

щественное влияние на процесс соударения, а сжимаемостью жидкости можно пренебречь после того, как волна сжатия вышла на свободную поверхность капли.

Автор выражает благодарность В. В. Пухначеву за постановку задачи и постоянное внимание к работе. Автор благодарит также Л. К. Антановского и О. М. Лаврентьеву за обсуждение результатов и критику.

Поступила 31 III 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Wagner H. Über Stoss- und Gleitvorgänge an der Oberfläche von Flüssigkeiten. — Z. angew. Math. und Mech., 1932, Bd 12, N. 4.
2. Пухначев В. В. Линейное приближение в задаче о входе затупленного тела в воду. — В сб.: Динамика сплошной среды. Вып. 38. Новосибирск: изд. Ин-та гидродинамики СО АН СССР, 1979.
3. Налимов В. И., Пухначев В. В. Неустановившиеся движения идеальной жидкости со свободной границей. Новосибирск, 1975.
4. Уфлянд Я. С. Метод парных уравнений в задачах математической физики. Л., 1977.
5. Кочин Н. В., Кибель И. А., Розе Н. В. Теоретическая гидромеханика. Ч. I. М., 1963.
6. Лионс Ж.-Л. Оптимальное управление системами, описываемыми уравнениями с частными производными. М., 1972.
7. Гонор А. Л., Яковлев В. Я. О некоторых результатах в теории удара капли по твердой поверхности. — В сб.: Струйные и отрывные течения. М.: изд. Ин-та механики МГУ, 1979.
8. Петренко В. Е. О методах расчета течений вязкой несжимаемой жидкости с большими деформациями. — В сб.: Колебания упругих конструкций с жидкостью. Новосибирск, 1973.
9. Ерошин В. А., Романенков Н. И. и др. Гидродинамические силы при ударе тупых тел о поверхность сжимаемой жидкости. — Изв. АН СССР. МЖГ, 1980.
10. Горшков А. Г., Григолюк Э. И. Задача об ударе упругих оболочек вращения о несжимаемую жидкость. — В сб.: Колебания упругих конструкций с жидкостью. Новосибирск, 1973.
11. Neumann F. J. High-speed impact between a liquid drop and a solid surface. — J. Appl. Phys., 1969, vol. 40, N 13.

УДК 532.529

РАЗВИТИЕ НАЧАЛЬНЫХ ВОЗМУЩЕНИЙ ВНЕШНЕЙ ГРАНИЦЫ РАСШИРЯЮЩЕГОСЯ ГАЗОЖИДКОСТНОГО КОЛЬЦА

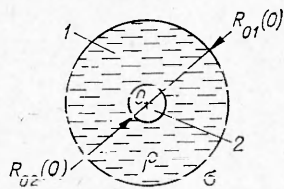
С. В. Стебновский

(Новосибирск)

В задачах по исследованию поверхностных явлений при подводном взрыве, в частности при исследовании процесса образования брызгового купола, представляет интерес развитие возмущений на начальной стадии движения свободной поверхности. Для удобства исследования этого процесса целесообразно в качестве модели рассмотреть течение при взрыве цилиндрического заряда в жидком цилиндрическом кольце, когда форма свободной поверхности совпадает с формой поверхности заряда.

Устойчивость расширяющегося жидкого кольца исследовалась в ряде работ. Так, в [1] в постановке идеальной несжимаемой жидкости рассмотрена задача об устойчивости начальных возмущений тонкого жидкого кольца, расширяющегося по инерции. Показано, что в общем случае такое движение неустойчиво; введение поверхностного натяжения оказывает стабилизирующее влияние на гармоники. Но в случае, когда движение жидкости происходит под действием импульсных нагрузок, началу движения жидкости предшествует выход на ее поверхность ударной волны, в результате чего под действием отраженной волны разгрузки нарушается сплошность жидкой среды. Поэтому справедливость применения в таком случае оценок устойчивости возмущений, полученных в задачах о расширении сплошного жидкого кольца, не является очевидной.

Данная работа посвящена экспериментальному исследованию развития начальных возмущений на внешней поверхности расширяющегося газожидкостного кольца. Такое течение реализовалось следующим образом. Вдоль оси симметрии цилиндрического объема жидкости 1 (фиг. 1) помещался заряд 2 — электродетонатор ЭДВ-1; радиус заряда $R_{02}(0) = 0,35$ см;



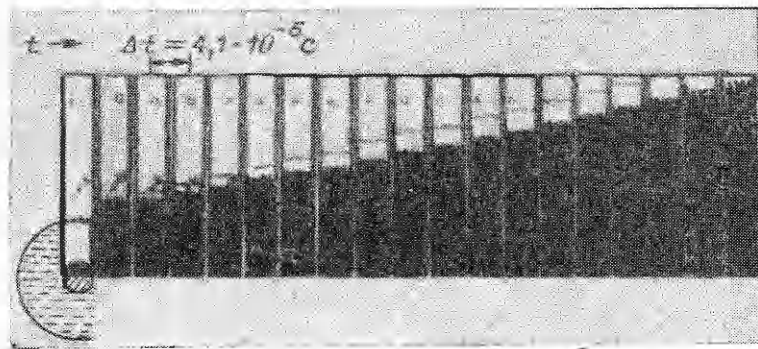
Ф и г. 1

начальный радиус внешней поверхности жидкого цилиндра $R_{01}(0)$ варьировался в пределах $3 \leq m = R_{01}(0)/R_{02}(0) \leq 10$; ρ — плотность жидкости; σ — коэффициент поверхностного натяжения. Рабочие жидкости — вода и глицерин. Начальная длина жидкого цилиндра $H = 3$ см. С торцов цилиндр ограничен массивными жестко закрепленными стальными дисками радиуса 7 см. Внешняя цилиндрическая поверхность ограничена тонкой бумажной оболочкой.

Регистрация процесса на самой начальной стадии расширения жидкого слоя осуществлялась с помощью скоростного фоторегистратора СФР-1. В этом случае торцевые диски, ограничивающие жидкий цилиндр, имели щелевые прозрачные окна. На фиг. 2 показана начальная стадия процесса, откуда видно, что сразу после взрыва заряда и выхода ударной волны на свободную поверхность жидкая среда становится непрозрачной вследствие нарушения ее структуры — разрыва сплошности за фронтом сходящейся цилиндрической волны разгрузки. При этом на самой начальной стадии расширения образованного таким образом газожидкостного слоя на свободной поверхности заметен рост начальных возмущений. Продолжение развития этого процесса регистрировалось с помощью кинокамеры Pentazet-16.

Таким образом, расширение газожидкостного слоя обусловлено начальной скоростью, сообщенной жидкости после выхода на свободную границу ударной волны, а также расширением взрывного пузыря; торможение слоя происходит в результате взаимодействия с окружающей воздушной средой.

На фиг. 3, *a—e* на примере водяного цилиндрического слоя $m = 5$ показан график зависимости радиуса расширяющегося газожидкостного кольца от времени, а также кинограмма развития возмущений на его внешней поверхности. Кинокадры *b—e* соответствуют моментам времени $t = 0$; $0,5 \cdot 10^{-3}$; 10^{-3} ; $2 \cdot 10^{-3}$; $3 \cdot 10^{-3}$ с. На втором кадре приводится увеличенное изображение участка газожидкостного слоя, на котором видны высокочастотные возмущения. Из снимков следует, что вначале, когда скорость расширения слоя очень высокая, на его поверхности интенсивно развиваются возмущения в широком диапазоне частот. Но затем скорость расширения кольца быстро падает и развитие высокочастотных возмущений подавляется. Аналогичный характер развития возмущений наблюдается и в других случаях. На фиг. 4 приведены графики зависимости радиуса газожидкостного слоя от времени: 1 — случай глицеринового цилиндрического слоя $m = 10$, 2 — водяной слой $m = 10$, 3 — глицериновый слой $m = 3$, 4 — водяной слой $m = 3$. На фиг. 5 показаны соответствующие кинограммы процесса развития возмущений на поверхностях расширяющихся газожидкостных слоев: *a, в* — глицерин, *б, г* — вода. Из анализа



Ф и г. 2

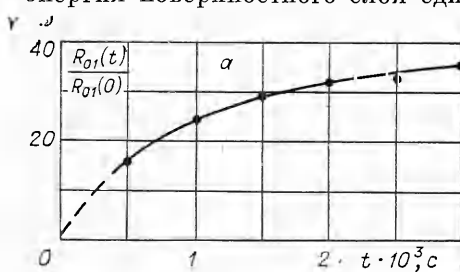
графиков и кинограмм следует, что чем больше значение m , тем медленнее убывает скорость расширения газожидкостного слоя и слабее затухание высокочастотных возмущений. Если сравнивать процесс развития возмущений при одинаковых значениях m в случае воды и глицерина, то в последнем случае возмущения носят более высокочастотный характер.

Поскольку из анализа кинограмм и графиков следует, что с убыванием скорости расширения слоя снижается частота развивающихся возмущений, и, кроме того, известно, что поверхностное натяжение всегда является стабилизирующим фактором в развитии возмущений, представляется целесообразным провести сравнительный анализ поведения возмущений в зависимости от безразмерного параметра $W = \omega(t) \dot{R}_{01}^2(t) / [\sigma / R_{01}(t)]$, характеризующего отношение инерциальных и капиллярных сил. Здесь средняя по объему плотность газожидкостной среды $\omega(t)$ определяется отношением массы исходного цилиндрического слоя жидкости к текущему объему расширяющегося газожидкостного слоя $\Omega(t)$ и плотностью воздушной компоненты ρ_B : $\omega(t) \approx \rho_B [R_{01}^2(0) - R_{02}^2(0)] \times \times H / \Omega(t) + \rho_B$. Величина объема $\Omega(t)$ измеряется экспериментально по кинограммам, на которых процесс расширения слоя отснят в двух проекциях. На каждом кадре фиг. 5 приводится соответствующее значение вычисленного таким способом параметра $W(t)$. Из фиг. 5 видно, что параметр $W(t)$ действительно характеризует поведение возмущений: с его уменьшением снижается частота возмущений на внешней поверхности газожидкостного слоя; самая высокая скорость убывания величины $W(t)$ со временем у воздушно-водяного слоя с $m = 3$, и в этом случае наблюдается наиболее быстрое затухание высокочастотных возмущений; самая низкая скорость убывания параметра $W(t)$ у воздушно-глицеринового слоя с $m = 10$, и в этом случае — наиболее высокочастотный характер возмущений внешней поверхности кольца.

Параметр $W(t)$ можно представить в виде

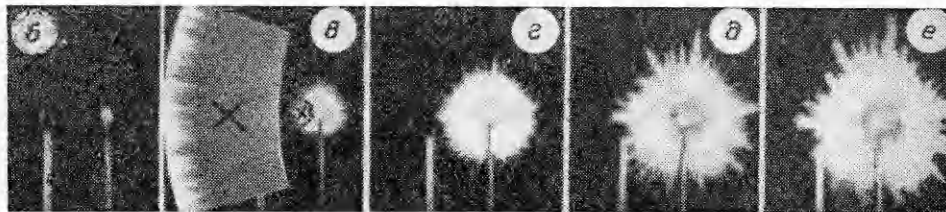
$$(1) \quad W(t) = \frac{\omega(t) \dot{R}_{01}^2(t)}{\sigma / R_{01}(t)} = \frac{4\rho \dot{R}_{01}^2(0)/2}{2\pi R_{01}(0)} \frac{2\pi R_{01}(t) \omega(t) \dot{R}_{01}^2(t)/2}{2\pi R_{01}(0) \rho \dot{R}_{01}^2(0)/2} = 4We \frac{E(t)}{E(0)} = 4We \bar{E}(t),$$

где $We = [\rho \dot{R}_{01}^2(0)/2] / [2\sigma / R_{01}(0)]$ — число Вебера, характеризующее отношение удельной кинетической энергии в жидком кольце к свободной поверхностной энергии в начальный момент времени; $E(t)$ — кинетическая энергия поверхностного слоя единичной толщины газожидкостной среды

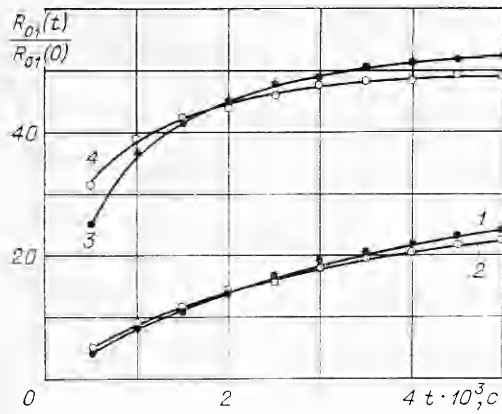


со средней по объему плотностью ω . Таким образом, характер развития начальных возмущений внешней границы расширяющегося газожидкостного слоя определяется соотношением инерциальных и капиллярных сил.

Представляет интерес сравнить механизмы развития начальных возмущений на внешних поверхностях расширяющихся газо-



Ф и г. 3

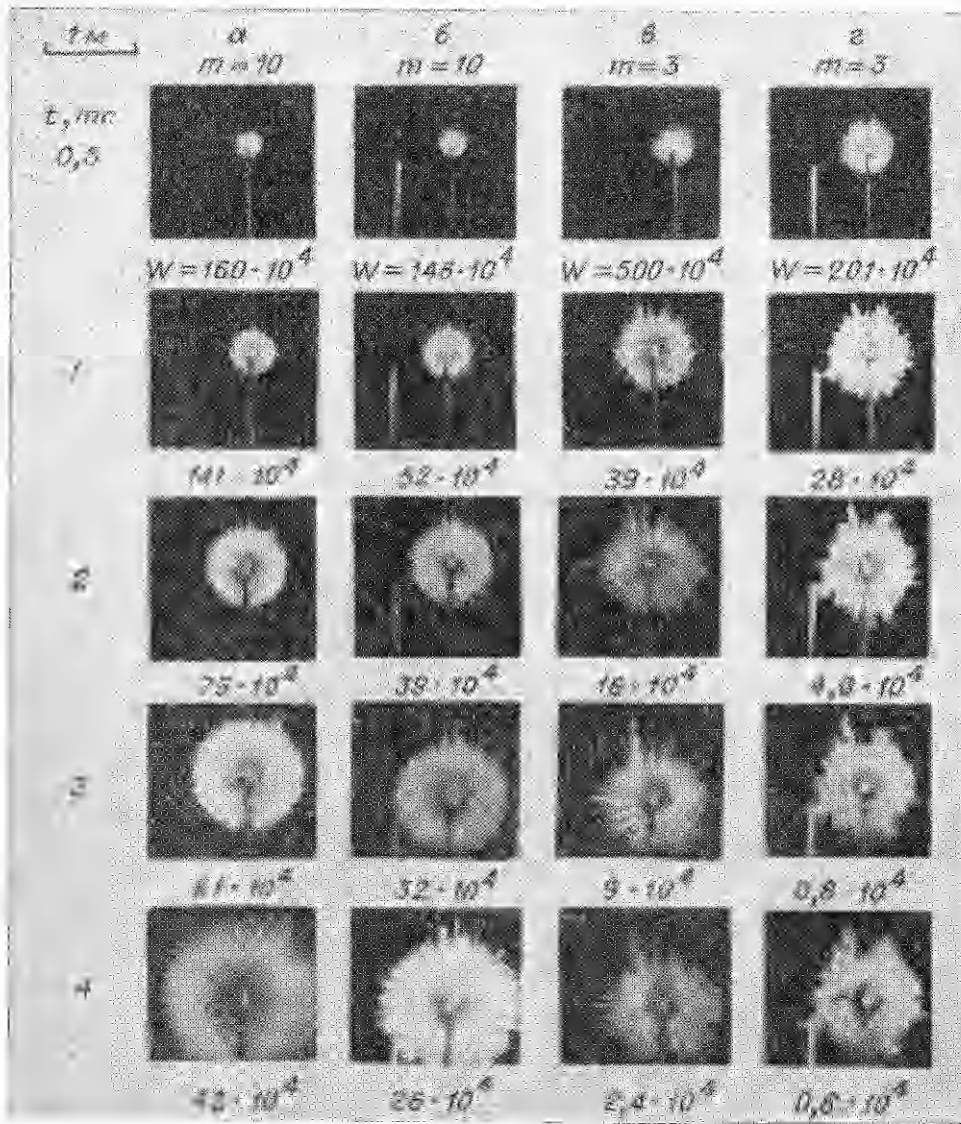


Фиг. 4

$\ll R_{0i}(0)$, $i = 1, 2$. Расширение жидкого кольца обусловлено разностью давлений $p_1 - p_2$, где p_1 — атмосферное давление на внешней границе кольца,

жидкостного кольца и кольца идеальной несжимаемой жидкости. С этой целью проводилась аналитическая оценка верхнего предела частот экспоненциально возрастающих возмущений расширяющегося жидкого кольца на начальном отрезке времени.

В полярной системе координат r, φ , связанной с точкой O (см. фиг. 1), в момент времени $t = 0$ на радиусы внешней и внутренней границ жидкого кольца $R_{0i}(0)$ наложены возмущения $\xi_i(0, \varphi)$, так что $|\xi_i(0, \varphi)| \ll$



Фиг. 5

$p_2 = p_2(R_{02}(t))$ — давление на внутренней границе, и начальной массовой скоростью $u(0, r)$ ($u(0, R_{01}(0)) = \dot{R}_{01}(0)$).

Для такого течения потенциальная краевая задача со свободными подвижными границами без учета влияния поля тяжести в линейной постановке имеет вид

$$(2) \quad \Delta\Phi(t, r, \varphi) = 0;$$

$$(3) \quad \left. \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right|_{r=R_1} \approx \dot{R}_1, \quad \left. \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right|_{r=R_2} \approx \dot{R}_2;$$

$$(4) \quad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} \right)_{r=R_2} - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t} \right)_{r=R_1} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial\Phi}{\partial r} \right)_{r=R_2}^2 - \left(\frac{\partial\Phi}{\partial r} \right)_{r=R_1}^2 \right] + \frac{p_2^* - p_1^*}{\rho} = 0;$$

$$(5) \quad R_i(t, \varphi) = R_{0i}(t) + \xi_i(t, \varphi), \quad i = 1, 2,$$

где $\Phi(t, r, \varphi)$ — потенциал скорости; R_i — радиус возмущенной границы кольца; $p_i^* = p_i + p_{i\sigma}$ (согласно формуле Лапласа, $p_{i\sigma} = \sigma/R_{0i} - \sigma[\xi_i + \partial^2\xi_i/\partial\varphi^2]/R_{0i}^2$).

Поскольку уравнение Лапласа (2) в кольце допускает разделение переменных, то, представив (5) в виде

$$(6) \quad R_1(t, \varphi) = R_{01}(t) + b_n(t) \cos n\varphi, \quad R_2(t, \varphi) = R_{02}(t) + a_n(t) \cos n\varphi, \quad n = 1, 2, 3, \dots,$$

из (6), (3) и (2) получим

$$(7) \quad \Phi(t, r, \varphi) = \dot{R}_{0i} R_{0i} \ln r + (\delta\Phi)_1 + (\delta\Phi)_2,$$

$$(\delta\Phi)_1 = \frac{\dot{R}_{01}}{R_{01}} b_n + \dot{b}_n \frac{r^n \cos n\varphi}{nR_{01}^{n-1}}, \quad (\delta\Phi)_2 = \frac{\dot{R}_{02}}{R_{01}} a_n + \dot{a}_n \frac{R_{02}^{n+1} \cos n\varphi}{nr^n}.$$

Условия независимости возмущений внешней и внутренней границ ($(\delta\Phi)_1|_{r=R_2} \rightarrow 0$, $(\delta\Phi)_2|_{r=R_1} \rightarrow 0$) выполняются, по крайней мере, если $R_{02}(t)/R_{01}(t) < 0,3$, $n > 3$. Тогда с учетом этих ограничений, налагая начальные возмущения на внешнюю и внутреннюю границы кольца: $\Phi = R_{01}\dot{R}_{01} \ln r + (\delta\Phi)_1$, $\Phi = R_{02}\dot{R}_{02} \ln r + (\delta\Phi)_2$, подставляя поочередно эти выражения в (4), с учетом ортогональности функций $\cos n\varphi$ на $[0, \pi]$ после преобразования получим

$$(8) \quad \ddot{R}_{01} \ln \varepsilon_1 + \frac{\dot{R}_{01}^2}{R_{01}} \left[\ln \varepsilon_1 + \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_1} \right) \right] = - \frac{2(p_2 - p_1)}{\rho R_{01}} + \frac{2\sigma}{\rho R_{01}^2} (1 - \varepsilon_1^{-1/2});$$

$$(9) \quad f_1 \ddot{b}_n + q_1 \dot{b}_n + h_1 b_n = 0;$$

$$(10) \quad \ddot{R}_{02} \ln \varepsilon_2 + \frac{\dot{R}_{02}^2}{R_{02}} \left[\ln \varepsilon_2 - \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_2} \right) \right] = \frac{2(p_2 - p_1)}{\rho R_{02}} - \frac{2\sigma}{\rho R_{02}^2} (1 + \varepsilon_2^{-1/2});$$

$$(11) \quad f_2 \ddot{a}_n + q_2 \dot{a}_n + h_2 a_n = 0,$$

где $\varepsilon_1 = \frac{R_{01}^2 - a}{R_{01}^2}$; $\varepsilon_2 = \frac{R_{02}^2 + a}{R_{02}^2}$; $a = R_{01}^2(0) - R_{02}^2(0)$; $p_2 = p_2(R_{02}(t))$;

$$f_1 = R_{01}(t); \quad q_1 = 2\dot{R}_{01}(t); \quad h_1 = \ddot{R}_{01} - n \frac{\dot{R}_{01}^2}{R_{01}} + \frac{(n^2 - 1)}{\rho R_{01}^2} n\sigma; \quad f_2 = R_{02}(t); \quad q_2 = 2\dot{R}_{02}(t); \quad h_2 = \ddot{R}_{02} - n \frac{\dot{R}_{02}^2}{R_{02}} + \frac{(n^2 - 1)}{\rho R_{02}^2} n\sigma.$$

Уравнения (8), (10) описывают движение невозмущенных внешней и внутренней границ кольца, а (9), (11) — поведение амплитуд возмущения.

ний на внешней и внутренней границах соответственно. Для качественного анализа характера поведения амплитуд возмущений, подставляя в (9) и (11) соответственно $b_n(t) = Z_n(t)R_{01}(0)/R_{01}(t)$ и $a_n(t) = U_n(t) \times R_{02}(0)/R_{02}(t)$, получим

$$\ddot{Z}_n + I_1 Z_n = 0 \text{ и } \ddot{U}_n + I_2 U_n = 0.$$

Инварианты этих уравнений имеют вид

$$I_1 = -\frac{\pi}{R_{01}^2} \left[\dot{R}_{01}^2 - \frac{(n^2 - 1)}{\rho R_{01}} \sigma \right], \quad I_2 = \frac{n}{R_{02}^2} \left[\dot{R}_{02}^2 + \frac{(n^2 - 1)}{\rho R_{02}} \sigma \right],$$

где $\dot{R}_{01}^2(t)$, $\dot{R}_{02}^2(t)$ можно получить, интегрируя (8), (10). Из известных теорем сравнения следует, что при $I_2 > 0$ $a_n(t)$ осциллирует в процессе расширения кольца, а $b_n(t)$ экспоненциально возрастает до тех пор, пока $I_1 < 0$, т. е. $\dot{R}_{01}^2 > (n^2 - 1)\sigma/(\rho R_{01})$. Из последнего неравенства следует, что, поскольку n характеризует частоту возмущения, то верхний частотный предел спектра экспоненциально возрастающих возмущений имеет вид

$$(12) \quad n < \sqrt{1 + \frac{\rho R_{01} \dot{R}_{01}^2}{\sigma}} = \sqrt{1 + 4 \frac{\rho \dot{R}_{01}^2(0)/2}{2\sigma/R_{01}(0)} \frac{2\pi R_{01}(t) \rho \dot{R}_{01}^2(t)/2}{2\pi R_{01}(0) \rho \dot{R}_{01}^2(0)/2}} \approx \\ \approx \sqrt{4We \frac{E(t)}{E(0)}} = \sqrt{4We \bar{E}(t)},$$

где $\bar{E}(t)$ — безразмерная кинетическая энергия поверхностного слоя жидкости единичной толщины.

Критерий (12) можно переписать в виде $n < n^* = (4We \bar{E}(t))^{1/2}$, где n^* — верхняя предельная частота экспоненциально развивающихся начальных возмущений на внешней поверхности расширяющегося кольца идеальной несжимаемой жидкости. Правая часть этого неравенства с точностью до плотности среды и показателя степени совпадает с эмпирическим параметром $W(t)$, определяющим частотную характеристику возмущений, развивающихся на внешней поверхности расширяющегося газожидкостного кольца.

Таким образом, в обоих случаях частотные характеристики развивающихся начальных возмущений зависят от произведения начального значения числа Вебера для расширяющегося кольца на текущее значение удельной кинетической энергии поверхностного слоя кольца единичной толщины.

Поступила 17 XI 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Кузнецов В. М., Шер Е. Н. Об устойчивости течения идеальной несжимаемой жидкости в полосе и кольце. — ПМТФ, 1964, № 2.

УДК 533.6.011

ДВИЖЕНИЕ БИНАРНОЙ ГАЗОВОЙ СМЕСИ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ

В. Г. Черняк

(Свердловск)

Введение. Результаты исследований по движению бинарных смесей разреженных газов в каналах, полученные на основе решения кинетических уравнений и опубликованные в последнее десятилетие, кратко анализируются в [1]. При общей оценке всех этих работ следует отметить два существенных ограничения.

В части работ результаты получены в низших приближениях моментного метода и справедливы лишь при малых значениях числа Кнудсена (Кн). Поэтому обсуждения