

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ ИНТЕНСИВНОСТИ НАПРЯЖЕНИЙ В ВЕРШИНАХ ТРЕЩИН, РАЗВИВАЮЩИХСЯ ОТ НАГРУЖЕННЫХ ОТВЕРСТИЙ В КОНЕЧНЫХ АНИЗОТРОПНЫХ ПЛАСТИНАХ

В штифтовых, болтовых и заклепочных соединениях концентрация напряжений в сочетании с фреттингом между крепежным элементом и поверхностью отверстия может привести к появлению повреждений и дефектов. Чтобы спроектировать живучую и безопасно эксплуатируемую конструкцию, необходимо уметь точно рассчитывать предельную нагрузку и оценивать развитие дефектов у крепежных отверстий в таких соединениях. Обзор работ в этом направлении для изотропных упругих пластин приведен, например, в [1, 2]. Изучение проблемы для пластин из композитных материалов движется относительно медленно (см., например, обзоры в [3—5]). Причина, в частности, в недостатке сведений о влиянии анизотропии материала, границы пластины и вида передачи нагрузки на коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) в вершинах трещин у нагруженных отверстий.

В настоящей работе построены специальные представления решения задачи об определении упругого равновесия конечной прямолинейно анизотропной пластины с системой сквозных разрезов и нагруженным эллиптическим отверстием. Автоматическое выполнение краевых условий на контуре отверстия дает возможность свести задачу к решению системы интегральных уравнений (ИУ), порядок которой на единицу меньше числа компонент границы области. Отсутствие неизвестной функции на границе отверстия позволяет более эффективно находить численные решения. На примере прямоугольной пластины с трещинами, исходящими от контура нагруженного через штифт отверстия, исследуется влияние анизотропии материала, широкого диапазона геометрий штифтовых соединений, различных комбинаций передачи нагрузки от штифта и посадки с натягом на величину КИН в вершинах трещин. Данные для изотропного материала получаются предельным переходом в параметрах анизотропии в численном решении.

Рассмотрим упругую прямолинейно-анизотропную пластину постоянной толщины  $h$ , ограниченную замкнутыми контурами  $\Lambda$  (эллипс с полуосями  $a$  и  $b$ ),  $L_0$  (произвольный гладкий внешний контур) и имеющую  $n$  сквозных гладких внутренних разрезов (трещин)  $L_j$  ( $j = 1, n$ ). Пластина нагружена самоуравновешенной системой внешних усилий, приложенных к  $L_0, \Lambda$ , берега разрезов  $L' = \bigcup_{j=1}^n L_j$  не нагружены. Совместим оси симметрии эллипса с осями декартовой системы координат  $xOy$ . За положительное направление на  $L_0$  возьмем направление, оставляющее пластину слева, а на разрезе  $L_j$  — с концами  $a_j$  и  $b_j$  положительное направление ведет от  $a_j$  к  $b_j$ . Нормаль  $\mathbf{n}$  направим вправо при положительном обходе  $L = \bigcup_{j=0}^n L_j$ . Обобщение на случай краевых надразов дано ниже.

Напряженное состояние рассматриваемой пластины можно выразить через две функции  $\Phi_\nu(z_\nu)$  ( $z_\nu = x + \mu_\nu y$ ,  $\nu = 1, 2$ ) [6]

$$(1) \quad (\sigma_x, \tau_{xy}, \sigma_y) = 2\operatorname{Re} \left\{ \sum_{\nu=1}^2 (\mu_\nu^2, -\mu_\nu, 1) \Phi_\nu(z_\nu) \right\},$$

удовлетворяющие краевым условиям [7, 8]:

$$(2) \quad a(t)\Phi_1^+(t_1) + b(t)\overline{\Phi_1^+(t_1)} + \Phi_2^+(t_2) = F(t),$$

$$F(t) = [X_n(t) + \bar{\mu}_2 Y_n(t)] [(\mu_2 - \bar{\mu}_2) M_2(t)]^{-1}, \quad t \in \Lambda \cup L_0;$$

$$(3) \quad a(t)\Phi_1^\pm(t_1) + b(t)\overline{\Phi_1^\pm(t_1)} + \Phi_2^\pm(t_2) = 0, \quad t \in L'.$$

Здесь и далее использованы обозначения [8]; индекс  $+$  ( $-$ ) — предельное значение функций при стремлении к контуру слева (справа);  $X_n(t)$ ,

$Y_n(t)$  — проекции внешних усилий в точке  $t \in \Lambda \cup L_0$  на оси  $x, y$ ;  $\mu_\nu$  — корни характеристического уравнения.

Используя результаты [8], представим искомые функции как

$$(4) \quad \Phi_\nu(z_\nu) = \sum_{j=0}^1 \Phi_\nu^j(z_\nu),$$

$$\Phi_\nu^1(z_\nu) = [2\pi i \omega'_\nu(\xi_\nu)]^{-1} \int_{\Gamma} \left\{ \frac{\Omega_\nu(\tau) d\tau_\nu}{\eta_\nu - \xi_\nu} + \frac{l_\nu \overline{\Omega_1(\tau)} d\bar{\tau}_1}{\xi_\nu (\xi_\nu \eta_1 - 1)} + \frac{n_\nu \overline{\Omega_2(\tau)} d\bar{\tau}_2}{\xi_\nu (\xi_\nu \eta_2 - 1)} \right\},$$

где  $\Omega_\nu(t) = \{\Omega_{\nu j}(t) | t \in L_j, j = \overline{0, n}\}$  — неизвестные комплексные функции;  $\Phi_\nu^2(z_\nu)$  — решение для бесконечной анизотропной пластины с эллиптическим отверстием  $\Lambda$  от действия заданных внешних усилий по его контуру.

Обозначим через  $r(\gamma), q(\gamma)$  проекции внешних усилий на нормаль и касательную к контуру  $\Lambda = \{z = a \cos \gamma - ib \sin \gamma | 0 \leq \gamma < 2\pi\}$ . Чтобы избежать известных вычислительных трудностей, возникающих при представлении  $\Phi_\nu^0(z_\nu)$  в виде бесконечного ряда или интегралов типа Коши [6], аппроксимируем  $r(\gamma), q(\gamma)$  кусочно-постоянными выражениями

$$r(\gamma) \approx r_j, \quad q(\gamma) \approx q_j, \quad \gamma_{j-1} \leq \gamma \leq \gamma_j, \quad \gamma_j = j\Delta\gamma,$$

$$\Delta\gamma = 2\pi/k, \quad j = \overline{1, k}.$$

Это всегда можно сделать с заданной степенью точности при достаточно больших  $k$ . Тогда после некоторых преобразований получим для  $\Phi_\nu^0(z_\nu)$  следующие замкнутые аналитические представления:

$$(5) \quad \Phi_\nu^0(z_\nu) = [z'_\nu(\xi_\nu)]^{-1} \sum_{j=1}^k \{r_j \Phi_{\nu 1}^j(z_\nu) + q_j \Phi_{\nu 2}^j(z_\nu)\},$$

$$\Phi_{\nu p}^j(z_\nu) = -\frac{A_{\nu j}^p}{\xi_\nu} + \frac{M_{\nu j}^p}{(\mu_\nu - \mu_{3-\nu})(\sigma_j - \xi_\nu)} - \frac{i}{4\pi(\mu_\nu - \mu_{3-\nu})} \left\{ [a_p \Delta_j + b_p \delta_j] s_{\nu j} + \right.$$

$$\left. + b_{\nu p} [\ln t_{\nu j} - \xi_\nu s_{\nu j}] + c_{\nu p} \left[ \frac{s_{\nu j}}{\xi_\nu} + \frac{1}{\xi_\nu^2} (\ln t_{\nu j} - \ln m_j) \right] \right\},$$

$$a_1 = -a\mu_{3-\nu}, \quad a_2 = a, \quad b_1 = ib, \quad b_2 = ib\mu_{3-\nu}, \quad \mu_\nu = \alpha_\nu + i\beta_\nu,$$

$$\Delta_j = \bar{\sigma}_{j-1} + \frac{1}{\sigma_{j-1}}, \quad \delta_j = \sigma_{j-1} - \frac{1}{\sigma_{j-1}}, \quad s_{\nu j} = \frac{\sigma_j - \sigma_{j-1}}{(\sigma_j - \xi_\nu)(\sigma_{j-1} - \xi_\nu)},$$

$$b_{\nu 1} = ib - a\mu_{3-\nu}, \quad b_{\nu 2} = a + ib\mu_{3-\nu}, \quad i_{\nu i} = \frac{\sigma_{j-1} - \xi_\nu}{\sigma_j - \xi_\nu}, \quad c_{\nu 1} = ib + a\mu_{3-\nu},$$

$$c_{\nu 2} = ib\mu_{3-\nu} - a, \quad m_j = \sigma_{j-1}/\sigma_j,$$

$$M_{\nu j}^p = 2i \left[ \mu_{3-\nu} \operatorname{Im} (A_{1j}^p + A_{2j}^p) - \sum_{\mu=1}^2 (\beta_\mu \operatorname{Re} A_{\nu j}^p + \alpha_\mu \operatorname{Im} A_{\mu j}^p) \right],$$

$$z_\nu = z_\nu(\xi_\nu) = \frac{a + i\mu_\nu b}{2} \xi_\nu + \frac{a - i\mu_\nu b}{2} \frac{1}{\xi_\nu}, \quad |\xi_\nu| < 1,$$

$$\xi_\nu = \xi_\nu(z_\nu) = \frac{z_\nu - \sqrt{z_\nu^2 - (a^2 + \mu_\nu^2 b^2)}}{a + i\mu_\nu b}, \quad \xi_\nu(\infty) = 0,$$

где  $\sigma_j = \exp(-i\gamma_j)$ , а  $A_{\nu j}^p$  определяются из системы уравнений

$$\sum_{\nu=1}^2 (\mu_\nu^{k-2} A_{\nu j}^p - \overline{\mu_\nu^{k-2} A_{\nu j}^p}) = b_k^p / (2\pi i) \quad (k = \overline{1, 4}),$$

$$b_1^p = \frac{-a_{12} b_3^p + a_{26} b_5^p}{a_{22}}, \quad b_2^1 = \frac{a}{2} (\Delta_{j+1} - \Delta_j), \quad b_2^2 = \frac{ib}{2} (\delta_j - \delta_{j+1}),$$

$$b_3^1 = -b_2^2, \quad b_3^2 = -b_2^1, \quad b_4^p = \frac{a_{16} b_3^p - a_{12} b_2^p}{a_{11}}.$$

Здесь  $\Phi_{vp}^j(z_v)$  — решения для пластины с отверстием, нагруженным по части  $[z(\gamma_{j-1}), z(\gamma_j)]$  контура  $\Lambda$  соответственно единичными нормальными ( $p = 1$ ) и касательными ( $p = 2$ ) усилиями.

Так построенные потенциалы  $\Phi_v(z_v)$  (4), (5) автоматически удовлетворяют крайевым условиям (2) на  $\Lambda$ . Следуя [7], примем

$$(6) \quad \Omega_2(t) = -a(t)\Omega_1(t) + b(t)\overline{\Omega_1(t)}, \quad t \in L_0.$$

Подставляя предельные значения  $\Phi_v(z_v)$  из (4) в крайевые условия (2), (3) и учитывая (6), получим для искомых функций  $\Omega_1(t)$  после некоторых преобразований систему сингулярных ИУ на  $L'$  и ИУ Фредгольма второго рода на  $L_0$ :

$$(7) \quad 2\delta b(t) + \int_L \{K_1(t, \tau)\Omega_1(\tau) + K_2(t, \tau)\overline{\Omega_1(\tau)}\} ds = f(t),$$

$$K_1(t, \tau) ds = \frac{a(t)}{\pi i \omega'_1(\zeta_1)} \left[ \frac{d\tau_1}{\eta_1 - \zeta_1} + \frac{(-1)^\delta n_1 \overline{b(\tau)} d\overline{\tau_2}}{\zeta_1(1 - \zeta_1 \overline{\eta_2})} \right] + \frac{b(t)}{\pi i \omega'_1(\zeta_1)} \left[ \frac{\overline{l_1} d\tau_1}{\zeta_1(1 - \zeta_1 \eta_1)} - \frac{n_1 a(\tau) d\tau_2}{\zeta_1(1 - \zeta_1 \eta_2)} \right] - \frac{1}{\pi i \omega'_2(\zeta_2)} \left[ \frac{a(\tau) d\tau_2}{\eta_2 - \zeta_2} - \frac{(-1)^\delta n_2 \overline{b(\tau)} d\overline{\tau_2}}{\zeta_2(1 - \zeta_2 \overline{\eta_2})} \right],$$

$$K_2(t, \tau) ds = \frac{a(t)}{\pi i \omega'_1(\zeta_1)} \left[ \frac{l_1 d\tau_1}{\zeta_1(\zeta_1 \overline{\eta_1} - 1)} + \frac{n_1 \overline{a(\tau)} d\overline{\tau_2}}{\zeta_1(1 - \zeta_1 \overline{\eta_2})} \right] - \frac{b(t)}{\pi i \omega'_1(\zeta_1)} \left[ \frac{d\tau_1}{\eta_1 - \zeta_1} + \frac{(-1)^\delta \overline{n_1} b(\tau) d\tau_2}{\zeta_1(1 - \zeta_1 \eta_2)} \right] - \frac{1}{\pi i \omega'_2(\zeta_2)} \left[ \frac{(-1)^\delta b(\tau) d\tau_2}{\eta_2 - \zeta_2} + \frac{l_2 d\tau_1}{\zeta_2(1 - \zeta_2 \overline{\eta_1})} - \frac{n_2 \overline{a(\tau)} d\overline{\tau_2}}{\zeta_2(1 - \zeta_2 \overline{\eta_2})} \right],$$

$$f(t) = 2\{\delta F(t) - a(t)\Phi_1^0(t_1) - b(t)\overline{\Phi_1^0(t_1)} - \Phi_2^0(t_2)\},$$

где  $ds$  — элемент длины дуги  $L$ ;  $\delta = 0(1)$  при  $t \in L' (L_0)$ .

К уравнениям (7) следует присоединить условия однозначности смещений при обходе каждого разреза

$$(8) \quad \int_{L_j} \Omega_{1j}(\tau) d\tau_1 = 0.$$

Следуя [7], можно показать, что решение уравнения (7) при дополнительных условиях (8) в классе функций

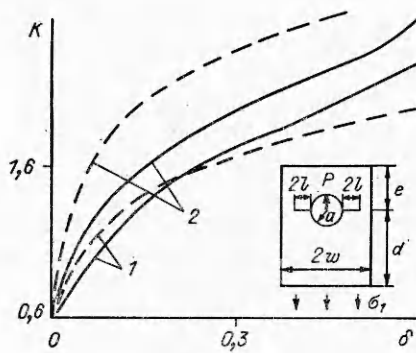
$$\Omega_j(t) = \Omega^j(t)[(t - a_j)(t - b_j)]^{-1/2}, \quad j = 1, n,$$

$$\Omega^j(t) \in H(L_j), \quad \Omega_0(t) \in H(L_0)$$

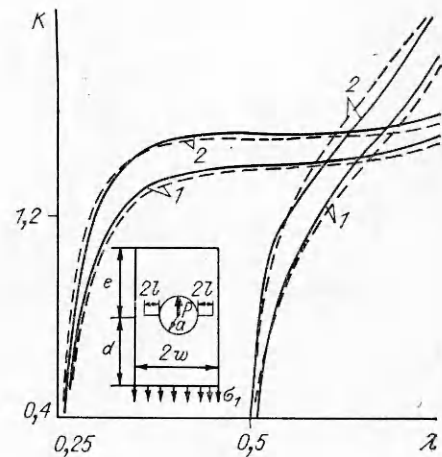
( $H(L_j)$  — ограниченные непрерывные по Гельдеру на  $L_j$  функции) существует и единственно. Применяя квадратурные формулы Гаусса — Чебышева для интегралов по  $L'$  и формулы прямоугольников для интегралов по  $L_0$ , сводим решение ИУ (7), (8) к решению системы линейных алгебраических уравнений относительно приближенных значений искомых функций  $\Omega^j(t)$ ,  $\Omega_0(t)$  в узловых точках. Решив ее, с помощью потенциалов (1), (4), (5) и формул [8] находим распределение напряжений в пластине и КИН отрыва и сдвига  $K_1 = \lim_{t \rightarrow c} \sigma_n \sqrt{2\pi r}$ ,  $K_2 = \lim_{t \rightarrow c} \tau_n \sqrt{2\pi r}$  в вершине  $c$  трещины ( $r = |t - c|$ ,  $t$  — точка, лежащая на продолжении трещины за конец  $c$  по касательной). При выходе трещины на контур внутреннего отверстия потенциалы (4), уравнения (7), (8) и алгоритм численного решения ИУ следует модифицировать известным образом [8].

Ниже приводятся некоторые приложения полученных решений к оценке КИН в вершинах краевых трещин, развивающихся от контура свободного или нагруженного отверстия радиуса  $a$  с центром в начале координат в прямоугольной пластине ( $L_0 = \{\pm w; -d < y < e\}$ ).

Пусть две краевые трещины  $L_{1,2} = \{t = \tau^{1,2}(\beta) = \pm [a + l(1 + \beta)] \mid |\beta| < 1\}$  исходят от контура кругового отверстия. Пластина нагружена



Р и с. 1



Р и с. 2

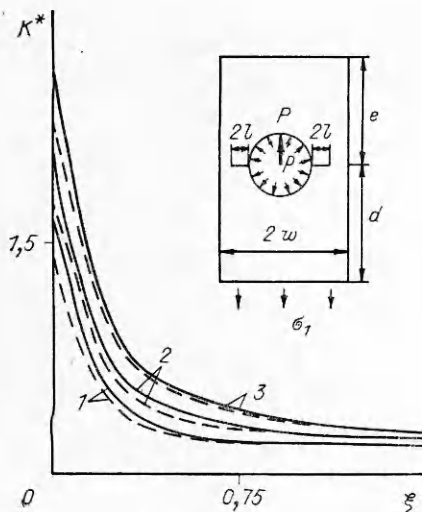
через жесткий штифт, вставленный без зазора в отверстие, усилием  $P = 2ah\sigma$  ( $\sigma$  — напряжение смятия) вдоль оси  $y$ . К нижней кромке пластины  $y = -d$  приложены уравновешивающие равномерно распределенные усилия  $\sigma_1 = P_1/(2wh)$ . В качестве упрощающих допущений примем, что отсутствует трение в зоне контакта штифта с пластиной, а передачу усилия от штифта моделируем: а) нормальным давлением  $\sigma$ , распределенным по полуокружности  $\pi < \gamma < 2\pi$ ; б) давлением, распределенным по закону синуса  $\sigma(t) = (4\sigma/\pi) |\sin \gamma|$  ( $\pi < \gamma < 2\pi$ ).

Далее, если не оговорено особо, упругие параметры материала пластины  $E_1 = 53,84$  ГПа,  $E_2 = 17,95$  ГПа,  $G_{12} = 8,63$  ГПа,  $\nu_1 = 0,25$ ; сплошные (штриховые) линии на рисунках относятся к случаю, когда угол  $\varphi$ , образованный главным направлением анизотропии  $E_1$  с осью  $x$ , равен  $0$  ( $\pi/2$ ).

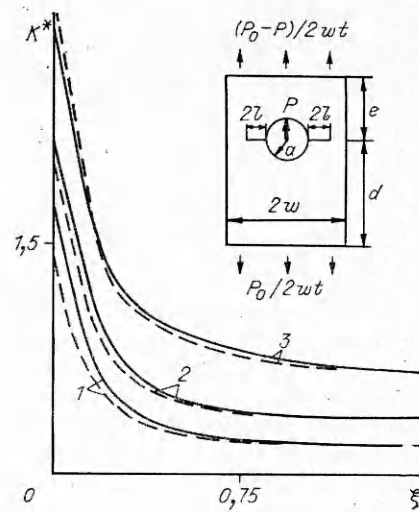
На рис. 1 для случая б) приведены результаты расчетов поправочных КИН отрыва  $K = K_1/K^*$  ( $K^* = \sigma\sqrt{\pi(a+2l)}$  — КИН отрыва в вершинах «эквивалентной» трещины длины  $L^* = 2(a+2l)$  в бесконечной пластине, растягиваемой усилиями  $\sigma_y^\infty = \sigma$ ) в зависимости от  $\delta = 2l/a$  при  $w/a = 2$ ;  $d/a = 4$ ;  $6$  и  $e/a = 4$ ;  $2$  (кривые 1, 2 соответственно). Уменьшение расстояния от центра отверстия до ненагруженной кромки пластины заметно увеличивает КИН ( $\approx 25-50\%$ ). Увеличение особенно существ-

Номер случая	$\eta$	$\delta$						
		0,08	0,09	0,10	0,14	0,20	0,21	0,28
1	1,0	$\frac{1,666}{1,633}$	$\frac{1,736}{1,711}$	$\frac{1,799}{1,782}$	$\frac{2,010}{2,008}$	$\frac{2,251}{-}$	$\frac{2,285}{2,293}$	$\frac{2,511}{2,523}$
	2,0	$\frac{1,153}{1,119}$	$\frac{1,200}{1,171}$	$\frac{1,241}{1,216}$	$\frac{1,375}{-}$	$\frac{1,516}{1,501}$	$\frac{1,534}{-}$	$\frac{1,657}{-}$
2	1,0	$\frac{0,798}{0,790}$	$\frac{0,852}{0,836}$	$\frac{0,879}{0,879}$	$\frac{1,031}{1,027}$	$\frac{1,211}{-}$	$\frac{1,239}{1,240}$	$\frac{1,428}{1,432}$
	2,0	$\frac{0,637}{0,611}$	$\frac{0,665}{0,647}$	$\frac{0,701}{0,678}$	$\frac{0,802}{-}$	$\frac{0,933}{0,926}$	$\frac{0,953}{-}$	$\frac{1,082}{-}$
3	1,0	$\frac{1,882}{1,879}$	$\frac{1,963}{1,963}$	$\frac{2,057}{2,040}$	$\frac{2,279}{2,279}$	$\frac{2,525}{-}$	$\frac{2,559}{2,574}$	$\frac{2,781}{2,799}$
	2,0	$\frac{1,205}{1,197}$	$\frac{1,249}{1,248}$	$\frac{1,289}{1,291}$	$\frac{1,425}{-}$	$\frac{1,553}{1,304}$	$\frac{1,570}{-}$	$\frac{1,677}{-}$

Примечание. Прочерк в знаменателе — результаты отсутствуют.



Р и с. 3



Р и с. 4

венно, если главное направление анизотропии, отвечающее  $E_1$  ( $E_1 > E_2$ ), совпадает с осью  $y$  ( $\varphi = \pi/2$ ).

На рис. 2 даны зависимости  $K$  от  $\lambda = (a + 2l)/w$  для случая а) и б) (кривые 1, 2 соответственно) при  $e = d = 2w$ ,  $w/a = 4$ ; 2. Угол  $\varphi$  слабо влияет на величину  $K$  в рассматриваемых диапазонах параметров. Равномерное давление (случай а), кривые 1) обуславливает КИН отрыва  $K_1$  примерно на 10–30 % ниже значений КИН для распределения по закону синуса (случай б), кривые 2). Такое снижение объясняется, видимо, влиянием местного давления вдоль оси трещины. Расчеты показывают, что для коротких трещин влияние принятого закона распределения особенно велико. Таким образом, допущения относительно вида распределения усилий от штифта могут обусловить значительную разницу между расчетными оценками остаточной долговечности и фактическими данными эксперимента.

Во многих конструктивных схемах нагрузки возникают на поверхности отверстия как результат распределенного по поверхности давления от штифта  $\sigma(t)$  в комбинации с постоянным давлением  $p$  по контуру отверстия. Такая ситуация, например, наблюдается в случае крепежа, установ-

Т а б л и ц а 1

$\delta$								
0,30	0,35	0,40	0,42	0,49	0,50	0,56	0,60	0,63
2,571	2,715	2,855	2,909	3,099	3,126	3,285	3,391	3,461
—	2,731	—	2,932	3,131	—	3,330	—	3,531
1,689	1,767	1,842	1,873	1,991	2,009	2,127	2,217	2,293
1,673	—	1,825	—	—	1,990	—	2,179	—
1,481	1,612	1,746	1,800	1,996	2,025	2,205	2,333	2,433
—	1,620	—	1,812	2,015	—	2,232	—	2,471
1,117	1,205	1,295	1,332	1,470	1,482	1,630	1,735	1,823
1,112	—	1,290	—	—	1,486	—	1,716	—
2,838	2,975	3,107	3,158	3,331	3,356	3,499	3,593	3,662
—	3,002	—	3,196	3,382	—	3,568	—	3,754
1,704	1,771	1,839	1,868	1,976	1,993	2,104	2,189	2,262
1,711	—	1,846	—	—	1,999	—	2,180	—

Таблица 2

$\eta$	$\delta$	M			
		10	20	30	40
1,0	0,1	2,008	2,023	2,034	2,057
	0,6	3,313	3,356	3,572	3,593
2,0	0,1	1,290	1,299	1,299	1,299
	0,6	1,889	2,159	2,188	2,189

ленного с натягом. На рис. 3 для случая б) изображена зависимость поправочного коэффициента  $K^* = K_1(\sigma_1 \sqrt{2\pi l})^{-1}$  от  $\xi = l/a$  при  $w/a = 10$ ;  $e/w = d/w = 1$  при  $p = 0$ ;  $0,4 \sigma$ ;  $\sigma$  (кривые 1—3). С увеличением натяга  $p$  значения  $K^*$  существенно растут. Особенно ярко это выражено для коротких трещин ( $\delta < 0,5$ ).

В соединениях с большим количеством штифтов (в сборных листовых конструкциях с большим количеством крепежа с помощью заклепок или болтов) только часть всей нагрузки, воспринимаемой соединением, может передаваться через данный штифт (болт, заклепку). На рис. 4 показано влияние доли передаваемого через штифт усилия. Зависимость  $K^*$  от  $\xi$  построена для различных соотношений передаваемой нагрузки  $P/P_0 = 1$ ;  $0,4$ ;  $0,2$  (кривые 1—3) при  $w/a = 10$ ;  $e/w = d/w = 1$  и ортотропном материале пластины.

С целью оценки сходимости алгоритма и проверки достоверности результатов рассмотрим три случая нагружения изотропной прямоугольной пластины ( $e = d = H$ ): 1) к нижней и верхней кромкам пластины  $y = \pm H$  приложены равномерно распределенные усилия  $\sigma$  (одностороннее растяжение); 2) к контуру отверстия приложено равномерное нормальное давление; 3) к контуру отверстия приложено нормальное давление  $\sigma(t) = (4\sigma/\pi)|\sin \gamma|$  ( $0 < \gamma < 2\pi$ ), распределенное по закону синуса. Данные для изотропного материала найдены путем предельного перехода в параметрах анизотропии в численном решении (в расчетах полагалось  $\mu_1 = 0,998i$ ;  $\mu_2 = 1,002i$ ).

В табл. 1 приведены для сравнения нормализованные КИН  $K$ , полученные на БЭСМ-6 в рамках предлагаемой методики (в числителе) при числе узлов на четверти границы  $L_0 M = 20$ , и соответствующие результаты из [9] (в знаменателе), определенные методом коллокаций, для  $w/a = 2$  и различных  $\delta = 2l/a$  и  $\eta = H/w$ . Во всех случаях число чебышевских узлов  $M_1$  на контуре трещин полагалось равным 10. Наблюдается вполне удовлетворительное совпадение.

В табл. 2 приводятся для случая 3 значения  $K^*$  при  $M = 10$ ;  $20$ ;  $30$ ;  $40$ ;  $M_1 = 10$ ;  $\eta = 1$ ; 2 и  $\delta = 0,1$ ;  $0,6$ . Расчеты свидетельствуют, что даже использование простейшего способа дискретизации границы  $L_0$  (равномерного разбиения) и квадратурных формул прямоугольников позволяет получить устойчивый счет и хорошую сходимость приближенного решения как для коротких, так и для длинных трещин. Значения КИН на рис. 1—4 совпадают между собой в первых двух значащих цифрах уже при числе узлов на половине границы  $L_0 N \geq 50$  и на контуре трещины  $M_1 \geq 10$ .

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие. Т. 2. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами.— Киев: Наук. думка, 1988.
2. Ball D. L. The development of mode I, linear elastic stress intensity factor solutions for cracks in mechanically fastened joints // Engng Fract. Mech.— 1987.— V. 27, N 6.
3. Механика композитных материалов и элементов конструкций. Т. 1. Механика композитных материалов.— Киев: Наук. думка, 1982.
4. Сироткин О. С., Зайцев Г. П., Кайков К. В., Литвинов В. Б. Контактное взаимодействие шарнирного металлокомпозитного соединения при наличии трещиноподобных дефектов // Механика композит. материалов.— 1987.— № 1.
5. Crews J. H. A survey of strength analysis methods for laminates with holes // J. Aeronaut. Soc. India.— 1984.— V. 36, N 4.
6. Савин Г. Н. Распределение напряжений около отверстий.— Киев: Наук. думка, 1968.
7. Шерман Д. И. К решению плоской задачи теории упругости для анизотропной среды // ПММ.— 1942.— Т. 6, вып. 6.

8. Максименко В. Н. Предельное равновесие анизотропной пластины, ослабленной эллиптическим отверстием и системой трещин сложной формы // Учен. зап. ЦАГИ. — 1987. — № 3.
9. Cartwright D. J., Parker A. P. Opening mode stress intensity factors for cracks in pin-loads joints // Intern. J. Fracture. — 1982. — V. 18, N 1.

г. Новосибирск

Поступила 23/1 1989 г.

УДК 53.082.25

Е. В. Гуменник, Ю. Д. Чашечкин

## ИССЛЕДОВАНИЕ СТРУКТУРЫ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ МЕТОДОМ ЛАЗЕРНОГО СКАНИРОВАНИЯ

Основной особенностью турбулентных и вихревых движений в стратифицированной среде являются анизотропия переноса в вертикальном и горизонтальном направлениях, вызванная действием сил плавучести, и образование слоистых структур [1]. До настоящего времени механизмы образования, законы эволюции и вырождения этих структур изучены недостаточно. Одна из причин этого заключается в недостаточном высоком уровне развития экспериментальных методов и средств для измерения тонкой структуры распределения плотности в стратифицированных средах.

Для экспериментального исследования плотностной структуры стратифицированных течений широко применяются бесконтактные оптические методы. В частности, существенные результаты получены теневыми методами, с помощью которых, однако, затруднительно организовать оперативную обработку информации с применением современных измерительных средств.

Лазерные сканирующие рефрактометры (ЛСР), основанные на использовании электрической регистрации мгновенного значения угла рефракции узкого сканируемого лазерного пучка, зондирующего исследуемый объект [2, 3], дают возможность получать оперативную количественную информацию о его плотностной структуре. При этом измеряемым параметром, так же как и в теневых методах, является интегральное по длине зондирующего луча значение градиента показателя преломления. Но информация здесь получается не в виде распределения освещенности в плоскости теневое изображение объекта, а в виде электрического сигнала, что позволяет непосредственно применять для обработки информации современные измерительные средства, в частности ЭВМ [4].

Однако в настоящее время реализованы лишь ЛСР со строчной разверткой [2, 4], что связано с техническими трудностями изготовления соответствующих двухкоординатных сканеров, необходимых для организации в ЛСР кадровой развертки. Увеличение возможностей лазерных сканирующих систем со строчной разверткой связано с комплексированием ЛСР с традиционными теневыми приборами [4], но оптимизация параметров ЛСР ограничена при этом конструктивными особенностями, габаритными размерами и оптическими характеристиками серийных теневых приборов. Так, пространственное разрешение ЛСР, совмещенного с прибором ИАБ-458 [4], определяется размером зондирующего пучка в исследуемом объекте  $w_0 = \lambda f_T / \pi w$  ( $\lambda$  — длина волны излучения лазера,  $w$  — размер лазерного пучка на сканере,  $f_T$  — фокусное расстояние главного объектива теневого прибора) и не может быть достаточно малым из-за большого значения  $f_T$ .

В настоящей работе приведены результаты разработки измерительной системы, совмещающей лазерный прибор (ТП) и ЛСР, для которых общим источником света является лазер и имеется возможность независимого варьирования параметров ЛСР и ТП, а также результаты использования этой системы для исследования структуры стратифицированного течения за тупым цилиндром.

Эксперименты проводились в малом лабораторном бассейне из оргстекла размерами  $60 \times 10 \times 20$  см. Водосливовка плохообтекаемого цилиндрического тела осуществлялась вдоль оси симметрии бассейна. Линейная стратификация создавалась методом непрерывного вытеснения [5] за счет изменения концентрации водного раствора хлористого натрия вдоль вертикального направления. При этом брали три значения периода плавучести  $T_* = 2\pi/N = 2\pi(g/\Lambda)^{1/2}$ , рассчитанные по заливке: 3,5; 4,9; 9,8 с. Здесь  $N$  — частота плавучести;  $g$  — ускорение силы тяжести; масштаб изменения плотности в невозмущенной среде  $\Lambda = (d \ln \rho / dz)^{-1}$ ;  $\rho$  — плотность;  $z$  — вертикальная координата, связанная с  $g$ . Кроме того, использовались два режима буксировки по скоростям  $U$ , для которых рассчитанные по диаметру цилиндра  $d$  значения чисел Рейнольдса  $Re = 650$  и  $1300$ . Такие условия позволили провести эксперименты при