

УДК 533.7

ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННАЯ ЭВОЛЮЦИЯ ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОВ В ЗНАКОПЕРЕМЕННОМ ЭЛЕКТРИЧЕСКОМ ПОЛЕ*

А.В. ФЕДОСЕЕВ¹, Г.И. СУХИНИН^{1,2}

¹Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

²Новосибирский государственный университет

Построена численная модель решения нестационарного нелокального кинетического уравнения Больцмана для функции распределения электронов по энергии. Уравнение Больцмана для изотропной части функции распределения, записанное в естественных переменных кинетическая энергия–координата, решалось методом установления. Модель применялась для описания пространственно-временной эволюции функции распределения электронов в однородном электрическом поле. Для модельного распределения электрического поля с “отрицательным” значением в Фарадеевом темном пространстве и “положительным” значением в положительном столбе тлеющего разряда получены основные макроскопические параметры электронов, подтвержден диффузионный механизм переноса электронного тока в области отрицательного электрического поля.

ВВЕДЕНИЕ

Тлеющие разряды в газах низкого давления широко используются в различных технологиях и научных приложениях. Многочисленны применения тлеющего разряда для плазмохимического осаждения тонких пленок и покрытий в микроэлектронике, в плазменных дисплейных панелях, для активации газа в плазмохимических реакторах, для очистки поверхностей материалов, при создании активных сред газоразрядных лазеров и различных источников света, в газоразрядных коммутирующих приборах и т. д. Для описания плазмы разрядов низкого давления с малой плотностью тока необходимо рассматривать нелокальную электронную кинетику. Особенно это относится к неоднородным областям плазмы, таким как приэлектродные слои, переходное Фарадеево темное пространство (ФТП), плазма стратифицированного положительного столба (ПС) разряда. Функция распределения электронов (ФРЭ) не находится в равновесии с локальным электрическим полем, а зависит от предыстории движения электронов. Высокоэнергетичная часть ФРЭ существенно зависит от конкретных условий в разряде, а именно: высокоэнергетическая часть ФРЭ определяет константы процессов ионизации, скоростей возбуждения молекул и т. д. Основы нелокальной теории при рассмотрении разрядов содержатся в работах [1, 2].

Механизм возникновения и распространения ионизационных волн в положительном столбе разряда может меняться при различных давлениях и токах разряда. В инертных газах при малых токах и не очень высоких давлениях, когда электрон-электронные столкновения не играют существенной роли, формирование ФРЭ

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 07-02-00781-а) и Гос.контракта № 02.513.11.3242.

и энергетический баланс определяются упругими столкновениями электронов. Механизм стратификации при меньших плотностях связан с резонансными эффектами, когда баланс энергии определяется неупругими столкновениями электронов (длина релаксации энергии в неупругих процессах значительно меньше, чем длина релаксации в упругих процессах, $\lambda^{\text{in}} \ll \lambda^{\text{el}}$). В этом случае потери энергии в упругих столкновениях малы, и электроны набирают энергию возбуждения на длине $L \geq U^{\text{ex}}/(eE_0)$ с последующей потерей энергии в неупругих столкновениях (U^{ex} — порог возбуждения электронного состояния атома, E_0 — средняя напряженность электрического поля). Длина L определяет шкалу неоднородности поля, т. е. длину страт. Этот механизм предполагает, что длина релаксации энергии в упругих столкновениях $\lambda^{\text{el}} \sim (M/m)^{1/2} \lambda$ (λ — длина свободного пробега электрона, m и M — массы электрона и атома, соответственно) значительно превосходит длину страт, $\lambda^{\text{el}} \gg L$. При низких плотностях газа нелокальная природа электронной кинетики и ФРЭ точно установлена, и функция распределения электронов формируется на всем профиле потенциала в страте. Противоположный случай реализуется при повышенных давлениях, когда упругие столкновения доминируют в балансе энергии и справедливо неравенство $\lambda^{\text{el}} < L$. Чем меньше отношение λ^{el}/L , тем ближе ФРЭ к локальной функции распределения.

Имеется много попыток описать страты в ПС с помощью нелокальной кинетической теории на основе решения кинетического уравнения Больцмана. С помощью разложения функции распределения электронов в ряд по полиномам Лежандра (обычно используется двухчленное приближение) пространственно неоднородное уравнение Больцмана трансформируется в уравнение в частных производных для изотропной части ФРЭ. В уравнение входят члены, описывающие упругие и неупругие столкновения электронов с атомами, содержащие сдвинутые по энергиям аргументы. В работе [3] представлена численная схема решения такого уравнения с соответствующими граничными условиями, записанного в переменных полная энергия электронов–координата (вместо кинетическая энергия–координата). Предложенный в [4, 5] переход от кинетической энергии электронов к полной энергии существенно упрощает решение уравнения Больцмана, параболическое уравнение для изотропной части ФРЭ в [3] решается для заданного значения полной энергии методом прогонки по уже известным значениям ФРЭ при большей полной энергии электронов. Метод позволил рассмотреть ФРЭ и соответствующие макроскопические параметры электронов в заданном пространственном распределении электрического поля, а также учесть влияние неоднородностей электрического поля на формирование ФРЭ. Подобные численные схемы с некоторыми изменениями были использованы в других работах [6–8] для описания релаксации ФРЭ в инертных газах в постоянном электрическом поле после введения некоторого возмущения поля в начале ПС или при изучении электронной релаксации в синусоидальных (“стратоподобных”) электрических полях. В работе [9] представлен метод решения нестационарного нелокального уравнения Больцмана, записанного в переменных полная энергия электронов–координата, которое решалось методом, основанном на методе из работы [3]. С помощью модели получена пространственно-временная эволюция ФРЭ в заданном однородном электрическом поле — процесс формирования во времени пространственных структур в промежутке положительный столб–анод.

В газовых разрядах существуют области, где электрическое поле может менять знак. В области между катодным слоем и положительным столбом (в начале ФТП) электрическое поле становится отрицательным [10–13]. Имеются некоторые указания на то, что в области сильных страт и в низковольтной дуге может возникать обратное поле, направленное от анода к катоду [13]. В таких областях

возникает потенциальная яма для электронов, т. е. потенциал в разряде становится немонотонным, и развитая в [3] модель решения уравнения Больцмана в переменных полная энергия–координата становится неприменимой. Необходимо рассмотреть уравнение Больцмана в естественных переменных кинетическая энергия электронов–координата. В [14] нестационарное уравнение Больцмана для изотропной части ФРЭ, записанное в естественных переменных кинетическая энергия электронов–координата, решалось методом установления, начиная с некоторого начального распределения ФРЭ. В модели описан процесс формирования ФРЭ в пространстве и времени для различных газов, значений электрического поля и граничных условий, а также находились различные транспортные коэффициенты электронов.

В настоящей работе представлен метод решения нелокального нестационарного уравнения Больцмана для ФРЭ в переменных кинетическая энергия электронов–координата (аналогичный [14]). Построенная модель позволяет описать пространственно-временную эволюцию ФРЭ, объяснить кинетический механизм возникновения стратификации положительного столба разряда в инертных газах в заданном распределении электрического поля, аналогично модели [3]. Кроме того, построенная схема решения уравнения Больцмана методом установления позволяет получить пространственное распределение ФРЭ в случае знакопеременного распределения электрического поля. В работе сделан расчет для модельного стационарного распределения электрического поля: с постоянным значением поля в положительном столбе разряда и провалом перед ПС. Значение электрического поля в провале имеет слабое отрицательное значение и соответствует ФТП. Результаты работы подтверждают диффузионный механизм переноса электронного тока в области газового разряда с отрицательным электрическим полем, описанный в [12].

1. МОДЕЛЬ

Для описания пространственной и временной эволюции электронов плазмы тлеющего разряда использовалось нестационарное нелокальное уравнение Больцмана для функции распределения $F(\vec{v}, \vec{x}, t)$ электронов по скоростям

$$\frac{\partial F}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial F}{\partial \vec{x}} - \frac{e_0}{m_e} \vec{E} \frac{\partial F}{\partial \vec{v}} = S^{\text{el}}(F) + \sum_k S_k^{\text{in}}(F), \quad (1)$$

где S^{el} — интеграл упругих соударений, S_k^{in} — интеграл неупругих соударений (включает несколько процессов неупругих соударений электронов с атомами аргона), $-e_0$ — заряд и m_e — масса электрона, $\vec{E}(\vec{x}, t)$ — приложенное локальное электрическое поле. Для разряда в трубке влиянием краевых эффектов на стенках пренебрегалось и предполагалось, что распределение электрического поля только аксиальное; поле направленно вдоль оси z , $\vec{E}(\vec{x}, t) = \vec{i}_z E(z, t)$. Функция $F(\vec{v}, \vec{x}, t)$ распределения электронов симметрична вокруг оси z и сводится к зависимости $F(v, v_z/v, z, t)$ от величины $v = |\vec{v}|$, направляющего косинуса $\cos \vartheta = v_z/v$, пространственной координаты z и времени t . Предполагая слабую анизотропию, в разложении ФРЭ по полиномам Лежандра оставлялись только первые два члена (так называемое двучленное приближение)

$$F(v, v_z/v, z, t) = f_0(v, z, t) + f_1(v, z, t) \frac{v_z}{v}. \quad (2)$$

Здесь f_0 — изотропная часть ФРЭ, f_1 — анизотропная часть ФРЭ. Если подставить разложение (2) в уравнение (1) и проинтегрировать по $2\pi d \cos\vartheta$ и $2\pi \cos\vartheta d\cos\vartheta$, после перехода к кинетической энергии $U = \frac{mv^2}{2}$ получим систему двух уравнений (3) и (4) на изотропную и анизотропную части функции распределения электронов по энергиям (ФРЭЭ):

$$\left(\frac{m_e}{2}\right)^{1/2} U^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial t} + \frac{1}{3} U \frac{\partial f_1}{\partial z} - \frac{e_0 E(z, t)}{3} \frac{\partial(Uf_1)}{\partial U} - \frac{\partial}{\partial U} \left[2 \frac{m_e}{M} U^2 N_g Q^{\text{el}}(U) f_0 \right] + \sum_k U N_g Q_k^{\text{in}}(U) f_0 - \sum_k (U + U_k^{\text{in}}) N_g Q_k^{\text{in}}(U + U_k) f_0(U + U_k^{\text{in}}, r, t) = 0, \quad (3)$$

$$\left(\frac{m_e}{2}\right)^{1/2} U^{1/2} \frac{\partial f_1}{\partial t} + \frac{\partial f_0}{\partial z} - e_0 E(z, t) \frac{\partial f_0}{\partial U} + H(U) f_1 = 0, \quad (4)$$

где N_g — плотность нейтральных частиц массой M , $Q^{\text{el}}(U)$ — транспортное сечение рассеяния в упругих столкновениях, $Q_k^{\text{in}}(U)$ — сечение k -го неупругого столкновения с потерей электроном энергии U_k , коэффициент $H(U) = N_g Q^{\text{el}}(U) + \sum_k N_g Q_k^{\text{in}}(U)$. Предполагалось, что атомы газа неподвижны. Столкновениями электронов с ионами и метастабильными частицами пренебрегалось. Предполагалось произвольное рассеяние электронов в упругих соударениях и изотропное рассеяние в неупругих соударениях. Последний член в уравнении (3) с аргументом $U + U_k$ отвечает за появление электрона с кинетической энергией U вследствие потери им энергии U_k в k -ом неупругом процессе. Скорость установления изотропной и анизотропной частей ФРЭЭ по времени в уравнениях (3)–(4) определяется отношением между частотами потери импульса и энергии в упругих и неупругих процессах, а также скоростью изменения электрического поля $E(z, t)$. В большинстве газов частота потери импульса обычно превышает частоты потери энергии и в упругих и в неупругих процессах. Поскольку скорость установления анизотропной части ФРЭЭ намного больше скорости установления изотропной части ФРЭЭ, производной по времени в уравнении (4) пренебрегалось. С учетом этого выразим из (4) анизотропную часть ФРЭЭ

$$f_1(U, z, t) = -\frac{1}{H(U)} \left(\frac{\partial f_0(U, z, t)}{\partial z} - e_0 E(z, t) \frac{\partial f_0(U, z, t)}{\partial U} \right). \quad (5)$$

Подставляя (5) в (3), получаем уравнение в частных производных на изотропную часть ФРЭЭ

$$\begin{aligned} & \left(\frac{m_e}{2}\right)^{1/2} U^{1/2} \frac{\partial f_0}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial z} \left[B(U) \left(\frac{\partial f_0}{\partial z} - e_0 E(z, t) \frac{\partial f_0}{\partial U} \right) \right] + \\ & + \frac{\partial}{\partial U} \left[B(U) e_0 E(z, t) \left(\frac{\partial f_0}{\partial U} \right) \right] - \frac{\partial}{\partial U} [C(U) f_0] + \\ & + \sum_k G_k(U) f_0 - \sum_k G_k(U + U_k^{\text{in}}) f_0(U + U_k^{\text{in}}, z, t) = 0, \end{aligned} \quad (6)$$

где коэффициенты $B(U) = \frac{1}{3} \frac{U}{H(U)}$, $C(U) = 2 \frac{m_e}{M} U^2 N_g Q^{\text{el}}(U)$, $G_k(U) = U N_g Q_k^{\text{in}}(U)$.

Уравнение (6) описывает пространственно-временную эволюцию изотропной части ФРЭЭ, которая определяется набором энергии электронов в электрическом поле и ее потерей в различных упругих и неупругих электрон-атомных столкновениях. Сечения рассеяния электронов в аргоне брались из базы данных [15]. Все ионизационные столкновения трактовались только как процессы потери энергии, т. е. не изменяющие числа частиц. Конечно-разностная форма уравнения (6) имеет первый порядок точности по времени t и второй порядок точности по координате z и энергии U . Начиная с некоторого начального распределения изотропной части ФРЭЭ $f_0^{t=0}(U, z)$ в координатной плоскости (U - z) уравнение (6) решалось методом установления. Поскольку уравнение (6) для изотропной части ФРЭЭ представляет собой нелинейную неявную зависимость $f_0(f_0, U, z, t)$, оно решалось неявным методом. В момент времени $t_{k=1}$ находилась первая аппроксимация функции распределения. В качестве нулевой итерации использовалась начальная функция $f_0^{t=0}(U, z)$. Полученное решение, соответствующее первой итерации, использовалось вновь вместо нулевой итерации и т. д. до тех пор, пока отличие решений для соседних итераций не удовлетворяло некоторому критерию (в настоящей работе относительное отличие ФРЭЭ меньше 10^{-5}). Далее находилось решение для следующего момента времени t_{k+1} . В данной модели число итерации не превышало 2–3. Шаг по времени при таком подходе имеет порядок $\Delta t \sim 10^{-11}$ с для определенных значений шага по энергии и координате. Расчеты проводились до момента времени порядка $t_{\max} \sim 10^{-6} - 10^{-4}$ с, при котором решение для ФРЭЭ сходилось к конечному значению, не зависящему от вида выбранного начального распределения.

Область решения уравнения (6) приведена на рис. 1. Координатная плоскость U - z делилась на домены с узлами $D_u = \{U_0 = 0, U_1, \dots, U_i, \dots, U_I = U_{\max}\}$, $D_z = \{z_0 = 0, z_1, \dots, z_j, \dots, z_J = z_{\max}\}$. Число узлов сетки на плоскости варьировалось в пределах $I = 100 - 500$, $J = 100 - 500$. Электрическое поле направлено в противоположную сторону оси z так, чтобы электроны разгонялись в положительном направлении оси. В точке i, j производные первого и второго порядка и смешанные производные определялись по известным значениям ФРЭЭ с предыдущей итерации в точках $(i \pm 1, j \pm 1)$, $(i \pm 1, j)$, $(i, j \pm 1)$, (i, j) .

При $z = 0$ стационарная анизотропная часть функции распределения электронов задавалась Гауссовой функцией

$$f_1(U, z = 0) = cU \exp \left[- \left(\frac{U - U_m}{\Delta U} \right)^2 \right], \quad (7)$$

которая моделирует пучок электронов. Использовались различные значения средней энергии электронов и ширины распределения пучка. Нормировочная константа c определялась из условия равенства плотности потока электронов на входе в расчетную область 1 мА/см^2 . Зная распределение анизотропной части ФРЭЭ на катодной границе рассматриваемой области и предполагая начальное распределение изотропной части ФРЭЭ однородной ($\partial f_0 / \partial z = 0$,

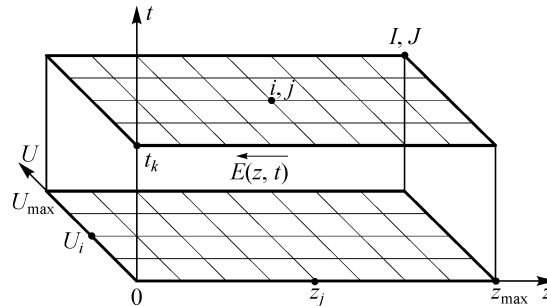


Рис. 1. Область решения уравнения (6).

$t = 0$), в однородном распределении электрического поля, с помощью выражения (5) находим начальное распределение $f_0(U, 0 \leq z \leq z_{\max}, t = 0)$

$$f_0(U, t = 0) = \frac{1}{e_0 E(t = 0)} \int_U^{\infty} H(U) f_1(U, z = 0) dU. \quad (8)$$

Максимальная рассматриваемая кинетическая энергия U_{\max} выбрана так, чтобы для заданного значения приведенного электрического поля E/N_g функция распределения электронов с энергией U_{\max} всюду равнялась нулю. Анизотропная часть функции распределения равна нулю при кинетической энергии электронов, равной нулю (следует из (6)). В соответствии с этим условием и условием (5) находилось значение изотропной части ФРЭЭ на нижней границе ($U = 0$). На правой границе ($z = z_{\max}$) ставилось условие $\partial^2 f_0 / \partial z^2 = 0$, что не ограничивает ни значение f_0 на границе, ни значение ее производной.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ

В результате численного расчета уравнения (6) получена пространственно-временная эволюция формирования немонотонной функции распределения. Расчеты проводились для давления аргона $p = 1$ Тор в постоянном электрическом поле $E = 8$ В/см. На рис. 2 показан логарифм изотропной части ФРЭЭ, отложенный по вертикали, в зависимости от кинетической энергии U и координаты z в различные моменты времени: начальное однородное распределение, в моменты $t = 0,168$ и $1,68$ мкс и конечное распределение. Искусственно заданная изотропная часть ФРЭЭ (см. рис. 2, *a*), соответствующая некоторому энергетическому распределению входящего пучка электронов (см. (7), (8)), на начальном этапе быстро подстраивается под заданные для аргона сечения рассеяния. ФРЭЭ трансформируется так, чтобы сбалансировать набор энергии электронами в постоянном электрическом поле и потерю энергии электронами в упругих и неупругих столкновениях. Видно, что начальное распределение ФРЭЭ немного уже, чем распределение

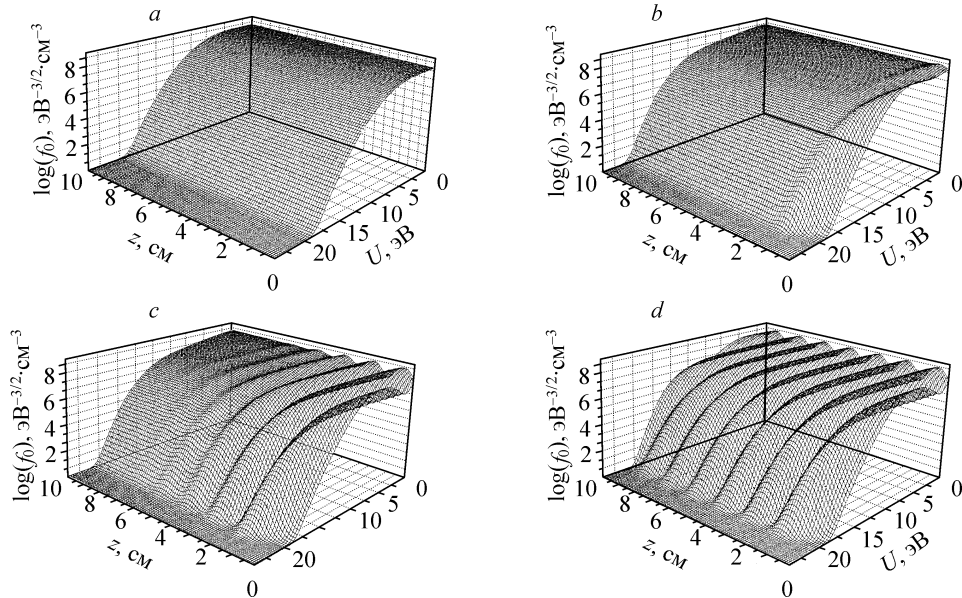


Рис. 2. Трехмерное представление изотропной части функции распределения в различные моменты времени.

Начальное распределение (*a*), 0,168 (*b*) 1,68 (*c*), 8,43 (*d*) мкс.

в момент $t = 0,168$ мкс (см. рис. 2, *b*), хвост функции распределения сместился в область с бóльшей кинетической энергией. Поскольку энергетическая зависимость анизотропной части ФРЭЭ на катодной границе ПС задана и не меняется во времени, суженный пучок электронов смещается с ростом координаты z в область с бóльшей кинетической энергией U . При достижении первого порога энергии, связанного с потерей энергии электронов в неупругом столкновении, горб в ФРЭЭ возникает в области с нулевой кинетической энергией (см. рис. 2, *b*). Далее такой периодический процесс набора энергии электронов в электрическом поле и потери в электрон-атомных столкновениях развиваются от катодной стороны ПС в пространстве и во времени. На рис. 2, *c* представлены расчетные результаты для $t = 1,68$ мкс. Видны 5–6 сформированных страт. Конечное распределение ФРЭЭ представлено на рис. 2, *d* и соответствует моменту $t = 8,43$ мкс.

Полное падение потенциала на рассматриваемом промежутке равняется 80 В и соответствует примерно $6,5 \cdot L$, откуда падение потенциала на длине страты L получается равным $L(eE_0) \approx 12,3$ эВ и немного превышает первый порог возбуждения $U_1 \approx 11,3$ эВ. Интересно отметить, что в отсутствие упругих потерь и при наличии только одного процесса потери энергии с порогом U_1 с большим значением сечения рассеяния (приближение черной стенки) конечные распределения макроскопических параметров были бы незатухающими, а расстояние между стратами строго соответствовало бы длине $L = U_1/eE_0$ набора энергии U_1 в электрическом поле [16]. Уже в 1952 в работе [17] указывалось на подобный механизм возникновения стратификации в ПС, когда электроны периодически набирают энергию в электрическом поле и теряют ее в неупругих соударениях. Подробный и, по существу, первый анализ кинетического механизма явления стратификации был проведен Л.Д. Цендиным [16].

Получаемые решения сильно зависят от граничного условия на катодной стороне ПС. В частности, если в энергетическом распределении пучка электронов (см. (7)) среднюю энергию U_m задать меньшей, то электроны будут дольше разгоняться до значения $L(eE_0) \approx 12,3$ эВ. Горб ФРЭЭ будет достигать этого значения дальше по оси координат z , также сместятся по оси z и остальные страты. Здесь можно провести аналогию с фазой страты. Получаемое решение также зависит и от ширины задаваемого пучка электронов. При задании более узкого пучка электронов получаемое решение во всей области будет более выраженное. Если для случая однородного электрического поля в качестве начального однородного распределения изотропной части ФРЭЭ подставить решение однородного уравнения Больцмана, то страты не сформируются, поскольку ФРЭЭ в каждой точке z построена под сечения рассеяния и в каждой точке происходят одинаковые набор энергии электронов в поле и потеря энергии в соударениях. Для образования страт при таком начальном (и стационарном катодном граничном) условии необходимо наличие в распределении электрического поля провала, в котором бы пучок электронов “термолизировался” [3]. При попадании термолизованного пучка электронов в область с большим электрическим полем, суженное распределение электронов по энергиям приведет к стратификации промежутка.

Из уравнения (6) находится пространственное распределение изотропной части ФРЭЭ, анизотропная часть ФРЭЭ выражается с помощью соотношения (5). Зная ФРЭ, мы можем определить ряд макроскопических параметров электронов интегрированием функции распределения по энергии. В частности, распределение плотности электронов и средней энергии электронов находится интегрированием изотропной части ФРЭЭ:

$$n_e(z, t) = \int_0^{\infty} U^{1/2} f_0(U, z, t) dU, \quad (9)$$

$$T_e(z, t) = \int_0^{\infty} U^{3/2} f_0(U, z, t) dU. \quad (10)$$

Плотность потока электронов и плотность потока энергии электронов определяется интегралами анизотропной части ФРЭЭ:

$$j_z(z, t) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{m_e}} \int_0^{\infty} U f_1(U, z, t) dU, \quad (11)$$

$$j_u(z, t) = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{m_e}} \int_0^{\infty} U^2 f_1(U, z, t) dU. \quad (12)$$

Предварительные расчеты показывают, что в данной области рассматриваемых параметров (приведенное электрическое поле $E/p \sim 8$ В/см/Тор) изменение числа частиц за счет ударной ионизации незначительно. Ионизация атомов аргона начинает играть роль при $E/p > 10$ В/см/Тор. В данной модели, однако, ионизация легко может быть учтена. Принимая во внимание то, что в интеграл неупругих соударений входят только консервативные члены, при соответствующем интегрировании по энергиям уравнений (3) и (4) получим уравнения баланса частиц и энергии:

$$\frac{\partial n_e(z, t)}{\partial t} = - \frac{\partial j_z(z, t)}{\partial z}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial u_e(z, t)}{\partial t} = - \frac{\partial j_u(z, t)}{\partial z} - e_0 E(z, t) j_z(z, t) - P^{el}(z, t) - \sum_k P_k^{in}(z, t), \quad (14)$$

где член потери энергии в упругих соударениях

$$P^{el}(z, t) = 2 \frac{m_e}{M} \sqrt{2/m_e} \int_0^{\infty} U^2 N Q^d(U) f_0(U, z, t) dU$$

и член потери энергии в k -ом неупругом соударении

$$P_k^{in}(z, t) = U_k^{in} \sqrt{2/m_e} \int_0^{\infty} U N Q_k^{in}(U) f_0(U, z, t) dU.$$

Уравнения баланса частиц (13) и энергии (14) должны выполняться в любой рассматриваемой пространственной точке z в любое время t и служить критерием правильности получаемых решений. В численных расчетах начальные и граничные условия, шаги по времени Δt , энергии ΔU и координате Δz , значения U_{\max} , z_{\max} , а также внешние параметры (значения электрического поля E и плотности газа N_g) выбирались так, чтобы относительное отклонение от выполнения балансов (13) и (14) не превышало одного процента.

На рис. 3. приведены распределения плотности электронов и скорости изменения плотности электронов в различные моменты времени 0,168 (a), 1,68 (b), 3,37 (c), 8,43 (d) мкс. Рис. 3, a соответствует рис. 2, b. В начальный момент времени электроны начинают разгоняться в электрическом поле, возникает градиент плотности потока электронов. В соответствии с уравнением баланса частиц (13) начинает изменяться плотность электронов. Скорость изменения плотности электронов приведена на нижних графиках рис. 3. Из рисунков видно, что максимальная скорость изменения плотности электронов смещается со временем в область с большим значением z . При $t > 1,68$ мкс скорость изменения плотности электронов

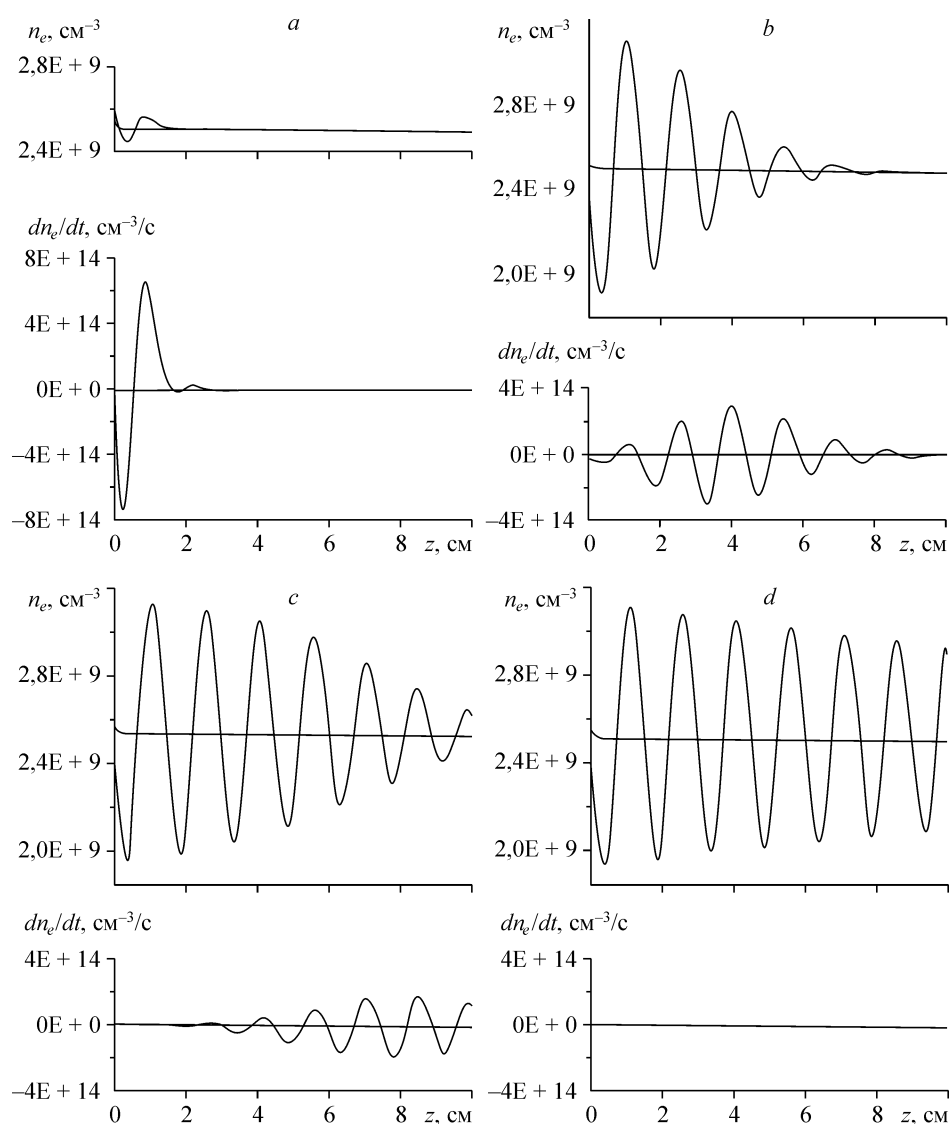


Рис. 3. Распределение плотности электронов и скорость ее изменения в различные моменты времени.
0,168 (a), 1,68 (b), 3,37 (c) 8,43 (d) мкс.

у катодной границы ПС практически становится равной нулю. При $t > 8,43$ мкс локальная плотность электронов всюду перестает изменяться. Градиент плотности потока электронов становится равным нулю, а плотность электронного тока — 1 mA/cm^2 в соответствии с нормировкой на катодной стороне ПС. Конечное распределение плотности электронов представлено на рис. 3, d. Видны сформированные эквидистантные страты, амплитуда которых слабо затухает с ростом координаты. Как уже отмечалось, пространственное затухание происходит из-за потерь энергии в упругих столкновениях. С увеличением давления газа потери энергии в упругих столкновениях увеличиваются, происходит более сильное затухание страт в сторону анода. В аргоне при давлении $p > 2$ Тор преобладают потери энергии в упругих столкновениях, и страты в данной модели не развиваются.

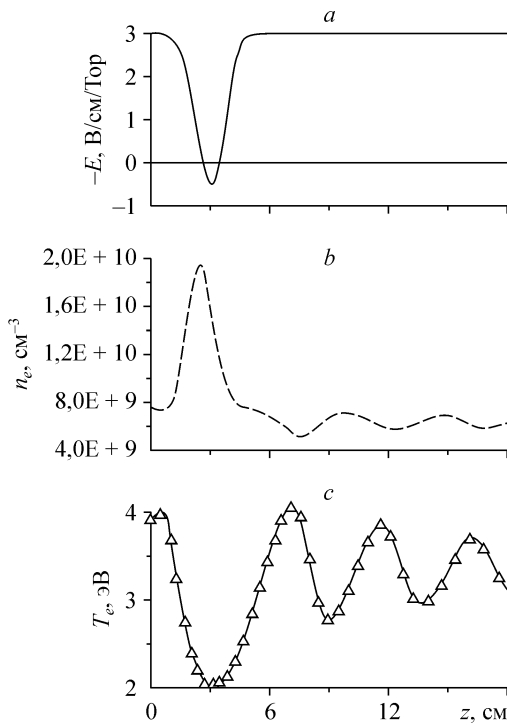


Рис. 4. *a* — модельное распределение электрического поля $E(z)$ с провалом при $z = 3$ см, *b* — конечное распределение плотности электронов $n_e(z)$, *c* — конечное распределение средней температуры электронов $T_e(z)$.

Как можно видеть из результатов работы, при малой плотности газа распределение плотности электронов в ПС сильно неоднородно, и следует предположить, что распределение плотности ионов, которые значительно медленнее электронов, должно отличаться от распределения плотности электронов. Вследствие этого должно возникнуть неоднородное резонансное распределение электрического поля, в котором горб функции распределения трансформировался бы в узкие пики, движущиеся вдоль резонансных траекторий (так называемый эффект бунчировки [18]).

Для более детального описания данного эффекта необходимо рассматривать электрическое поле на самосогласованном уровне.

Для исследования свойств функции распределения электронов в знакопеременном электрическом поле были проведены расчеты в модельном поле со средней величиной $-E_0 = 3$ В/см и провалом при $z = 3$ см, $-E(z = 3 \text{ см}) = -0,5$ В/см (рис. 4, *a*). Для пространственно неоднородного электрического поля трудно подобрать начальное распределение изотропной части ФРЭЭ. При неоднородном распределении электрического поля необходимо знать начальное пространственное и энергетическое распределение ФРЭЭ, которое, вообще говоря, не находится в локальной зависимости от поля. При задании неадекватной начальной ФРЭЭ (например, однородной) для этого распределения поля (см. рис. 4, *a*) решение уравнения (6) данным методом расходится даже при задании очень малого шага по времени. Чтобы избежать этой проблемы, начальное распределение ФРЭЭ и распределение электрического поля задавались пространственно однородными. Начальное постоянное электрическое поле $-E(z) = 3$ В/см медленно трансформировалось к указанному на рис. 4, *a* распределению

$$-E(z, t) = 3 - 3,5 \exp\left(-(z-3)^2\right) \left(1 - \exp(-t/t_r)\right). \quad (15)$$

Величина t_r выбиралась много больше шага по времени, $t_r \gg \Delta t$, и превышала время формирования ФРЭЭ в заданной точке (~ 1 мкс для заданного E/N_g). В ходе численного счета уравнения (6) во времени в каждый момент можно считать распределение поля квазистационарным. Приведенные ниже результаты являются сошедшимся решением стационарного уравнения (6) для стационарного электрического поля на момент времени $t = 50$ мкс.

На рис. 5 приведен логарифм изотропной части ФРЭЭ на координатной плоскости $U-z$ для данного распределения электрического поля. Видно, что в области провала поля ФРЭЭ более узкая по энергии, чем на других участках области решения.

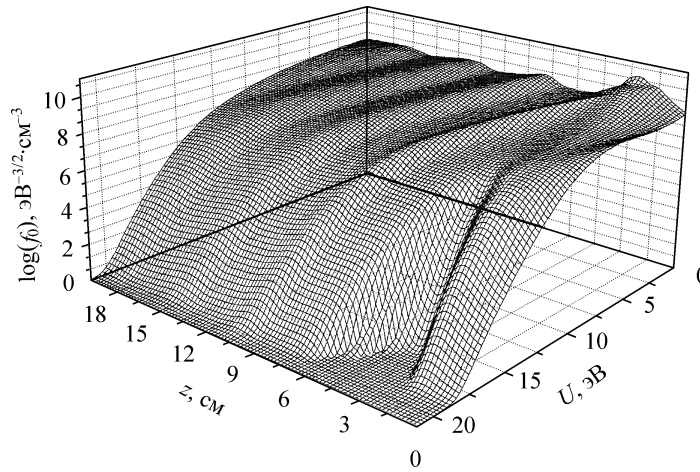


Рис. 5. Логарифм распределения изотропной части ФРЭЭ для случая модельного поля (см. рис. 4, а).

Также в зоне большого электрического поля видны сформированные страты после провала поля. Приведенное распределение электрического поля имитирует распределение поля в области ФТП и следующего за ним положительного столба тлеющего газового разряда. Входящий с катодной стороны пучок электронов термализуется в области ФТП с малым и даже отрицательным значением электрического поля, а затем попадает в область с некоторым значением поля в положительном столбе разряда. На рис. 4, с представлено распределение средней температуры электронов $T_e(z) = 3/2u_e(z)$.

Особый интерес вызывает поведение электронного тока в случае знакопеременного электрического тока, учитывая, что дрейфовая составляющая электронного тока пропорциональна значению электрического поля. Представим выражение для плотности потока электронов $j_z(z, t)$ в виде (следует из выражений (5) и (11)):

$$j_z(z, t) = -\frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{m_e}} \int_0^\infty \frac{U}{H(U)} \frac{\partial f_0(U, z, t)}{\partial z} dU + \frac{1}{3} \sqrt{\frac{2}{m_e}} e_0 E(z, t) \int_0^\infty \frac{U}{H(U)} \frac{\partial f_0(U, z, t)}{\partial U} dU. \quad (16)$$

Здесь первый член представляет диффузионную составляющую тока электронов $j_d(z, t)$, второй — дрейфовую составляющую $j_f(z, t)$, $j_z(z, t) = j_d(z, t) + j_f(z, t)$. На рис. 6. приведены конечные распределения плотности электронного потока, дрейфовой $j_f(z, t)$ и диффузионной $j_d(z, t)$ составляющих. Видно, что дрейфовая составляющая тока становится отрицательной и имеет минимум при $z = 3$ см. Конечное стационарное распределение плотности потока электронов $j_z(z)$ постоянно по z (см. (13)). В статье [12] указывалось, что в разряде в области ФТП продольная диффузия электронов может взять на себя функцию переноса электрического тока в области резкого падения плотности электронов вслед за максимумом плотности. На рис. 4, б приведено распределение плотности электронов. Действительно, максимум плотности находится при $z < 3$ см, а максимальный градиент плотности

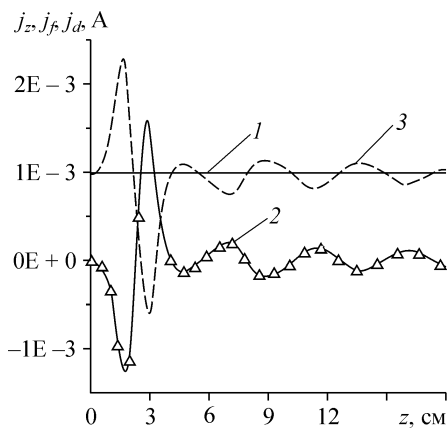


Рис. 6. Распределение плотности потока электронов $j_z(z)$ (1), диффузионной $j_d(z)$ (2) и дрейфовой $j_p(z)$ (3) составляющих электронного тока.

электронов и, соответственно, максимум диффузии электронов находится при $z = 3$ см.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Представленная в работе модель решения нестационарного нелокального кинетического уравнения Больцмана применима для описания пространственно-временной эволюции функции распределения электронов в слабоионизованной плазме под действием электрического поля. Нестационарное уравнение Больцмана для изотропной части ФРЭЭ, записанное в естественных координатах кинетическая энергия–координата, решалось методом установления с соответствующими начальными и граничными условиями.

С помощью модели получена пространственно-временная эволюция ФРЭЭ и основных макроскопических параметров электронов в заданном постоянном электрическом поле. Развитие стратифицированного распределения ФРЭЭ обуславливается заданным энергетическим распределением входящего в положительный столб пучка электронов, периодическим набором энергии электронов в электрическом поле и потерей энергии в различных электрон-атомных столкновениях. Результаты настоящей работы сравнивались с решением нестационарного уравнения Больцмана методом [9]. Конечное стационарное решение и промежуточные во времени состояния в обеих моделях полностью соответствуют друг другу. Стоит отметить, что расчетное время в представленной модели меньше времени расчета методом Монте-Карло, но превышает время решения уравнения Больцмана в переменных полная энергия–координата. Однако при немономонном распределении потенциала развитая в [3] модель решения уравнения Больцмана в переменных полная энергия–координата становится неприменимой, поскольку расчетная область разбивается на домены с потенциальными ямами.

Для заданного знакопеременного распределения электрического поля с помощью модели найдено соответствующее распределение ФРЭЭ, распределение плотности и средней температуры электронов. Показано, что в области с противоположным полем, направленным от анода к катоду, продольный перенос электрического тока осуществляется диффузией электронов. На подобный механизм переноса электрического тока в области между катодным слоем и положительным столбом с отрицательным электрическим полем указывал автор статьи [12].

Упомянутые в работе модели и подходы позволяют найти ФРЭЭ в экспериментально определенных или априорно заданных электрических полях. Наряду с кинетикой электронов необходимо рассматривать и ионы. Электрическое поле в плазме в таком подходе будет определяться распределением зарядов и самосогласованным путем находится из уравнения Пуассона. В [19] авторами была сделана попытка описать эффект стратификации на самосогласованном уровне: модель основывалась на одновременном решении кинетического уравнения Больцмана для ФРЭЭ методом [3], нестационарного уравнения непрерывности для ионов и уравнения Пуассона для самосогласованного электрического поля. При некоторых условиях возникало резонансное знакопеременное электрическое поле:

в области страты поле трансформировалось в узкие пики, а в области между стратами поле становилось отрицательным, что приводило к расхождению решения уравнения Больцмана методом [3]. При попытке описать явление стратификации газового разряда с помощью гибридной модели, основанной на решении уравнения Больцмана и решении нестационарных уравнений дрейфа и диффузии для ионов и электронов совместно с уравнением Пуассона [20–21], также возникало отрицательное электрическое поле в области ФТП и в ПС между сильными стратами. Для описания поведения электронов в знакопеременных электрических полях и была развита модель, представленная в настоящей работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Tsendin L.D.** Electron Kinetics in Non-Uniform Glow Discharge Plasmas // Plasma Sources Science and Technology. — 1995. — Vol. 4, No. 2. — P. 200–211.
2. **Kolobov V.I., Godyak V.A.** Nonlocal electron kinetics in collisional gas discharge plasma // IEEE Transaction on Plasma Science. — 1995. — Vol. 23, No. 4. — P. 503–531.
3. **Sigeneger F., Winkle R.** Response of the Electron Kinetics on Spatial Disturbances of the Electric Field in Nonisothermal Plasmas // Contrib. Plasma Phys. — 1996. — Vol. 36, No. 5. — P. 551–571.
4. **Bernstein I.B., Holstein T.** Electron energy distributions in stationary discharges // Phys. Rev. — 1954. — Vol. 94. — 1475 p.
5. **Цендин Л.Д.** Распределение электронов по энергии в слабоионизированной плазме с током и поперечной неоднородностью // ЖЭТФ. — 1974. — Т. 66, вып. 5. — С. 1638–1650.
6. **Golubovskii Yu. B., Maiorov V. A., Nekuchaev V.O., Behnke J., Behnke J.F.** Kinetic model of ionization in a positive column at intermediate pressures in inert gases // Phys. Rev. E. — 2001. — Vol. 63–036409.
7. **Golubovskii Yu. B., Maiorov V. A., Porokhova I.A., Behnke J.** On the non-local electron kinetics in spatially periodic striation-like fields // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1999. — Vol. 32. — P. 1391–1400.
8. **Sigeneger F., Sukhinin G.I., Winkler R.** Kinetics of the Electrons in Striations of Spherical Glow Discharges // Plasma Chemistry and Plasma Processing. — 2000. — Vol. 20, No. 1. — P. 87–110.
9. **Loffhagen D., Winkler R.** Spatiotemporal relaxation of electrons in non-isothermal plasmas // J. Phys. D: Appl. Phys. — 2001. — Vol. 34. — P. 1355–1366.
10. **Райзер Ю.П., Шнейдер М.Н.** О немонотонности перехода от Фарадеева пространства к положительному столбу и возникновении стоячих страт за катодной областью тлеющего разряда // ТВТ. — 1997. — Т. 35, № 1. — С. 19–24.
11. **Boeuf J.P., Pitchford L.C.** Field reversal in the negative glow of a DC glow discharge // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1995. — Vol. 28. — P. 2083–2088.
12. **Райзер Ю.П.** Современный уровень понимания явлений в катодных частях тлеющего разряда // ТВТ. — 1986. — Т. 24. — С. 984–993.
13. **Райзер Ю.П.** Физика газового разряда. — М.: Наука, 1987. — 593 с.
14. **Mahmoud M.O.M., Yousfi M.** Boltzmann equation analysis of spatiotemporal electron swarm development // J. Appl. Phys. — 1997. — Vol. 81. — 5935 p.
15. **Morgan W.L., Boeuf J.P., Pitchford L.** Siglo Data Base, CPAT and Kinema Software [http](http://www.csn.net/siglo). — 1998. — www.csn.net/siglo.
16. **Цендин Л.Д.** Кинетика ионизации и ионизационные волны в неоне // ЖТФ. — 1982. — Т. 52, вып. 4. — 635 с.
17. **Клярфельд Б.Н.** Образование страт в газовом разряде // ЖЭТФ. — 1952. — Т. 22. — 66 с.
18. **Golubovskii Yu. B., Porokhova I. A., Behnke J., Nekutchaev V. O.** On the bunching effect of electrons in spatially periodic resonance fields // J. Phys. D: Appl. Phys. — 1998. — Vol. 31. — P. 2447–2457.
19. **Федосеев А.В., Сухинин Г.И.** Самосогласованная кинетическая модель эффекта стратификации разрядов плоской и сферической геометрии в аргоне низкого давления // Физика плазмы. — 2004. — Т. 30, № 12. — С. 1139–1148.
20. **Федосеев А.В., Сухинин Г.И.** Сферический тлеющий разряд. Диффузионно-дрейфовое приближение // Теплофизика и аэромеханика. — 2003. — Т. 10, № 1. — С. 63–70.
21. **Сухинин Г.И., Федосеев А.В.** Аномальный и поднормальный режимы сферического тлеющего разряда в диффузионно-дрейфовом приближении // Физика плазмы. — 2003. — Т. 29, № 12. — С. 1142–1150.

Статья поступила в редакцию 16 апреля 2007 г.