

ляют 30—50 мкм, размеры областей сросшихся зерен — от сотен микрон до нескольких миллиметров. Избыток кремния растворен как в окисной, так и в силицидной фазе.

Предложенный механизм структурных превращений может служить предпосылкой для создания математической модели процесса, учитывающей основные стадии его протекания и позволяющей связать характеристики горения с протекающими в системе физико-химическими процессами. Выявлена двойная роль Al — восстановителя молибдена из его окисла и интенсификатора горения за счет облегчения взаимного транспорта реагентов на ранних стадиях реакции. Вторая его функция подтверждена реализацией горения в смеси крупнодисперсных порошков Mo и Si, горение которых в отсутствие Al не реализуется. Тем самым подтверждено, что введение в шихту компонента, образующего легкоплавкие (по сравнению с основными компонентами) промежуточные соединения, можно рекомендовать и для других систем как способ снятия кинетических затруднений.

В заключение авторы выражают свою признательность А. М. Столину за полезные обсуждения в процессе выполнения работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Высокотемпературная защита материалов**/Под ред. М. М. Шульца.— Л.: Наука, 1981.
2. **Кислый П. С., Бадян А. Х., Киндышева В. С. и др. Высокотемпературные неметаллические нагреватели.**— Киев: Наук. думка, 1981.
3. **Мержанов А. Г.** // *Физическая химия. Современные проблемы*/Под ред. Я. М. Колотыркина.— М.: Химия, 1983.
4. **Новиков Н. П., Боровинская И. П., Мержанов А. Г.** // *Процессы горения в химической технологии и металлургии.*— Черноголовка, 1976.
5. **Саркисян А. Р., Долуханян С. К., Боровинская И. П. и др.** ФГВ, 1978, 14, 3, 49.
6. **Саркисян А. Р.** Самораспространяющийся высокотемпературный синтез силицидов переходных металлов: Автореф. дис. ... канд. техн. наук.— Киев, 1980.
7. **Кодаш В. Ю.** // *Получение, исследование свойств и применение сверхтвердых материалов.*— Киев: ИСМ АН УССР, 1984.
8. **Мержанов А. Г., Боровинская И. П., Юхвид В. И. и др.** // *Научные основы материаловедения.*— М.: Наука, 1981.
9. **Самсонов Г. В., Дворина Л. А., Рудь Б. М.**— М.: Металлургия, 1979.

п. Черноголовка

Поступила в редакцию 16/XI 1988

УДК 536.46

В. А. Архипов, П. В. Белоусов, В. Н. Вилюнов

АНАЛИЗ СТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМОВ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО РЕАКТОРА ИДЕАЛЬНОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ

В теоретических исследованиях нестационарного горения конденсированных (к-веществ) химические реакции и соответственно тепловыделение рассматриваются, как правило, локализованными в узкой зоне (модель тонкого пламени [1—3]). Ширина этой зоны не является характерным размером задачи, так как она много меньше размера камеры сгорания. Данный подход оправдывает себя во многих практических задачах, однако при этом может быть потеряно качество описания низкотемпературных режимов работы реактора, например связанных с тлением к-вещества, или режимов, которые реализуются при зажигании и гашении, смене стационарных режимов работы реактора и в других нестационарных процессах.

В настоящей работе рассматривается энергетический реактор идеального перемешивания. При этом считается, что химические реакции и со-

ответственно тепловыделение равномерно рассредоточены в объеме камеры реактора. Если при достаточном снижении температуры газа (глубокий и резкий сброс давления, например) характерные времена протекающих химических реакций станут сравнимы с временем пребывания газов в камере, то модель реактора идеального перемешивания является более приемлемой аппроксимацией, чем замена зоны тепловыделения поверхностью разрыва [4].

Предполагается, что к-вещество в камере реактора разлагается с линейной (в общем случае нестационарной) скоростью u , зависящей только от температуры его поверхности T_s . Камера сгорания рассматривается как энергетический реактор идеального перемешивания постоянного объема V (изменение V за счет выгорания к-вещества не учитывается), а температура T , плотность ρ и давление p газа одинаковы во всем объеме камеры. От поверхности горения площадью S_K в реактор непрерывно поступают продукты разложения к-вещества (компонент A) с температурой, равной T_s , и значениями удельных параметров R, c_p, c_v (R — газовая постоянная, c_p, c_v — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме). При этом считается, что характерное время изменения геометрии поверхностей к-вещества много больше других характерных времен.

В реакторе происходит экзотермическая реакция первого порядка, переводящая компоненты A в продукты сгорания (компонент B). Предполагается, что параметры R, c_p, c_v у компонентов A и B одинаковы, а скорость реакции зависит от T по закону Аррениуса с константами формальной кинетики z, E . Концентрация каждого из компонентов постоянна по объему реактора. Расход газа через выходное сечение реактора описывается в рамках модели квазиодномерного изоэнтропического истечения, а теплообмен между газовой фазой и стенками камеры и поверхностью к-вещества — законом Ньютона.

Нестационарная система уравнений, описывающая поведение рассматриваемого реактора, имеет следующий вид:

$$\frac{d(\rho V)}{dt} = \rho_K u S_K - G, \quad (1)$$

$$\frac{d(\rho_1 V)}{dt} = \rho_K u S_K - \rho_1 V z \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) - \frac{\rho_1}{\rho} G, \quad (2)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho c_v T V) = \rho_K u S_K c_p T_s + Q \rho_1 V z \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) - c_p T G - q, \quad (3)$$

$$q = \alpha_K (T - T_s) S_K + \alpha_{ст} (T - T_{ст}) S_{ст}, \quad (4)$$

$$p = \rho R T, \quad (5)$$

$$G = \Phi \Gamma(k) \frac{p S_{кр}}{\sqrt{RT}}, \quad (6)$$

$$u = u_* \exp\left(B_* \frac{T_s - T_*}{T_*}\right), \quad (7)$$

$$\frac{\partial T_K}{\partial t} = \kappa_K \frac{\partial^2 T_K}{\partial x^2} + u \frac{\partial T_K}{\partial x}, \quad (8)$$

$$T_K - \frac{\lambda_K}{\alpha_K} \frac{\partial T_K}{\partial x} \Big|_{x=0} = T, \quad T_K(\infty, t) = T_0, \quad T_K \Big|_{x=0} = T_s. \quad (9)$$

Здесь $\Gamma(k) = \sqrt{k} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$ — функция показателя адиабаты $k = c_p/c_v$;

$\rho_K, c_K, \lambda_K, \kappa_K = \lambda_K/\rho_K c_K$ — плотность, удельная теплоемкость, коэффициент, тепло- и температуропроводности к-вещества; ρ_1 — плотность компоненты A в камере; Q — тепловой эффект химической реакции; q — тепловой поток в стенки камеры и к поверхности топлива; $S_{ст}$ — площадь внутренней поверхности стенок камеры сгорания; $\alpha_K, \alpha_{ст}$ — коэффициенты теплоотда-

чи для поверхности к-вещества и стенок камеры соответственно; u_* , B_* , T_* — константы в законе пиролиза; T_0 — начальная температура к-вещества; G — расход смеси $A + B$ через выходное сечение.

В приведенной системе уравнения (1), (2) выражают закон сохранения массы для смеси $A + B$ и компонента A соответственно; формула (3) совместно с законом теплообмена Ньютона (4) — закон сохранения энергии (предполагается, что $T_{ст} = \text{const}$); (5) — уравнение состояния для смеси газов.

Закон пиролиза $u(T_s)$, согласно модели Денисона — Баумана [5], выбран в виде (7), удобном для дальнейшего анализа и качественно отражающем опытные данные для пороха Н [6]. Отметим, что явная зависимость скорости разложения к-вещества от давления в рассматриваемой модели не предполагается, но реализуется через механизм теплообмена между газом и топливом. Краевая задача (8), (9) для уравнения теплопроводности внутри к-вещества записана в системе координат, связанной с поверхностью горения.

Рассмотрим стационарные решения системы (1) — (9). В этом случае выражения (1) — (3), (8) после интегрирования уравнения теплопроводности примут вид

$$\rho_k u S_k = G, \quad (10)$$

$$\rho_k u S_k = \rho_1 V z \exp(-E/RT) + \rho_1/\rho \cdot G, \quad (11)$$

$$\rho_k u S_k c_p T_s + Q \rho_1 V z \exp(-E/RT) - c_p T G - q = 0, \quad (12)$$

$$\lambda_k (T_s - T_0) \cdot u/\kappa_k = \alpha (T - T_s). \quad (13)$$

Для решения системы необходимо определить зависимость величины α от состояния реактора. В настоящей работе принято, что теплообмен со стенками и с поверхностью к-вещества происходит так, что $\alpha \sim m$ (m — массовая скорость обдува), поэтому число Стентона $St = \alpha/cm = \text{const}$.

Аналогичный подход к описанию теплообмена использован в [7]. Это позволяет упростить решение задачи. (При стационарной работе реактора m равна массовой скорости горения к-вещества.) В предложении $c = c_p = c_k$

$$\alpha = St c \rho_k u. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13), получим

$$\frac{T_s - T_0}{T - T_s} = St. \quad (15)$$

Подставляя (10) и (11) в (12) и разделив (12) на $c \rho_k u S_k$, имеем

$$\frac{\frac{Q}{c} V z \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)}{V z \exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \varphi \Gamma(k) \sqrt{RT} S_{кр}} = T - T_s + St \left[T - T_s + (T - T_{ст}) \frac{S_{ст}}{S_k} \right]. \quad (16)$$

Допущение $St = \text{const}$ привело к тому, что в (16) не входит закон пиролиза $u(T_s)$. Исключая T_s из (16) с помощью (15), найдем

$$\frac{\frac{Q}{c} \exp\left(-\frac{E}{RT}\right)}{\exp\left(-\frac{E}{RT}\right) + \frac{\varphi \Gamma(k) S_{кр} \sqrt{E}}{V z} \sqrt{\frac{RT}{E}}} = T - T_0 + St (T - T_{ст}). \quad (17)$$

Введем обозначения

$$T_{\min} = \frac{T_0 + St T_{ст} \frac{S_{ст}}{S_k}}{1 + St \frac{S_{ст}}{S_k}}, \quad (18)$$

$$T_{\max} = \frac{\frac{Q}{c} + T_0 + St T_{cr} \frac{S_{cr}}{S_R}}{1 + St \frac{S_{cr}}{S_R}}, \quad (19)$$

$$D = \frac{1}{\sqrt{z}} \varphi \Gamma(k) S_{кр} \sqrt{E}. \quad (20)$$

Тогда из (17) следует (с учетом $\Theta = RT/E$)

$$\exp\left(-\frac{1}{\Theta}\right) = D \frac{\Theta - \Theta_{\min}}{\Theta_{\max} - \Theta} \sqrt{\Theta}. \quad (21)$$

На рис. 1 приведены зависимости $y^{(1)}(\Theta)$ и $y^{(2)}(\Theta)$ (левая и правая части уравнения (21)) при различных значениях параметра задачи D . Видно, что в зависимости от D кривые $y^{(1)}(\Theta)$ и $y^{(2)}(\Theta)$ в области Θ_{\min} , Θ_{\max} могут иметь: а) одну точку пересечения и одну точку касания; б) одну точку пересечения; в) три точки пересечения.

Для анализа реализующихся при этом решений (21) запишем условия касания $y^{(1)}(\Theta)$ и $y^{(2)}(\Theta)$, полученные приравниванием производных левой и правой частей (21):

$$\Theta^3 - (2 + 3\Theta_{\max} - \Theta_{\min})\Theta^2 + (2\Theta_{\max} + \Theta_{\max}\Theta_{\min} + 2\Theta_{\min})\Theta - 2\Theta_{\min}\Theta_{\max} = 0. \quad (22)$$

Уравнение (22) в зависимости от Θ_{\min} , Θ_{\max} может иметь либо одно (случай а1), либо три (а2) решения. Если реализуется случай а1, то единственное решение лежит правее Θ_{\max} , что означает, что для (21) в

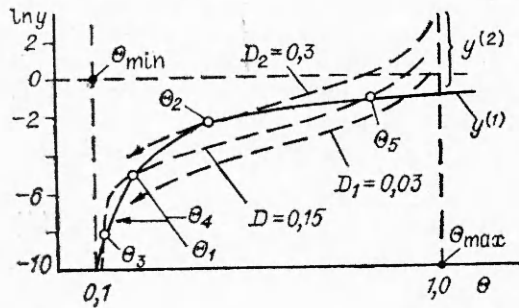


Рис. 1.

диапазоне Θ_{\min} , Θ_{\max} точек касания нет ни при каких D ; т. е. ни при каких D невозможны и три точки пересечения в этой же области. Из этого следует, что реализуется случай б (одна точка пересечения). Достаточным условием единственности корня (22) является $\Theta_{\min} > 0,4$ (горение при любых D).

Если реализуется а2 (три точки касания), то в области $(\Theta_{\min}, \Theta_{\max})$ этих точек две: Θ_1, Θ_2 ($\Theta_1 < \Theta_2$) при D_1 и D_2 ($D_1 > D_2$) (см. рис. 1). Реализация случая а2 означает, что при любых $D \in (D_2, D_1)$ существует три стационарных состояния системы $\Theta_3, \Theta_4, \Theta_5$ ($\Theta_3 < \Theta_4 < \Theta_5$), причем $\Theta_{\min} < \Theta_3 < \Theta_1 < \Theta_4 < \Theta_2 < \Theta_5 < \Theta_{\max}$ (см. рис. 1). Будем считать верхнее решение системы (Θ_5) горением, а нижнее (Θ_3) — отсутствием горения. Можно показать, что среднее решение (Θ_4) неустойчиво. Оно имеет важное значение при описании работы реактора. Если внешним воздействием привести систему в квазистационарное состояние правее этой точки (по температуре), то реактор зажжется, и наоборот, если работающий реактор квазистационарно перевести внешним воздействием в состояние левее этой точки, то произойдет погасание реактора.

Таким образом, решение Θ_4 уравнения (21) можно интерпретировать, как критерий зажигания — погасания k -вещества в камере сгорания. Достаточное условие, при котором гашение реактора невозможно, в размерном виде запишем так:

$$T_{\min} = \frac{T_0 + St T_{cr} \frac{S_{cr}}{S_R}}{1 + St \frac{S_{cr}}{S_R}} > 0,4 \frac{E}{R}. \quad (23)$$

Представляет интерес нахождение аналитической зависимости скорости горения от давления. Подставляя в (21) D из (20) и заменяя $\Phi\Gamma(k)S_{кр}$ через u и p из уравнения сохранения массы (10), получим после очевидных преобразований

$$\Pi = \Theta \frac{\Theta - \Theta_{mir}}{\Theta_{max} - \Theta} \exp\left(\frac{1}{\Theta} + \beta\Theta\right), \quad U = \exp(\beta\Theta), \quad (24)$$

где

$$\Pi = \frac{pVz}{\rho_R u_0 S_{кр}}; \quad U = \frac{u}{u_0}; \quad \beta = \frac{B_* St E}{T_*(1+St)R};$$

$$u_0 = u_* \exp\left[\frac{B_*}{T_*} \left(\frac{T_0}{1+St} - T_*\right)\right].$$

Зависимость $U(\Pi)$ задается параметрически в виде (24); в логарифмических координатах она приведена на рис. 2. Она имеет две горизонтальные асимптоты, отвечающие горению при Θ_{min} и Θ_{max} . Кривая имеет три участка: $(-\infty, A_1)$ — устойчивые холодные стационарные решения; (A_1, A_2) — неустойчивые решения; (A_2, ∞) — устойчивые горячие решения. Точки A_1 и A_2 соответствуют точкам касания Θ_1 и Θ_2 на рис. 1. A_1, A_2 — точки потери устойчивости стационарного решения.

Изменение параметров реактора, приводящее к перемещению стационарного решения влево по кривой (см. рис. 2), сопровождается снижением средней температуры газа в камере, что соответствует экспериментальным данным [8]. Экспериментальное определение Θ_2 (как нижней границы устойчивости горения) и сравнение ее с величиной, вычисленной из решения (22), может служить подтверждением (или опровержением) адекватности рассматриваемой модели.

Данная модель позволяет подобрать наилучшие значения z, E для аппроксимации зависимости скорости горения от давления в специально поставленном эксперименте по стационарному сжиганию k -вещества в реакторе участком (A_2, ∞) кривой (24).

Таким образом, в настоящей работе предложена модель горения k -вещества в камере энергетического реактора, которая позволяет качественно объяснить существование двух устойчивых стационарных решений, получить зависимость критерия зажигания — гашения от параметров задачи и описать алгоритм полуэмпирического определения входящих в задачу констант формальной кинетики.

ЛИТЕРАТУРА

1. Зельдович Я. Б. ЖЭТФ, 1942, 12, 498.
2. Гусаченко Л. К., Зарко В. Е., Зырянов В. Я. и др. Моделирование процессов горения твердых топлив. — Новосибирск: Наука, 1985.
3. Гостинцев Ю. А., Похил П. Ф., Суханов Л. А. Докл. АН СССР, 1970, 195, 1, 137.
4. Гостинцев Ю. А., Ермолаев Б. С., Похил П. Ф. Докл. АН СССР, 1971, 199, 5, 1118.
5. Денисон М., Баум Е. РТК, 1961, 8, 81.
6. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
7. Присяжков В. Ф. Динамика ракетных двигателей твердого топлива. — М.: Машиностроение, 1984.
8. Мальцев В. М., Мальцев М. И., Кашпоров Л. Я. Основные характеристики горения. — М.: Химия, 1977.

г. Томск

Поступила в редакцию 12/X 1988,
после доработки — 2/II 1989

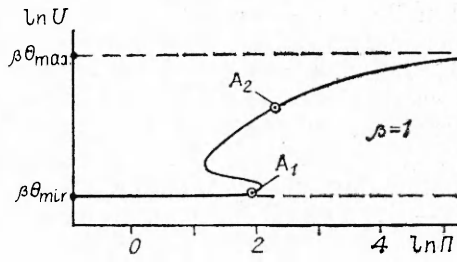


Рис. 2.