

УДК 533.9:629.78

ВЕЙКИ В ПЫЛЕВОЙ ПЛАЗМЕ. СРАВНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ

Г. И. Сухинин, М. В. Сальников, А. В. Федосеев

Институт теплофизики им. С. С. Кутателадзе СО РАН, 630090 Новосибирск, Россия

E-mails: sukhinin@itp.nsc.ru, salnikov@itp.nsc.ru, fedoseev@itp.nsc.ru

Представлена самосогласованная модель поляризации плазмы вокруг изолированной пылевой частицы размером порядка 10^{-6} м под действием внешнего электрического поля. Показано, что при различных значениях напряженности внешних электрических полей за пылевой частицей возникают осцилляции самосогласованного потенциала. Проведено сравнение результатов расчетов с данными, полученными с использованием известных численных подходов.

Ключевые слова: пылевая плазма, пылевая частица во внешнем электрическом поле, образование вейков.

DOI: 10.15372/PMTF20180507

Введение. Комплексную плазму, состоящую из ионизованного газа, содержащего заряженные частицы конденсированного вещества, можно обнаружить в плазме, используемой в промышленности [1]. Плазма, содержащая пылевые частицы конечного размера, представляет собой сложную систему, в которой происходят процессы самоорганизации включая образование пылевых структур [2]. С использованием результатов исследования кинетических свойств пылевой плазмы в пространстве и времени можно изучать универсальные процессы, например фазовые переходы, кристаллизацию и самоорганизацию [3]. Описание основных свойств пылевой плазмы является сложной теоретической задачей. В этой плазме присутствуют электроны, положительные ионы, нейтральные атомы и пылевые частицы размером порядка 10^{-6} м, т. е. компоненты с различной массой, при взаимодействии которых происходят процессы, имеющие различные пространственные и временные масштабы. Таким образом, прямое решение данной задачи практически невозможно.

При исследовании комплексной плазмы основной проблемой является изучение взаимодействия пылевых частиц с окружающей плазмой [4]. Заряд частицы — один из наиболее важных параметров пылевой плазмы, который определяется балансом потоков электронов и ионов на ее поверхности. При вычислении этих потоков обычно используется приближение ограниченного орбитального движения (orbital motion limited (OML)). Однако предположения, лежащие в основе теории OML, редко справедливы для реальной пылевой плазмы [5]. В [6] приведены экспериментальные результаты, которые показывают, что заряд частиц в лабораторной пылевой плазме меньше заряда частиц, определенного методом OML.

Важным аспектом проблемы переноса пылевых частиц является взаимодействие заряженных частиц с потоком плазмы. При наличии внешнего поля вниз по потоку от пылевой частицы в распределениях плотности и потенциала плазмы возникает след, или вейк (wake) [7]. Наличие вейка может привести к возникновению невзаимных сил между одинаково заряженными пылевыми частицами (потенциал вейка, который возникает за первой частицей, влияет на вторую частицу, при этом потенциал вейка второй частицы не оказывает подобного влияния на первую частицу) [8].

Существует несколько численных подходов, с помощью которых обычно решаются задачи о сложных плазменных системах: метод однокомпонентной плазмы (one component plasma (OCP)), метод частиц в ячейке (particle-in-cell (PIC)), метод линейного отклика (linear response (LR)), а также методы молекулярной динамики (molecular dynamics (MD)).

В основе метода OCP лежит идея сведения многокомпонентной комплексной плазмы к системе, состоящей из одной пылевой частицы, взаимодействующей с окружающей плазмой. В случае отсутствия в такой системе внешнего поля достаточно точным приближением является потенциал Дебая — Хюккеля [9]. Кроме того, этот изотропный потенциал может быть использован при исследовании процессов самоорганизации [10].

При наличии в плазме внешнего поля потенциал вокруг пылевой частицы становится анизотропным [11]. Для исследования влияния анизотропии на потенциал пылевой плазмы модель OCP дополняется теорией LR, в соответствии с которой потенциал рассчитывается итерационно из интегрального решения уравнения Пуассона, а функция диэлектрической проницаемости представляется в виде разложения в ряд.

В теории LR не учитываются некоторые важные процессы, обусловленные изменением заряда пылевой частицы и образованием вейков за ней. Однако создать аналитическую модель плазмы, учитывающую такие процессы, достаточно сложно [12]. Кроме того, погрешности, возникающие при вычислениях методом линейного отклика, могут приводить к псевдопериодичности потенциала — искусственным колебаниям в направлении вниз по потоку от частицы [13].

Другим широко используемым численным методом является метод PIC, в рамках которого траектории частиц плазмы исследуются в электрических полях всех ионов, электронов и пылевых частиц самосогласованно. Однако для проведения трехмерного расчета методом PIC характеристик системы с более чем одной пылевой частицей требуются очень большие вычислительные ресурсы [13].

В методах MD движение ионов моделируется движением множества заряженных частиц в приближении среднего поля. Метод MD был использован в работе [14] при описании потока ионов вокруг двух частиц без учета столкновений ионов с фоновым газом.

В настоящей работе проводится анализ распределения электростатического потенциала вокруг пылевой частицы при наличии внешнего электрического поля с использованием метода MD [15], вычисляется динамически экранированный кулоновский потенциал и выполняется сравнение результатов моделирования этой системы методами MD, PIC и LR.

Метод MD. В данной работе рассмотрена система изолированной пылевой частицы с большим зарядом и окружающей ее плазмы электронов и ионов, которая находится под действием внешнего электрического поля. Движение ионов моделируется внутри трехмерной кубической области с размерами, равными $2L$ ($L = 20\lambda_i \div 40\lambda_i$ в зависимости от условий эксперимента; $\lambda_i = (k_B T_i / (4\pi e^2 n_\infty))^{1/2}$ — ионная дебаевская длина; e — заряд электрона; n_i, T_i — плотность ионов и температура невозмущенной плазмы соответственно). В центре системы находится сфера радиусом $r_0 \ll \lambda_i$, которая является моделью отрицательно заряженной пылевой частицы. Электрическое поле E_z в данной модели направлено вдоль оси z .

В начале вычислений в случайной точке пространства генерируется ион, имеющий случайную скорость, при этом его начальная скорость задается таким образом, чтобы она соответствовала распределению Максвелла при средней температуре плазмы, равной $T_i = 300$ К. На каждом временном шаге с помощью уравнений движения Ньютона определяется положение иона и проверяются следующие условия: 1) покинул ли ион расчетную область ($|x| > L$, $|y| > L$, $|z| > L$); 2) достиг ли ион поверхности пылевой частицы ($r < r_0$); 3) прошел ли ион расстояние, равное длине его свободного пробега. Реализация последнего условия означает, что происходит резонансный процесс обмена зарядом между ионом и нейтральным атомом (аргон). Для каждого иона длина его свободного пробега l генерируется в соответствии с экспоненциальным распределением, которое зависит от средней длины свободного пробега ионов l_i . В данной модели средняя длина свободного пробега ионов задавалась в качестве параметра. После каждого столкновения и резонансной перезарядки задается новая случайная скорость иона, которая также соответствует распределению Максвелла, при этом положение иона остается прежним. Когда ион достигает края расчетной области, он искусственно переносится к противоположному краю области с той же скоростью, что позволяет моделировать периодические условия на границе системы. Когда ион достигает поверхности пылевой частицы, создается новый ион со случайными координатами и скоростями.

Для вычисления пространственного распределения плотности ионов $n_i(r, \theta, \varphi)$ вводятся сферические координаты r, θ, φ . Угол $\theta = 0^\circ$ соответствует направлению внешнего электрического поля $\mathbf{E} = (0, 0, E_z)$, где $z = r \cos \theta$. Вследствие цилиндрической симметрии параметры не зависят от величины φ . Область решения делится на пространственные ячейки, обозначенные номерами (i, j) , при этом объем каждой ячейки равен $V_{i,j} = 2\pi r_i^2 \Delta r_i \sin \theta_j \Delta \theta_j$. Время $T_{i,j}$, в течение которого ионы находятся в каждой ячейке (i, j) , накапливается. Предполагается, что плотность ионов $n_i(r_i, \theta_j)$ пропорциональна накопленной временной статистике $T_{i,j}$. Коэффициент пропорциональности определяется невозмущенной плотностью ионов n_∞ вдали от пылевой частицы. Средняя скорость ионов u_i в каждой пространственной ячейке вычисляется аналогично, но коэффициент нормировки определяется количеством измеренных значений скорости.

Предполагается, что пространственное распределение плотности электронов в данной модели удовлетворяет распределению Больцмана $n_e(r, \theta) \sim n_\infty e^{U(r, \theta)/(kT_e)}$, где $U(r, \theta)$ — пространственное распределение электрического потенциала; T_e — электронная температура.

В расчетах используются безразмерные параметры. Все пространственные размеры нормированы на λ_i , плотности электронов и ионов — на n_∞ , энергия — на ионную тепловую энергию $k_B T_i$, скорость и время — на тепловую скорость ионов $V_{Ti} = (kT_i/m_i)^{1/2}$ и $T = \lambda_i(m_i/(k_B T_i))^{1/2}$ (m_i — масса иона). Таким образом, безразмерный заряд пылевой частицы \tilde{Q} и напряженность внешнего электрического поля \tilde{E} выражаются в виде $\tilde{Q} = e^2 Z_d / (\lambda_i k T_i)$, $\tilde{E} = e E_z \lambda_i / (k T_i)$. Наряду с \tilde{Q} используется безразмерное представление заряда пылевой частицы $\tilde{z} = \tilde{Q} T_i \lambda_i / (T_e r_0) = e^2 Z_d / (r_0 k T_e)$.

Введем также эффективную напряженность электрического поля, которая является безразмерной формой напряженности приведенного электрического поля $E_{eff} = e E_z \lambda_i / (k T_i) \sim E_z / n_{gas} \sim E_z / p$, где p — давление нейтрального газа. Начальное распределение электрического потенциала задавалось суммой потенциала внешнего электрического поля и потенциала Дебая — Хюккеля

$$U^0(r, \theta) = U^D(r, \theta) - \tilde{E} r \cos \theta = -(\tilde{Q}/r) e^{-r} - \tilde{E} r \cos \theta. \quad (1)$$

В слабом внешнем электрическом поле пространственные распределения плотностей электронов $n_e(r, \theta)$ и ионов $n_i(r, \theta)$ и самосогласованного электрического потенциала $U(r, \theta)$

имеют слабую анизотропию, обусловленную действием внешнего электрического поля E_z . Распределения $U(r, \theta)$ можно найти с помощью разложения $n_i(r, \theta)$ и $n_e(r, \theta)$ по полиномам Лежандра. Выражение для безразмерной плотности пространственного распределения объемного заряда $n(r, \theta) = [n_i(r, \theta) - n_e(r, \theta)]/n_\infty$ может быть представлено в виде

$$n(r, \theta) = \frac{n_i(r, \theta) - n_e(r, \theta)}{n_\infty} = \sum_{k=0} n_k(r) P_k(\cos \theta), \quad (2)$$

$$n_k(r) = \frac{2k+1}{2} \int_0^\pi n(r, \theta) P_k(\cos \theta) \sin \theta d\theta.$$

В случае слабого внешнего электрического поля, т. е. при $E_z < 0,1$, для описания пространственного распределения $n(r, \theta)$ достаточно первых трех членов разложения. При значениях напряженности электрического поля $E_z > 1$ необходимо учитывать большее количество членов разложения.

Изотропный член $n_0(r)$ определяет общий объемный заряд плазмы вокруг пылевой частицы:

$$Q_{pl} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\pi n(r, \theta) r^2 \sin \theta d\theta dr = \int_0^\infty n_0(r) r^2 dr. \quad (3)$$

После вычисления n_k пространственное распределение электрического потенциала можно представить в виде следующего разложения:

$$U(r, \theta) = -\frac{\tilde{Q}}{r} + \sum_{k=0} U_k(r) P_k(\cos \theta) =$$

$$= -\frac{\tilde{Q}}{r} + \sum_k \frac{1}{2k+1} \left(\frac{1}{r^{k+1}} \int_{r_0}^r n_k(r) x^{k+2} dx + r^k \int_r^\infty n_k(r) x^{1-k} dx \right) P_k(\cos \theta). \quad (4)$$

В результате итерационного вычисления самосогласованного потенциала $U(r, \theta)$ конечный общий объемный заряд Q_{pl} , полученный из уравнения (3), становится равным заряду \tilde{Q} пылевой частицы, который вычисляется самосогласованно из условия равенства набегающих на поверхность пылевой частицы потоков электронов и ионов.

Для получения самосогласованного распределения электрического потенциала системы пылевая частица — ионное облако использован следующий алгоритм расчета. Прежде всего с помощью уравнений Ньютона для электрического потенциала, заданного в виде (1), вычисляются траектории ионов. После накопления достаточного объема статистических данных о пространственном распределении ионов $n_i(r, \theta)$ из уравнения (2) вычисляются члены разложения n_k . Затем по уравнению (4) рассчитывается новое пространственное распределение потенциала $U(r, \theta)$. Процедура расчета повторяется, при этом накапливаются новые статистические данные о пространственном распределении плотности ионов в этом потенциале. На каждом этапе итерационных вычислений заряд пылевой частицы \tilde{Q} рассчитывается из условия равенства достигающих ее поверхности потоков ионов и электронов. Циклы расчета повторяются до тех пор, пока электрический потенциал $U(r, \theta)$, плотность ионов $n_i(r, \theta)$, а также заряд \tilde{Q} пылевой частицы, полученные на предыдущем шаге, не становятся равными соответствующим величинам на следующем шаге.

Результаты моделирования методом MD. В представленной модели MD использованы типичные условия для плазмы газового разряда аргона с изолированной пылевой частицей. Предполагается, что электронная температура равна $k_B T_e = 3$ эВ, а температура ионов равна комнатной: $k_B T_i \approx 0,03$ эВ. Таким образом, $\tau = T_e/T_i = 100$,

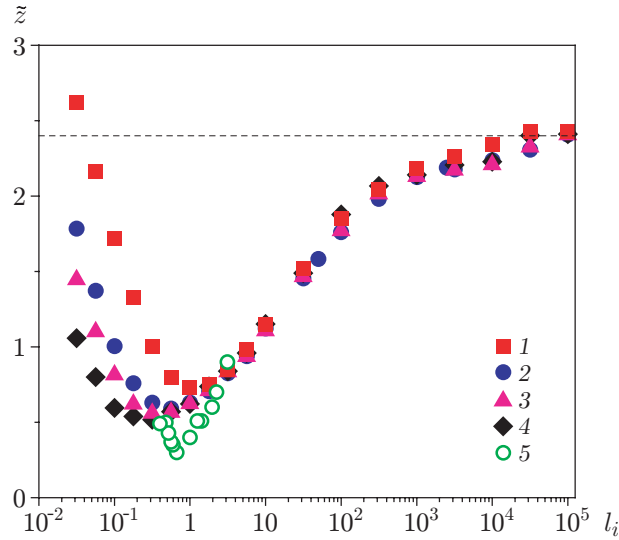


Рис. 1. Зависимость безразмерного заряда пылевых частиц в отсутствие внешнего электрического поля от длины свободного пробега ионов при различных значениях радиуса пылевой частицы r_0 :

1–4 — результаты расчетов (1 — $r_0 = 0,5$ мкм, 2 — $r_0 = 0,75$ мкм, 3 — $r_0 = 1$ мкм, 4 — $r_0 = 2$ мкм), 5 — экспериментальные данные [6] при $r_0 = 0,6$ мкм

$T_g = T_i$. Ионная дебаевская длина равна $\lambda_i = 10^{-2}$ см, что соответствует плотности плазмы $n_\infty \approx 10^8$ см $^{-3}$. Радиус частицы пыли равен $r_0 = 10^{-4}$ см = $10^{-2}\lambda_i$.

На рис. 1 показана самосогласованно рассчитанная зависимость безразмерного заряда пылевой частицы \tilde{z} от длины свободного пробега ионов в аргоне при отсутствии внешнего электрического поля. При $l_i \rightarrow \infty$ безразмерный заряд пылевой частицы \tilde{z} стремится к константе, равной 2,4 и совпадающей со значением, полученным с помощью модели ОМЛ (штриховая линия). Наличие минимума у зависимости $\tilde{z}(l_i/\lambda_i)$ можно объяснить изменением потока ионов плазмы, достигающего поверхности пылевой частицы. В модели ОМЛ (свободномолекулярный режим) в отсутствие столкновений ионы редко достигают поверхности пылевой частицы. С увеличением плотности газа (уменьшением длины свободного пробега ионов) частота столкновений ионов с нейтральными атомами вокруг пылевой частицы возрастает. В результате таких столкновений, вызывающих резонансную перезарядку, положительно заряженный ион теряет кинетическую энергию и притягивается частицей.

Таким образом, общий поток ионов в направлении пылевой частицы увеличивается с увеличением частоты столкновений ионов. Однако при дальнейшем уменьшении длины свободного пробега ионы, падающие на поверхность пылевой частицы, испытывают множественные столкновения. При каждом столкновении ионы теряют кинетическую энергию, что приводит к увеличению среднего времени падения и уменьшению общего потока ионов к частице в единицу времени. Это обуславливает наличие минимума у функции $\tilde{z}(l_i/\lambda_i)$.

При наличии внешнего электрического поля ($E_{eff} > 0$) сферическая симметрия плазмы вокруг пылевой частицы нарушается. На рис. 2 представлены зависимости первых двух членов $n_0(r)$ и $n_1(r)$ в формуле (2), умноженных на r^2 и r^3 соответственно и нормированных на радиус пылевой частицы. Видно, что при малых значениях напряженности электрического поля функция $n_0(r)r^2$ имеет один максимум вблизи пылевой частицы: $r_{1\max} \approx 0,3\lambda_i \div 0,5\lambda_i$. Это означает, что распределение захваченных ионов вокруг пы-

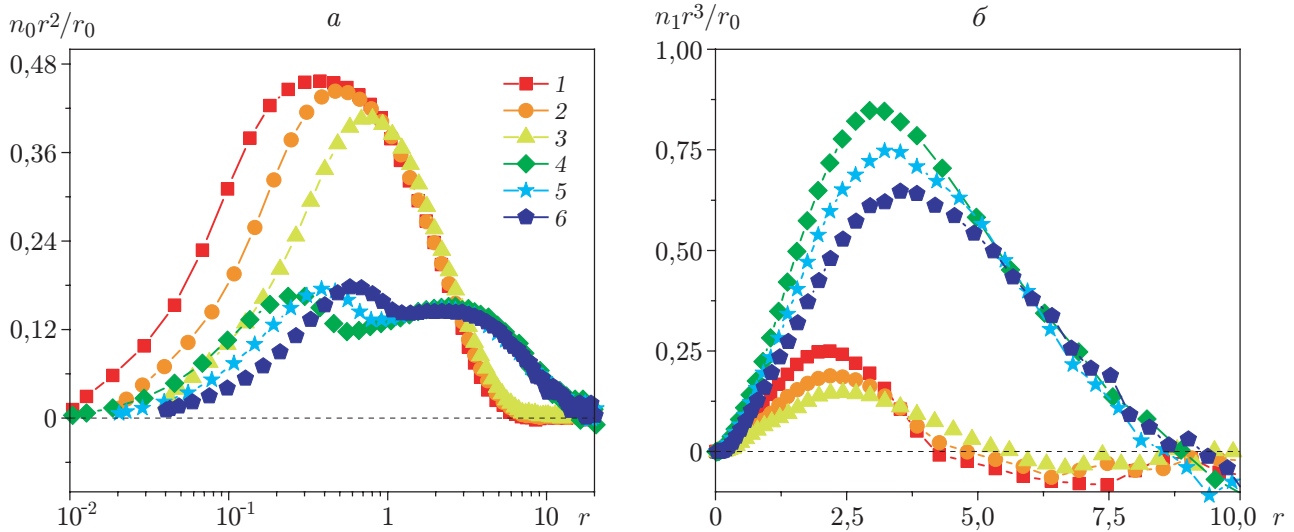


Рис. 2. Функции $n_0(r)r^2$ (а) и $n_1(r)r^3$ (б) при $l_i/\lambda_i = 5$ и различных значениях радиуса пылевой частицы и напряженности поля E_{eff} :
 1–3 — $E_{eff} = 1,5$ (1 — $r_0 = 1$ мкм, 2 — $r_0 = 2$ мкм, 3 — $r_0 = 4$ мкм), 4–6 — $E_{eff} = 25,0$
 (4 — $r_0 = 1$ мкм, 5 — $r_0 = 2$ мкм, 6 — $r_0 = 6$ мкм)

левой частицы имеет вид оболочки, подобной атому, заряд ядра которого отрицателен. Однако при очень больших значениях напряженности электрического поля в радиальном распределении $n_0(r)r^2$ появляется второй максимум на больших расстояниях от частицы: $r_{2max} \approx 2,0\lambda_i \div 4,0\lambda_i$. Такая структура распределения $n_0(r)r^2$ может быть аппроксимирована суперпозицией двух дебаевских функций с различной длиной экранирования: $\lambda_1 < \lambda_i$ и $\lambda_2 > \lambda_i$.

На рис. 2,б представлены радиальные распределения $n_1(r)r^3$. При напряженности электрического поля, равной нулю, все анизотропные члены разложения $n|_{k>0}(r)$ равны нулю. При малых значениях напряженности электрического поля появляется анизотропная гармоника $n_1(r)$, возрастающая с увеличением напряженности электрического поля. На кривых $n_1(r)$ имеются осцилляции, являющиеся предвестниками вейка, образующегося за пылевой частицей. Однако в отдаленных областях ($r \geq 5\lambda_i$ при $E_{eff} = 1,5$ и $r \geq 8\lambda_i$ при $E_{eff} = 6$) значения $n_1(r)$ становятся очень малыми ($n_1(r) < 10^{-4}n_\infty$). В области $r > 10\lambda_i$ функция $n_1(r)r^3$ полностью скрыта шумом, и вычислить какой-либо интеграл с требуемой точностью не представляется возможным (на рис. 2,б области $r > 10\lambda_i$ не показаны). С увеличением напряженности электрического поля положения максимумов смещаются в радиальном направлении.

Рассчитанное для различных полей самосогласованное распределение электрического потенциала $U(r, \theta)$ ($\theta = 0, 180^\circ$) представлено на рис. 3. Видно, что при больших значениях напряженности внешнего электрического поля вниз по потоку от пылевой частицы возникают положительные максимумы электрического потенциала. С увеличением напряженности электрического поля представленное на рис. 4 максимальное значение потенциала $U_{max}(r, \theta)$ ($\theta = 0^\circ$) линейно возрастает и затем выходит на постоянное значение. При большем радиусе частицы пыли (и большем заряде) максимальное значение потенциала увеличивается практически с той же скоростью, но выходит на большее предельное значение.

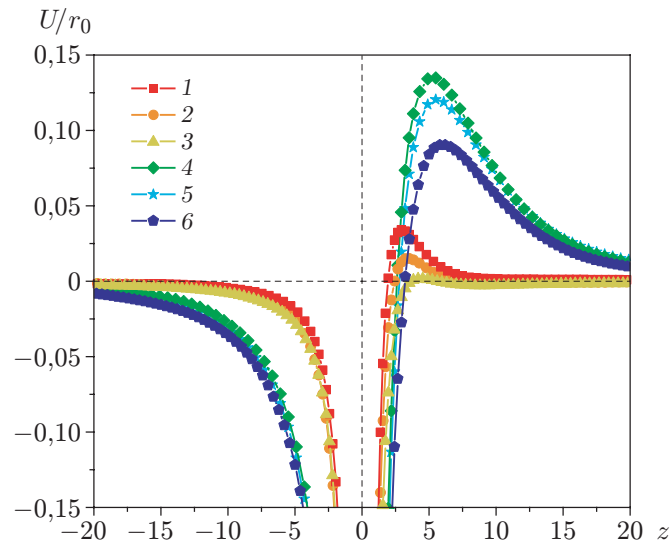


Рис. 3. Распределение потенциала $U(r, \theta)$ при $l_i/\lambda_i = 5$ и различных значениях r_0 и E_{eff} :

1-3 — $E_{eff} = 1,5$ (1 — $r_0 = 1$ мкм, 2 — $r_0 = 2$ мкм, 3 — $r_0 = 4$ мкм), 4-6 — $E_{eff} = 25,0$ (4 — $r_0 = 1$ мкм, 5 — $r_0 = 2$ мкм, 6 — $r_0 = 6$ мкм)

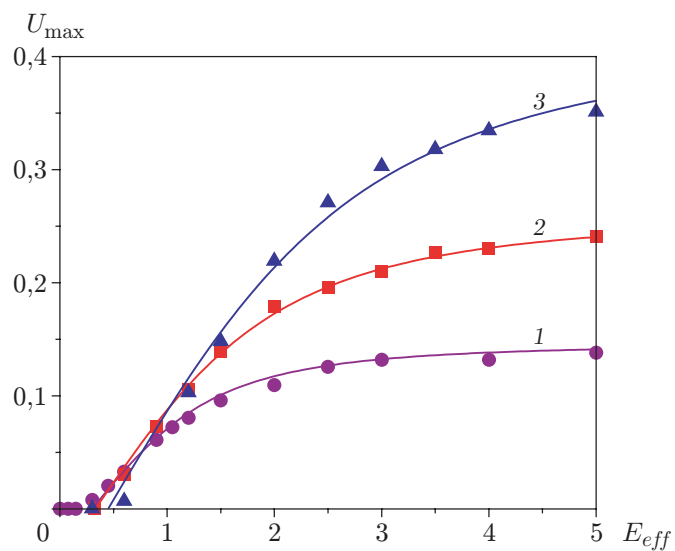


Рис. 4. Зависимость положительного максимума потенциала $U_{max}(r, \theta)$ от E_{eff} при $l_i/\lambda_i = 5$ и различных значениях r_0 :

1 — $r_0 = 1$ мкм, 2 — $r_0 = 2$ мкм, 3 — $r_0 = 4$ мкм

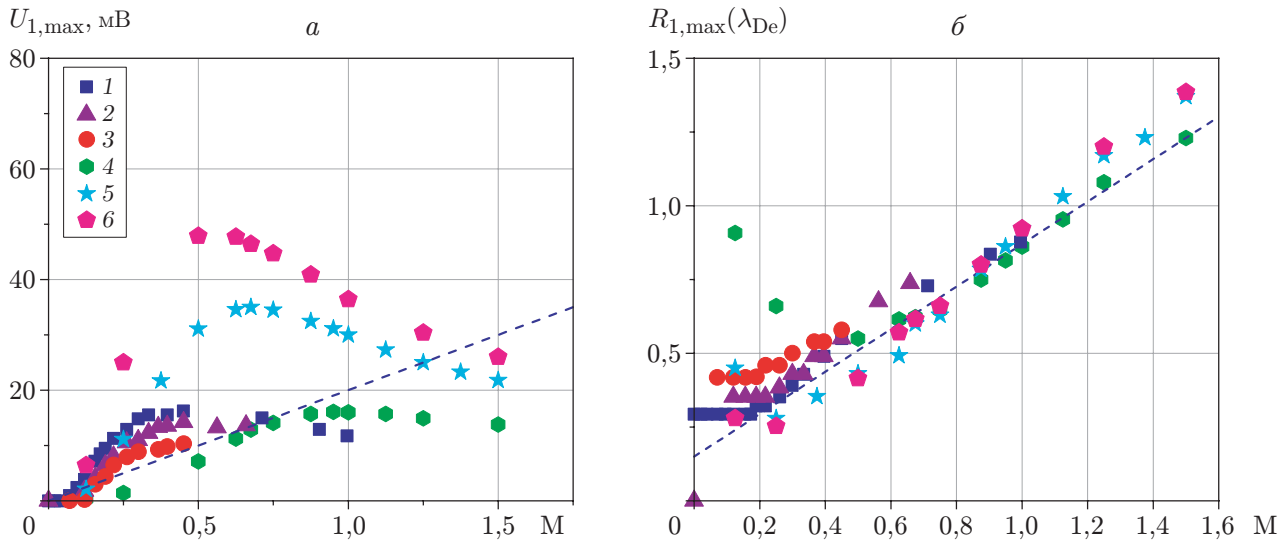


Рис. 5. Зависимости величины (а) и положения (б) первого положительного максимума потенциала от числа Маха, полученные методами MD (1–3) и LR (4–6) [13]:

1–3 — $\tau = 100$, $l_i/\lambda_i = 5$ (1 — $r_0 = 1$ мкм, 2 — $r_0 = 2$ мкм, 3 — $r_0 = 4$ мкм), 4 — $\tau = 10$,
5 — $\tau = 30$, 6 — $\tau = 50$

Сравнение полученных результатов с результатами расчетов методами LR и PIC. Рассматриваемые ниже данные, полученные с помощью подходов PIC и LR, приведены в работе [13]. Плотности ионов и электронов в [13] равны: $n_e = n_i = 2,0 \cdot 10^{-8} \text{ см}^{-3}$. Рассматриваемая температура электронов $T_e = 2,6$ эВ. Соответствующая электронная дебаевская длина $\lambda_{De} = 845$ мкм. Атомная масса аргона $m_n = m_i = 6,634 \cdot 10^{-23}$ г соответствует скорости Бома (аналогу скорости звука в плазме) $c_s = (kT_e/m_i)^{1/2} = 250\,000$ см/с, которая определяет еще один важный безразмерный параметр системы — число Маха $M = u_i/c_s$. В работе [13] при моделировании методом PIC использовалось приближение для ионов с уменьшенной массой, при котором $m_i/m_e = 120$. Заряд пылевой частицы в [13] выбирался в качестве параметра и для задачи, решаемой с помощью метода LR, был равен $Q_{d,LR} = -10^4 e_0$, для задачи, решаемой с использованием метода PIC, рассчитывался самосогласованно и был равен $Q_{d,PIC} = -10^5 e_0$ для частицы радиусом $r_0 = 0,185 \lambda_{De}$.

Ниже проводится сравнение характеристик вейка, возникающего вниз по течению от пылевой частицы. Следует отметить, что задачи о потоке плазмы и возникновении внешнего электрического поля в плазме различаются. В первом случае ионы, электроны и нейтральные атомы движутся в одном и том же направлении с одинаковой скоростью, во втором — векторы средних скоростей ионов и электронов параллельны, но разнонаправлены, при этом нейтральные атомы плазмы покоятся.

Зависимости величины первого максимума потенциала и его положения от числа Маха M , полученные методами MD и LR в работе [13], показаны на рис. 5. Для проведения сравнения результатов расчетов, полученных методами MD и LR, результат моделирования методом MD нормировался на отношение радиуса пылевой частицы в MD-коде и радиуса частицы, для которого самосогласованно рассчитывался заряд $Q_{d,LR} = -10^4 e_0$. Для режимов с $r_0 = 1, 2, 4$ мкм это отношение составило приблизительно 1,25; 2,50; 5,00 соответственно.

Данные, полученные методом LR, представлены для различных значений τ , причем при $\tau = 10, 30$ расчет проводился для бесстолкновительной плазмы, а при $\tau = 50$ —

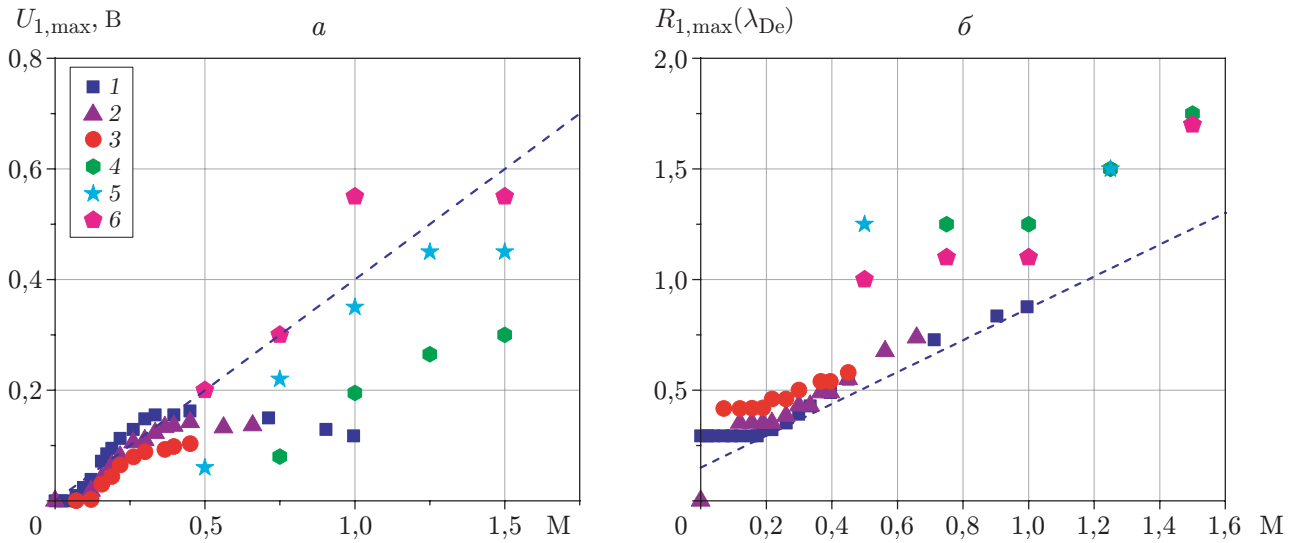


Рис. 6. Зависимости величины (а) и положения (б) первого положительного максимума потенциала от числа Маха, полученные методами MD (1–3) и PIC (4–6) [13]:

1–3 — $\tau = 100$, $l_i/\lambda_i = 5$ (1 — $r_0 = 1$ мкм, 2 — $r_0 = 2$ мкм, 3 — $r_0 = 4$ мкм), 4 — $\tau = 10$,
5 — $\tau = 30$, 6 — $\tau = 100$

для плазмы с $l_i/\lambda_i = 10$. Расчеты с использованием модели MD проведены при $\tau = 100$, $l_i/\lambda_i = 5$.

Из рис. 5,б, на котором показано положение максимумов потенциала, определенных с помощью методов LR и MD, следует, что при увеличении M максимум потенциала смещается линейно. Положения максимумов, рассчитанные с использованием обоих методов, хорошо согласуются, в то время как зависимости величины максимума потенциала от числа Маха M , представленные на рис. 5,а, различаются, что обусловлено различием параметров плазмы, при которых проводились вычисления.

Зависимости величины первого максимума потенциала и его положения от числа Маха M , полученные методами PIC и MD, приведены на рис. 6. Так как размеры пылевых частиц различались в 12,5; 25,0; 50,0 раз (для режимов с $r_0 = 1, 2, 4$ мкм соответственно), для проведения более точного сравнения результаты, полученные методом MD, нормировались на отношение их радиусов. Данные, полученные методом PIC, представлены для различных значений τ , расчет проводился для бесстолкновительной плазмы. Расчеты с использованием модели MD проведены при $\tau = 100$, $l_i/\lambda_i = 5$.

Как и в случае расчетов методом LR, при увеличении M положения максимумов потенциала все же смещаются линейно (см. рис. 6,б). Положения максимумов, определенные методами PIC и MD, согласуются хуже, чем положения максимумов, определенные методами LR и MD. Следует отметить также результаты вычислений методом PIC для бесстолкновительного режима при $\tau = 100$. Если по точкам, полученным методом PIC, провести асимптоту, то зависимость, полученная методом MD в области малых чисел Маха, будет дополнять зависимость, полученную с использованием метода PIC в области больших чисел Маха.

Отсутствие в работе [13] данных для малых значений M объясняется нестабильностью метода PIC. В случае малых значений скоростей и отношений температур самосогласованное численное решение, полученное этим методом, может не сходиться [13], в то время как при использовании рассматриваемого в данной работе метода MD погрешности, возника-

ющие при вычислении гармоник и потенциала, в случае малых значений напряженности полей и чисел Маха меньше. При увеличении анизотропии шумы усиливаются, что препятствует получению данных при больших значениях напряженности полей. На рис. 5, *a*, 6, *a* зависимости величины максимума потенциала от числа Маха, полученные методами LR, PIC и MD, имеют четко выраженный максимум. У зависимости, полученной методом MD, максимум достигается при меньшем числе Маха вследствие учета столкновений ионов с нейтральными атомами, которые, как известно, нарушают вейковую структуру. Кроме того, в расчетах, выполненных с помощью всех трех методов, зависимость положения максимума потенциала от скорости, очевидно, является линейной. Методы LR, PIC и MD можно считать взаимодополняющими: использование метода PIC позволяет более точно рассчитать самосогласованные потенциалы вдали от пылевой частицы при больших скоростях, использование метода MD — потенциалы вблизи частицы при слабых внешних полях, а при использовании метода LR можно с одинаковой точностью рассчитать потенциалы вдали от частицы и вблизи нее при различных значениях скорости, но при этом не учитывается кинетика плазмы.

Выводы. В работе с помощью метода MD исследовано распределение электростатического потенциала вокруг сферической пылевой частицы, помещенной во внешнее электрическое поле. Проведено сравнение результатов моделирования методом MD с результатами расчетов, полученными с помощью широко используемых при изучении пылевой плазмы методов LR и PIC. Установлено, что наличие как внешнего электрического поля, так и потока плазмы приводит к возникновению за массивной пылевой частицей осцилляций — отклонений от статически экранированного кулоновского потенциала, которые называются вейками.

Проведено сравнение результатов, полученных методами LR, MD и PIC, при различных скоростях плазменного потока. Результаты расчетов с помощью всех трех методов моделирования качественно согласуются, несмотря на наличие шума в результатах расчетов методами PIC и MD и неучет кинетики заряженных частиц в расчетах с использованием метода LR. Установлено, что при увеличении числа Маха положение максимума потенциала смещается линейно относительно пылевой частицы. Показано, что зависимость максимального положительного потенциала от скорости имеет экстремум.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Цитович В. Н., Винтер Д.** Пыль в установках управляемого термоядерного синтеза // Успехи физ. наук. 1998. Т. 168, № 8. С. 899–907.
2. **Shukla P. K.** Introduction to dusty plasma physics / P. K. Shukla, A. A. Mamun. Bristol: Inst. of Phys. Publ., 2002.
3. **Ishihara O.** Complex plasma: dusts in plasma // J. Phys. D: Appl. Phys. 2007. V. 40, iss. 8. P. 121–147.
4. **Piel A., Melzer A.** Dynamical processes in complex plasmas // Plasma Phys. Controlled Fusion. 2002. V. 44. P. 1–26.
5. **Havnes O., Morfill G. E., Goertz C. K.** Plasma potential and grain charges in a dust cloud embedded in a plasma // J. Geophys. Res. 1984. V. 89, N 10. P. 999–1003.
6. **Khrapak S. A., Ratynskaia S. V., Zobnin A. V., et al.** Particle charge in the bulk of gas discharges // Phys. Rev. E. 2005. V. 72. 016406.
7. **Vladimirov S. V.** Physics and applications of complex plasmas / S. V. Vladimirov, K. Ostrikov, A. A. Samarian. L.: Imperial College Press, 2005.

8. **Takahashi K., Oishi T., Shimomai K. I., et al.** Analyses of attractive forces between particles in Coulomb crystal of dusty plasmas by optical manipulations // *Phys. Rev. E*. 1998. V. 58. P. 7805–7811.
9. **Bonitz M., Block D., Arp O., et al.** Structural properties of screened Coulomb balls // *Phys. Rev. Lett.* 2006. V. 96. 075001.
10. **Henning C., Fujioka K., Ludwig P., et al.** Existence and vanishing of the breathing mode in strongly correlated finite systems // *Phys. Rev. Lett.* 2008. V. 101. 045002.
11. **Vladimirov S. V., Nambu M.** Attraction of charged particulates in plasmas with finite flows // *Phys. Rev. E*. 1995. V. 52. P. 2172–2174.
12. **Rommel J. M., Kalman G.** Analytical properties of the quadratic density response and quadratic dynamical structure functions: Conservation sum rules and frequency moments // *Phys. Rev. E*. 1996. V. 54. P. 3518–3530.
13. **Ludwig P., Wojciech J. M., Kählert H., Bonitz M.** On the wake structure in streaming complex plasmas // *New J. Phys.* 2012. V. 14. 053016.
14. **Vladimirov S. V., Maiorov S. A., Cramer N. F.** Kinetics of plasma flowing around two stationary dust grains // *Phys. Rev. E*. 2003. V. 67. 016407.
15. **Sukhinin G. I., Fedoseev A. V., Salnikov M. V., et al.** Plasma anisotropy around a dust particle placed in an external electric field // *Phys. Rev. E*. 2017. V. 95. 063207.

Поступила в редакцию 28/VI 2018 г.
