

$$\Theta'_1 = e^{\omega t} \varphi(\xi), \quad \Theta'_2 = e^{\omega t} \psi(\xi).$$

Подставляя эти соотношения в (15), можно получить формулы для определения функций φ и ψ в области $\xi < 0$

$$\omega \varphi + (u_0 + u_n) \varphi' + \alpha \varphi + \frac{k_1 k_2 \Theta_e \gamma_1 (k_1 - u_n)}{(k_2 - k_1) \gamma_2} e^{k_1 \xi} = -\gamma_1 (\varphi - \psi), \quad (16)$$

$$\omega \psi + u_n \psi' + (u_0 + u_n) \alpha \varphi + \frac{k_2 k_1 \Theta_e}{k_2 - k_1} e^{k_1 \xi} = \psi'' + \gamma_2 (\varphi - \psi).$$

Здесь φ_+ — значение функции φ на разрыве справа. Из (16) можно получить обыкновенные дифференциальные уравнения для φ и ψ , которые являются уравнениями третьего порядка. Соответствующие им характеристические уравнения представляют собой многочлены третьей степени. Представление решения в аналитическом виде и последующее использование условий для сшивки с решениями в области $\xi > 0$ не дают в общем случае удобного для дальнейших исследований аналитического уравнения для инкремента задачи. Ниже излагаются приближенный подход, основанный на оценках входящих в (16) членов по порядку величины. Умножим первое уравнение (16) на γ_2 , второе — на γ_1 и сложим

$$\omega \gamma_2 \varphi + \omega \gamma_1 \psi + (u_0 + u_n) \gamma_2 \varphi' + \gamma_1 u_n \psi' + \alpha \varphi + \frac{k_1 k_2 \Theta_e \gamma_1 (k_1 - u_n)}{k_2 - k_1} e^{k_1 \xi} +$$

$$+ \gamma_1 (u_0 + u_n) \alpha \varphi + \frac{k_2 k_1 \Theta_e}{k_2 - k_1} e^{k_1 \xi} - \gamma_1 \psi'' = 0. \quad (17)$$

В расчетах рассматривается горение водородовоздушной смеси (65 % H_2 + воздух) в пористой среде зернистого карборунда при следующих данных [2]: $\rho_1^0 = 0,6 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2^0 = 3000 \text{ кг/м}^3$, $c_p = 10^3 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К})$, $c_2 = 660 \text{ м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{К})$, $T_0 = 300 \text{ К}$, $\lambda_2 = 4 \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{К})$, $\lambda_1 = 0,084 \text{ кг} \cdot \text{м}/(\text{с}^3 \cdot \text{К})$, $R = 8,32 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{моль} \cdot \text{К})$, $z = 5 \cdot 10^{10} \text{ с}^{-1}$, $E = 126 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2/(\text{с}^2 \cdot \text{моль})$, $Q = 11,65 \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}^2$, $\alpha_1 = 0,5$, $d = 10^{-3} \text{ м}$. При принятых значениях термодинамических величин и атмосферном давлении имеем: $\gamma_1 = 1,6 \cdot 10^{-4}$, $\gamma_2 = 0,7 \cdot 10^{-7}$, т. е. $\gamma_2 \ll \gamma_1 \ll 1$. По этой причине первым, третьим ($u_0 \sim 1$, $u_n \approx 10^{-4}$), четвертым и седьмым членами в (17) можно пренебречь по сравнению со вторым. Сам второй член сохраняется, поскольку в принципе возможны большие значения инкремента ω . Пятый член из-за множителя $k_1 - u_n$ гораздо меньше шестого, и член сохраняется, несмотря на наличие множителя γ_1 , так как в нем имеются другие безразмерные сомножители, которые могут быть большими, а именно бифуркационный периметр α и равновесная температура Θ_e . В результате приведенных оценок из (17) получается приближенное соотношение

$$\psi = -\frac{1}{\omega} (u_0 + u_n) \alpha \varphi + \frac{k_1 k_2 \Theta_e}{\lambda_2 - k_1} e^{k_1 \xi},$$

подставляя которое в первую формулу (16), получим решение для φ в области $\xi < 0$:

$$\varphi = -\frac{A}{(u_0 + u_n) k_1 + \gamma_1 + \omega} \left(\frac{k_1 - u_n}{\gamma_2} - \frac{u_0 + u_n}{\omega} \right) e^{k_1 \xi},$$

$$A = \frac{\alpha k_1 k_2 \Theta_e \gamma_1}{k_2 - k_1}.$$

При $\xi = 0$ это соотношение определяет φ_- . Используя его, уравнение на разрыве для Θ_1' (15) и условие нетривиальности константы φ_+ , получим следующее выражение для инкремента задачи:

$$\gamma_2 B \omega^2 + \{\gamma_2 B [(u_0 + u_n) k_1 + \gamma_1] + A (k_1 - u_n)\} \omega + A (u_0 + u_n) \gamma_2 = 0, \quad (18)$$

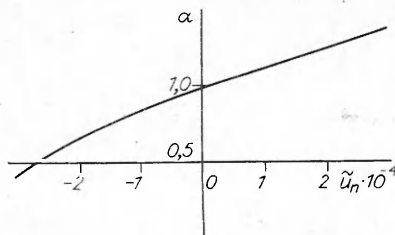
$$B = 1 + \frac{\alpha}{\beta} \Theta_{1+}^0 - \alpha \Theta_{1-}^0 - \alpha.$$

Из (18) следует условие устойчивости (отрицательности действительных частей корней уравнения, $B > 0$):

$$\alpha < \frac{\beta}{(\beta - 1) \Theta_{1+}^0}, \quad (19)$$

которое имеет ясный физический смысл. В соответствии с (19), в случае устойчивости возмущения температуры газа на фронте пламени по разные стороны разрыва должны иметь одинаковый знак. При $B = 0$ имеем $\text{Re } \omega < 0$. Согласно (19), в области неустойчивости ($B < 0$) выполняется $\text{Im } \omega = 0$, т. е. потеря устойчивости при невыполнении (19) носит экспоненциальный характер. При потере устойчивости ($B \approx 0$) возникающий положительный инкремент имеет порядок $1/B$ ($\omega = -A(k_1 - u_n)/\gamma_2 B$), т. е. велик, что подтверждает проведенную выше оценку членов в (17).

Перейдем к обсуждению устойчивости режимов распространения пламени. На рисунке в параметрической области α , \tilde{u}_n ($\tilde{u}_n = u_n/u_0$) показана полученная по (19) кривая, разделяющая устойчивые (под кривой) и неустойчивые (над кривой) области при наличии вынужденной фильтрации ($u_0 = 0,88$) и атмосферном давлении. Из представленных данных следует, что при увеличении скорости фронта пламени область устойчивости расширяется. В этом смысле встречное движение фронта ($u_n >$



> 0) более устойчиво, чем спутное ($u_n < 0$). При стремлении u_n к своему минимальному отрицательному значению u_{n*} критическое значение $\alpha \rightarrow 0$.

При используемых в расчетах значениях кинетических констант E , T_b , $\alpha = 4$, следовательно, согласно представленным расчетным данным и встречное, и спутное распространение пламени устойчиво. В [2] в краткой форме указывается, что в соответствующих расчетах экспериментах встречное движение фронта устойчиво, а спутное неустойчиво. Чтобы указанный факт полностью объяснялся предложенной теорией, должно быть $\alpha \cong 1$. Для этого достаточно, чтобы энергия активации при неизменном T_b была уменьшена в 4 раза. Для неизменности расчетной кривой нужно сохранить величину u_* (см. (6)), что возможно за счет уменьшения предэкспоненциального множителя (примерно в 10^3 раз) при неизменной эффективной температуропроводности κ_2 .

Таким образом, несмотря на некоторое количественное рассогласование полученный критерий устойчивости (19) в качественном отношении согласуется с экспериментальными данными [2].

Перейдем к анализу гидродинамической устойчивости фронта пламени. Для динамически несжимаемой среды тепловые возмущения не влияют на возмущения поля течения и, как следствие этого, уравнения неразрывности и движения не зависят от уравнений энергии. Анализ гидродинамической устойчивости по существу соответствует случаю длинноволновой асимптотики, когда длины волн возмущений существенно превышают тепловую ширину фронта.

Невозмущенное течение газа в системе координат, связанной с фронтом, характеризуется соотношениями

$$\begin{aligned} u^0 &= v_0 + u_n, & w^0 &= 0, & p^0 &= p_1(\xi), & k_\Phi &= k_{\Phi 1}, & \xi &< 0, \\ u^0 &= (v_0 + u_n)\beta, & w^0 &= 0, & p^0 &= p_2(\xi), & k_\Phi &= k_{\Phi 2}, & \xi &> 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Рассматривается двумерная задача. Вектор скорости имеет компоненты $v(u, w)$. Предполагается, что на фронте пламени имеет место скачок коэффициента фильтрации.

Введем возмущение поверхности фронта пламени $\xi_f = \xi_f(y, t)$, ищем нестационарное решение системы (1)

$$\begin{aligned} u_j &= u^0 + u'(\xi, y, t), & w_j &= w'(\xi, y, t), \\ p_j &= p^0 + p'(\xi, y, t), & j &= 1, 2, \end{aligned} \quad (21)$$

где u' , w' , p' — малые нестационарные добавки — возмущения компонентов скорости и давления. Используя малость возмущений и предположение о динамической несжимаемости, напишем вместо (1) уравнения для нестационарных добавок

$$u' = -k_\Phi \frac{\partial p'}{\partial \xi}, \quad w' = -k_\Phi \frac{\partial p'}{\partial y}, \quad \frac{\partial u'}{\partial \xi} + \frac{\partial w'}{\partial y} = 0. \quad (22)$$

Используя условия постоянства скорости распространения фронта пламени и равенства давления на фронте, получим соотношения, связывающие возмущения на поверхности разрыва:

$$\begin{aligned} u'_1 &= u'_2 = \frac{\partial \xi_f}{\partial t}, \\ p'_1 - p'_2 &= \left[v_0 \left(\frac{1}{k_{\Phi 1}} - \frac{\beta}{k_{\Phi 2}} \right) - \frac{u_n(\beta - 1)}{k_{\Phi 2}} \right] \xi_f. \end{aligned} \quad (23)$$

Задача на устойчивость (22), (23) за исключением некоторых отличий, связанных с записью последнего соотношения (23), совпадает с задачей об устойчивости фронта вытеснения [5]. Представляя решение (22) в виде $(p', u', w', \xi_f) \sim \exp(\omega t +iky)$, получим уравнение для инкремента задачи [5]

$$\omega = -\frac{k_{\Phi 1} k_{\Phi 2} k}{k_{\Phi 1} + k_{\Phi 2}} \left(\frac{1}{k_{\Phi 1}} - \frac{\beta}{k_{\Phi 2}} \right) v_0 + \frac{k_{\Phi 1} k}{k_{\Phi 1} + k_{\Phi 2}} u_n (\beta - 1). \quad (24)$$

Здесь k — волновое число. При отсутствии вынужденной фильтрации ($v_0 = 0$) имеем $u_n > 0$, и фронт пламени всегда гидродинамически неустойчив. В общем случае из (24) следует условие устойчивости

$$\frac{u_n (\beta - 1)}{v_0} < \frac{k_{\phi 2}}{k_{\phi 1}} - \beta. \quad (25)$$

Поскольку на фронте пламени реально выполняется условие $k_{\phi 2} \simeq k_{\phi 1}$, то из (25) следует $u_n + v_0 < 0$, что никогда не выполняется. Вывод о гидродинамической неустойчивости фронта пламени вполне согласуется с результатами теории Ландау [6], которая в отличие от предложенного анализа учитывает инерционные члены в уравнениях движения. Отметим, что существуют различные факторы, приводящие к гидродинамической стабилизации фронта [7].

На основе проведенного исследования можно сделать следующие выводы. Приближенная модель бесконечно тонкой зоны реакции используется для анализа задачи о линейной устойчивости стационарного плоского газового пламени в инертной пористой среде. В предположении о динамической несжимаемости газа задача разделяется на гидродинамическую и тепловую. При анализе тепловой устойчивости, которая соответствует коротковолновой асимптотике, получен приближенный критерий устойчивости, имеющий ясный физический смысл, в соответствии с которым в случае устойчивости возмущения температуры газа на фронте пламени по разные стороны разрыва должны иметь одинаковый знак. Показано, что встречное движение фронта более устойчиво, чем спутное, в том смысле, что неустойчивость спутных режимов проявляется при меньших значениях параметра α . Отмечается, что подбором кинетических констант (энергии активации и предэкспоненциального множителя) можно добиться количественного согласования полученного критерия устойчивости с экспериментальными данными [2], согласно которым встречное движение фронта пламени устойчиво, а спутное неустойчиво.

При анализе гидродинамической устойчивости, которая соответствует длинноволновой асимптотике, показано, что при условии несильного различия коэффициентов фильтрации на фронте, пламя является гидродинамически неустойчивым при любом направлении распространения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Бабкин В. С., Лаевский Ю. М. Фильтрационное горение газов // ФГВ.— 1983.— 19, № 5.— С. 27.
2. Бабкин В. С., Дробышев В. И., Лаевский Ю. М. и др. Фильтрационное горение газов // Там же.— № 2.— С. 17.
3. Matkowsky B. J., Sivashinsky G. I. Propagation of pulsation front in solid fuel combustion // SIAM J. Appl. Math.— 1978.— 35, N 3.— P. 465—478.
4. Сухов Г. С., Ярин Л. П. Волны горения в пузырьковых средах // Докл. АН СССР.— 1981.— 256, № 2.— С. 376.
5. Баренблатт Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Теория нестационарной фильтрации в пористых средах.— М.: Недра, 1972.— С. 282.
6. Ландау Л. Д. К теории медленного горения // ЖЭТФ.— 1944.— 14, № 6.— С. 240.
7. Зельдович Я. Б., Баренблатт Г. И., Либрович В. Б. и др. Математическая теория горения и взрыва.— М.: Наука, 1980.— С. 478.

г. Москва

Поступила в редакцию 28/XI 1990