

УДК 532.546

## НЕСТАЦИОНАРНАЯ ФИЛЬТРАЦИЯ ГАЗА, ВОЗНИКАЮЩАЯ ПРИ ИНТЕНСИВНОМ ТЕПЛОВОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ПОРИСТУЮ ВЛАГОСОДЕРЖАЩУЮ СРЕДУ

А. М. Воробьев\*, К. Н. Егоров, Д. В. Елисеев\*, В. В. Козлов, Д. В. Садин

Военный инженерно-космический университет им. А. Ф. Можайского, 197082 Санкт-Петербург

\* Конструкторское бюро специального машиностроения, 194100 Санкт-Петербург

Предложены математическая модель и методика расчета нестационарного тепломассопереноса в пористой среде, содержащей механически связанную жидкость и двухкомпонентный газ (смесь инертного газа и пара). Исследован случай интенсивного теплового воздействия на пористую влагосодержащую среду за счет внешнего теплового потока и конвективного теплообмена. Определены характерные области течения и межфазного взаимодействия.

**1. Физическая модель.** Рассматривается пористая влагосодержащая среда, имеющая следующую структуру (рис. 1, *a*). Капилляр состоит из цепочки пор *1* различной формы и размеров, соединенных участками щелей (трубок) *2* намного меньшего поперечного сечения. Внутри капилляра содержатся механически связанная вода *3* и смесь инертного газа и пара. Пористая среда ограничена жесткой непроницаемой стенкой, к которой внезапно подводится тепловой поток *Q*.

В результате прогрева среды температура фаз (твёрдого материала среды, воды, газа) меняется, и на границе раздела вода — пар происходят фазовые переходы. Изменение термодинамических параметров газа вызывает течение (фильтрацию) газа (а в общем случае и механически связанной воды) в капиллярах под действием разности давлений.

Процесс фильтрации газа в пористой среде определяется силовым взаимодействием между газом и пористым скелетом. Для рассматриваемого типа пористой среды, когда поры соединяются между собой относительно узкими щелями, существенную роль играет сила Архимеда, обусловленная градиентом давления [1]:

$$F_A = -\alpha_1 \nabla p (1 - \varepsilon^2), \quad \varepsilon \ll 1, \quad (1)$$

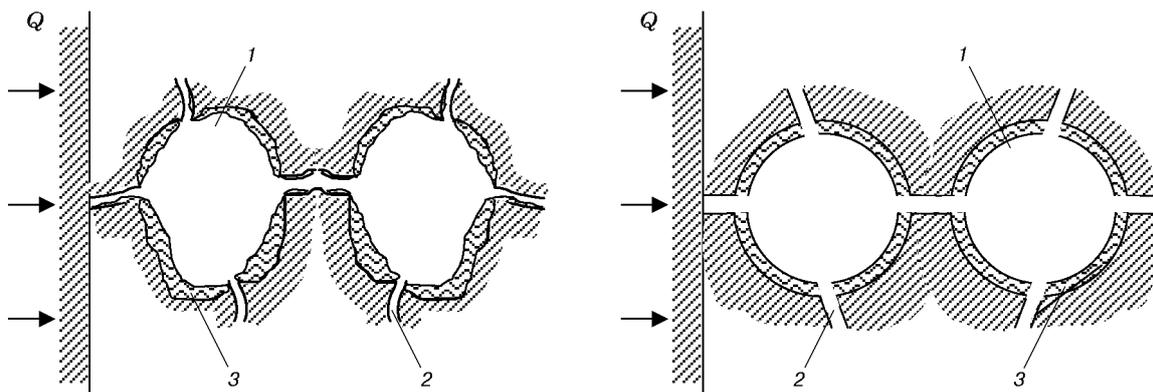


Рис. 1

где  $\alpha_1$  — пористость среды (отношение объема, занятого газом, к объему всей среды);  $p$  — давление;  $\varepsilon$  — отношение проекций наиболее узких сечений щелей на выходе из пор, пересеченных заданным сечением, к просветности в плоскости этого сечения [1].

Силы гидродинамического трения, обусловленные касательными напряжениями на поверхности пористого скелета, можно представить в виде

$$\mathbf{F}_\mu = \frac{\alpha_1^2 \mu \mathbf{v}}{\chi}, \quad (2)$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость газа;  $\mathbf{v}$  — вектор скорости газа;  $\chi$  — величина, имеющая размерность площади. Если пористость среды не является постоянной, то из-за расширения трубки тока необходимо учитывать также силу  $-p\nabla\alpha_1$ .

Для условий рассматриваемой задачи течение газа в пористой среде имеет волновой характер [2], т. е. возмущения распространяются с конечной скоростью  $a\varepsilon$  ( $a$  — скорость звука в поровом газе).

В рассматриваемой задаче источником возмущения является импульсное тепловое воздействие на пористую среду. В отличие от работ [1, 2] здесь учитываются тепло- и массообмен между фазами. Процессы фильтрации определяются распределением микропараметров внутри пор. Для упрощения анализа необходимо схематизировать структуру среды (рис. 1, б) и модель микропроцессов. Аналогично [3] вместо поля температур в поре вводятся три характерные температуры: газовой фазы  $T_1$ , границы между жидкостью и газом  $T_s$  и пористого скелета  $T_3$ . Поток межфазного тепла задается с помощью числа Нуссельта, а поток тепла через жидкую пленку определяется ее толщиной  $\delta$ .

Газовую фазу будем считать состоящей из двух компонентов: инертного, не претерпевающего фазовых переходов, и пара. Предполагается, что эти компоненты не вступают в химические реакции между собой, являются калорически совершенными газами с зависящими от температуры коэффициентами теплопроводности, а их теплофизические параметры удовлетворяют условиям аддитивности.

Полагаем, что размеры пор во много раз больше молекулярно-кинетических размеров и во много раз меньше расстояний, на которых макроскопические параметры меняются существенно. Поры представляют собой сферы одинакового размера. Действие вязкости и теплопроводности порового газа проявляется лишь в процессах межфазного взаимодействия. Действием сил тяжести пренебрегаем.

**2. Математическая модель.** В рамках сделанных предположений тепломассоперенос в пористой влажосодержащей среде описывается уравнениями сохранения масс, импульса и энергий фаз

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_g \mathbf{v} &= 0, & \frac{\partial \rho_v}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_v \mathbf{v} &= -J_{12}, & \frac{dr_1}{dt} &= -\frac{J_{12}r_1}{3\alpha_1\rho_{2s}^0}, & \frac{d\alpha_1}{dt} &= -\frac{J_{12}}{\rho_{2s}^0}, \\ \rho_1 \frac{d_1 \mathbf{v}}{dt} &= -\nabla p \alpha_1 - \mathbf{F} + J_{12} \mathbf{v}, & \frac{d_1}{dt} &\equiv \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \\ \frac{\partial \rho_1 E_1}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_1 E_1 \mathbf{v} + \nabla \cdot \alpha_1 p \mathbf{v} + p \frac{\partial \alpha_1}{\partial t} &= Q_{s1} - J_{12} i_{vs}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial T_3}{\partial t} = a_T^2 \Delta T_3 + \frac{Q_{s3}}{\rho_3 c_3}, \quad a_T^2 = \frac{\lambda_3}{\rho_3 c_3}, \quad \rho_i = \rho_i^0 \alpha_i, \quad \sum_{i=1}^3 \alpha_i = 1, \quad E_1 = u_1 + \frac{|\mathbf{v}|^2}{2}, \quad i = 1, 2, 3.$$

Здесь индексы 1, 2, 3 соответствуют газовой, жидкой и твердой фазам,  $g$  и  $v$  — инертному и парообразному компонентам,  $s$  — поверхностной фазе ( $\Sigma$ -фазе);  $\nabla$ ,  $\Delta$  — операторы Гамильтона и Лапласа;  $\rho_i$ ,  $\rho_i^0$ ,  $\alpha_i$ ,  $E_1$ ,  $u_i$ ,  $i_{vs}$ ,  $r_1$  — соответственно приведенная и истинная

плотности, объемная доля  $i$ -й фазы, удельные (отнесенные к единице массы) полная энергия газа и внутренняя энергия  $i$ -й фазы, энтальпия пара, претерпевающая фазовый переход на межфазной границе, радиус поры, занятой газом;  $J_{12}$ ,  $\mathbf{F}$ ,  $Q_{si}$  — интенсивности фазового перехода, силового межфазного взаимодействия и теплообмена между  $\Sigma$ -фазой и  $i$ -й фазой соответственно;  $a_T$ ,  $\lambda_3$ ,  $c_3$  — коэффициенты температуропроводности, теплопроводности и теплоемкость материала пористого скелета.

Подставляя объемную силу межфазного взаимодействия (в соответствии с (1) и (2)  $\mathbf{F} = \mathbf{F}_A + \mathbf{F}_\mu - p\nabla\alpha_1$ ) в уравнение сохранения импульса газовой фазы (3) и приводя его к дивергентному виду, получим

$$\frac{\partial \rho_1 \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \rho_1 \mathbf{v} \mathbf{v} + \alpha_1 \varepsilon^2 \nabla p = - \frac{\alpha_1^2 \mu_1 \mathbf{v}}{\chi}.$$

Расчет межфазного тепло- и массообмена будем проводить с использованием равновесной схемы межфазной границы [3]

$$J_{12} l(p_v) = Q_{s1} + Q_{s3}, \quad Q_{s1} = 1,5 \frac{\alpha_1}{r_1^2} \text{Nu}_1 \lambda_1 (T_s - T_1),$$

$$p_2 = p - \frac{2\sigma}{r_1}, \quad p = p_g + p_v, \quad Q_{s3} = 12\lambda_2 \frac{\alpha_1 r_2}{\pi r_1^2 \delta} (T_s - T_3).$$

Здесь  $T_s$  — средняя температура на поверхности жидкой фазы, равная температуре насыщения;  $l(p_v)$  — теплота парообразования;  $p_2$  — давление в жидкой фазе;  $\sigma$  — поверхностное натяжение;  $r_2$  — радиус поры, занятой газом и жидкостью;  $\delta$  — толщина жидкой пленки на стенках пор;  $\lambda_i$  — коэффициент теплопроводности  $i$ -й фазы;  $\text{Nu}_1$  — число Нуссельта ( $\text{Nu}_1 = 10$  — квазистационарное значение для внутренней задачи теплообмена).

Система уравнений сохранения (3) замыкается уравнениями состояния калорически совершенных газовых компонентов

$$p_g = \rho_g^0 R_g T_1, \quad p_v = \rho_v^0 R_v T_1, \quad \rho = \rho_g + \rho_v,$$

$$k_g = \frac{\rho_g}{\rho_1}, \quad k_v = \frac{\rho_v}{\rho_1} \quad (k_g + k_v = 1), \quad u_1 = k_g u_g + k_v u_v, \quad \lambda_1 = \lambda_1(k_g, T_1),$$

$$i_g = c_g(T_1 - T^*) + i_g^*, \quad i_v = c_v(T_1 - T^*) + i_v^*.$$

Здесь  $p_g$ ,  $p_v$ ,  $R_g$ ,  $R_v$  — парциальные давления и универсальные газовые постоянные;  $\rho_g^0$ ,  $\rho_v^0$ ,  $k_g$ ,  $k_v$ ,  $u_g$ ,  $u_v$  — истинные плотности, концентрации и внутренние энергии единицы массы компонентов; верхний индекс “\*” соответствует фиксированным параметрам;  $c_g$ ,  $c_v$  — теплоемкости инертного газа и пара при постоянном давлении;  $i_g$  — энтальпия газового компонента. Значение энтальпии парового компонента  $i_v$  связано с энтальпией конденсированной фазы  $i_l$  условием нормировки

$$i_v^* - i_l^* = l(p_v^*) + (c_l - c_v)(T_s(p_v^*) - T^*),$$

где  $c_l$  — теплоемкость жидкости.

**3. Метод расчета.** Разностная схема для расчета нестационарного тепломассопереноса в пористой влажосодержащей среде строится с расщеплением по физическим процессам на три этапа. На первом этапе осуществляется численное интегрирование уравнения теплопроводности методом прогонки [4]:

$$\frac{\partial T_3^1}{\partial t} = a_T^2 \Delta T_3^1. \quad (4)$$

На втором и третьем этапах расчет выполняется методом, предложенным в [5], в котором межфазные взаимодействия учитываются на эйлеровом этапе неявно:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho_g^{\text{II}}}{\partial t} &= 0, & \frac{\partial \rho_v^{\text{II}}}{\partial t} &= -J_{12}, & \frac{dr_1^{\text{II}}}{dt} &= -\frac{J_{12}r_1}{3\alpha_1\rho_{2s}^0}, \\ \frac{d\alpha_1^{\text{II}}}{dt} &= -\frac{J_{12}}{\rho_{2s}^0}, & \rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}^{\text{II}}}{\partial t} + \alpha_1 \varepsilon^2 \nabla p &= -\frac{\alpha_1^2 \mu_1 \mathbf{v}^{\text{II}}}{\chi}, \\ \rho_1 \frac{\partial E_1^{\text{II}}}{\partial t} + \nabla \cdot \alpha_1 p \mathbf{v} &= Q_{s1}^{\text{II}} - J_{12} i_{vs}, & \frac{\partial T_3^{\text{II}}}{\partial t} &= \frac{Q_{s3}^{\text{II}}}{\rho_3 c_3}; \\ \frac{\partial \rho_g^{\text{III}}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_g \mathbf{v}^{\text{II}} &= 0, & \frac{\partial \rho_v^{\text{III}}}{\partial t} + \nabla \cdot \rho_v \mathbf{v}^{\text{II}} &= 0, & \frac{\partial (\rho_1 \mathbf{v})^{\text{III}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{v} \mathbf{v})^{\text{II}} &= 0, \\ \frac{\partial (\rho_1 E_1)^{\text{III}}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_1 E_1 \mathbf{v})^{\text{II}} + p \frac{\partial \alpha_1^{\text{II}}}{\partial t} &= 0, \\ r_1^{\text{III}} &= r_1^{\text{II}}, & \alpha_1^{\text{III}} &= \alpha_1^{\text{II}}, & T_3^{\text{III}} &= T_3^{\text{II}}, & p_g^{\text{III}} &= \rho_g^{\text{III}} R_g (E_1^{\text{III}} - (\mathbf{v}^{\text{III}})^2/2), \\ p_v^{\text{III}} &= \rho_v^{\text{III}} R_v (E_1^{\text{III}} - (\mathbf{v}^{\text{III}})^2/2), & p^{\text{III}} &= p_g^{\text{III}} + p_v^{\text{III}}. \end{aligned} \quad (5)$$

В (4)–(6) верхние индексы соответствуют номеру этапа. Разностная аппроксимация осуществляется в соответствии с [5]. Приведенная схема является маршевой, шаг по времени  $\tau$  должен выбираться из условия Куранта — Фридрихса — Леви, связанного с отношением шага сетки к скорости распространения малых возмущений  $a\varepsilon$ .

**4. Исходные данные.** Рассматривается пористая влагосодержащая среда толщиной  $H$ , ограниченная непроницаемыми стенками. В момент  $t = 0$  осуществляется импульсное тепловое воздействие на левую стенку длительностью  $\Theta$  за счет внешнего теплового потока с интенсивностью  $Q$  и конвективного теплообмена.

Задача решается в одномерной постановке при следующих исходных параметрах:  $H = 0,01$  м,  $Q = 600$  Вт/м<sup>2</sup>, температура правой стенки  $T_{\text{п}} = 293$  К, температура левой стенки  $T_{\text{л}} = 1073$  К, начальные объемные доли газа  $\alpha_{10} = 0,2$  и воды  $\alpha_{20} = 0,1$ ,  $\lambda_3 = 1,7$  Вт/(м · К),  $c_3 = 500$  Дж/(кг · К),  $\rho_3 = 4000$  кг/м<sup>3</sup>,  $\varepsilon = 10^{-3}$ ,  $\chi = 10^{-8}$  м<sup>2</sup>,  $\gamma_g = 1,4$ , коэффициент теплоотдачи  $\alpha = 300$  Вт/(м<sup>2</sup> · К),  $R_g = 287$  Дж/(кг · К),  $\Theta = 5$  с,  $\lambda_g = 0,025$  Вт/(м · К),  $\mu_g = 1,85 \cdot 10^{-5}$  Па · с.

Для определения теплотехнических свойств воды и водяного пара используются табличные значения [6]. Фиксированные параметры для водяного пара при  $T_1^* = 373$  К взяты из указанных таблиц.

В начальный момент времени заданы следующие условия:  $T_1 = T_s = T_3 = 293$  К,  $p = 10^5$  Па,  $\mathbf{v} = 0$ . Парциальные давления  $p_g$ ,  $p_v$  определяются из условия фазового равновесия при  $t = 0$ . Обе стенки считаются непроницаемыми. Условие теплообмена на левой стенке  $Q - \alpha(T_3 - T_{\text{л}}) = -\lambda_3 \partial T_3 / \partial R$ , на правой стенке  $\lambda_3 \partial T_3 / \partial R = \alpha(T_3 - T_{\text{п}})$ .

**5. Некоторые результаты.** В результате интенсивного теплового воздействия на левую стенку происходит нагрев материала пористой среды, а также нагрев и испарение воды, содержащейся в порах. Повышаются давление и температура газовой фазы, что вызывает ее фильтрацию. На рис. 2 показаны распределения указанных параметров по толщине среды при  $t = 5$  с (кривая 1 — давление газа, 2 — температура газа). Как показано на рис. 3 ( $t = 5$  с), плотности компонентов газовой фазы (кривая 1 — воздух, 2 — пар), имеющие в начальный момент равномерное равновесное распределение, с течением времени меняются. Вблизи левой границы интенсивный фазовый переход приводит к повышению концентрации парового компонента, а фильтрация газовой фазы приводит к

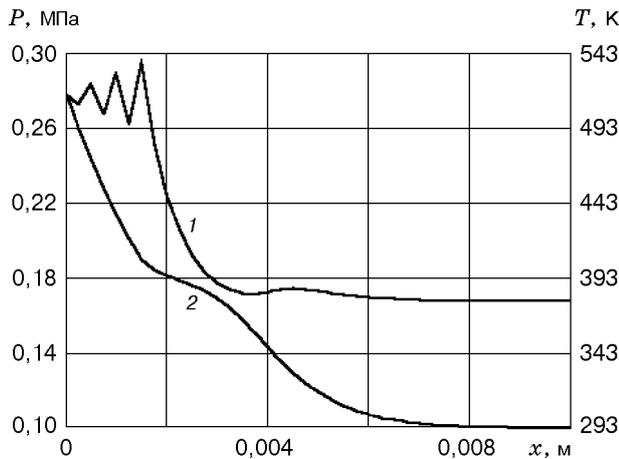


Рис. 2

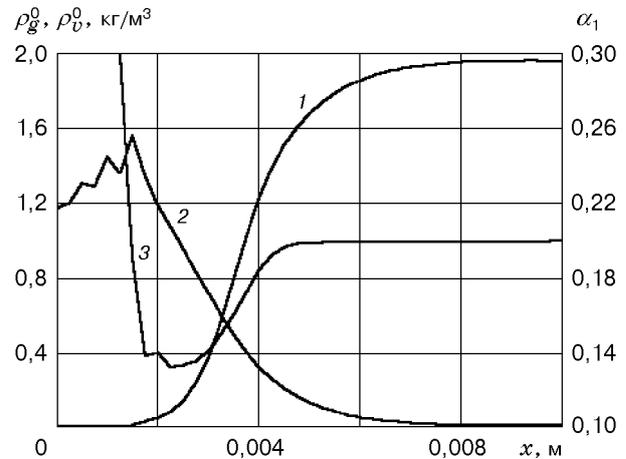


Рис. 3

перераспределению концентрации инертного компонента (воздуха). После полного испарения воды пористость (кривая 3 на рис. 3) достигает максимального значения  $\alpha_{10} + \alpha_{20} = 0,3$  и в дальнейшем не меняется. За счет теплообмена между твердой фазой и газом температура последнего повышается (кривая 2 на рис. 2), а в результате фильтрации плотность пара уменьшается.

Таким образом, можно выделить следующие характерные области распределения параметров по толщине пористой среды. У левой стенки вода полностью испарилась, и температура здесь наибольшая. Далее следует зона фазового перехода воды в пар (излом на кривой  $T(x)$  (см. рис. 2)), которой соответствует максимальное значение плотности пара (см. рис. 3). Перенос пара в область меньших температур пористого скелета приводит к конденсации и уменьшению пористости среды (см. рис. 3). Наконец, с увеличением координаты  $x$  температура приближается к начальной, а повышение давления у правой стенки обусловлено увеличением плотности воздуха, перераспределяемого за счет массопереноса.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Христианович С. А. Об основах теории фильтрации // Физ.-техн. пробл. разраб. полез. ископаемых. 1991. № 1. С. 3–18.
2. Садин Д. В. О неустановившейся фильтрации газа // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1994. № 1. С. 201–203.
3. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
4. Самарский А. А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1983.
5. Садин Д. В. Модифицированный метод крупных частиц для расчета нестационарных течений газа в пористой среде // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1996. Т. 36, № 10. С. 158–164.
6. Кириллов П. Л., Юрьев Ю. С., Бобков В. П. Справочник по теплогидравлическим расчетам (ядерные реакторы, теплообменники, парогенераторы). М.: Энергоатомиздат, 1990.

Поступила в редакцию 15/II 2000 г.,  
в окончательном варианте — 12/X 2000 г.