

К ВОПРОСУ О ПРОНИКАНИИ СТЕРЖНЯ В ПРЕГРАДУ С БОЛЬШОЙ СКОРОСТЬЮ

В. П. Алексеевский

(Киев)

Образование полости в металлической преграде, вызванное действием металлической кумулятивной струи, происходит за счет расхождения металла самой струи на проникание [1]. Она как бы раздвигает преграду, а ее частицы прилипают к стенкам образующейся полости (рис. 1). Для упрощения дальнейших выкладок кумулятивная струя рассматривается здесь в виде цилиндрического стержня, а преграда — в виде полупространства. Предполагается, что длина стержня значительно больше его диаметра.

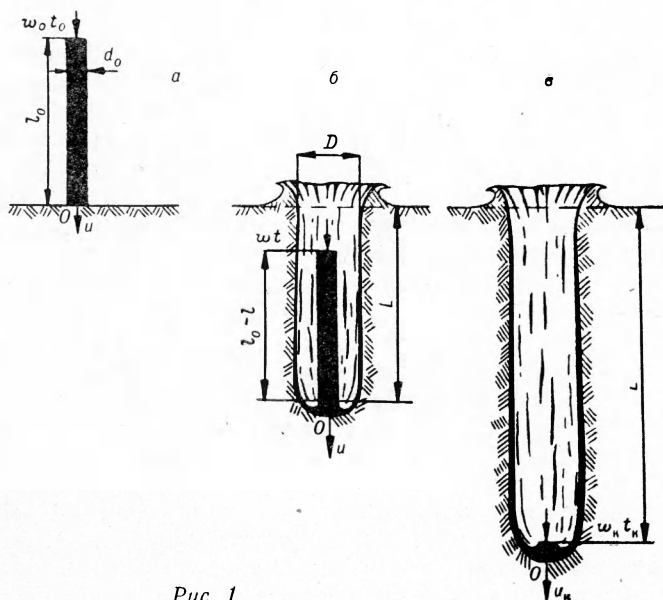


Рис. 1.

Давление, развивающееся в зоне взаимодействия металлических струи и преграды, на порядок больше величины внутренних сил сопротивления деформированию, поэтому было предложено [1] рассматривать их движение как встречное установившееся движение двух бесконечных потоков идеальной жидкости. Выводы этой гидродинамической теории в первом приближении хорошо согласуются с результатами наблюдений.

Дальнейшие исследования показали, что струйное проникание происходит также при взаимодействии стержня с преградой, изготовленных

из различных жидких или пластически деформируемых материалов. если имеет место неравенство

$$\frac{\rho_c \omega^2}{\sigma} \gg 1, \quad (1)$$

где ω — скорость стержня в рассматриваемый момент времени; σ — наибольшее динамическое напряжение текучести материала стержня или преграды; ρ_c — плотность стержня.

Были проведены опыты с использованием в качестве материала стержня и преграды: воды, ртути, пластилина, мыла, глины и свинца [2]. Сжимаемость материалов до определенного предела не влияет на процесс струйного проникания. Для пластичных металлов [3] этим пределом является сжимаемость до 20—30%. Таким образом, для расширения границ применимости гидродинамической теории необходимо учесть прежде всего действие внутренних сил. Ниже рассматривается приближенное решение такой задачи¹.

Как показали Ф. Ф. Витман и В. А. Степанов [4], величину, характеризующую напряженное состояние в критической точке пластически деформируемой металлической преграды, можно определить по формуле

$$\sigma = H_D + k \rho_n \omega^2, \quad (2)$$

где σ — величина, характеризующая напряженное состояние в критической точке преграды, возникающее при движении в ней осесимметричного абсолютно твердого тела; ω — скорость тела, k — коэффициент формы тела; ρ_n — плотность преграды; H_D — динамическая твердость преграды, характеризующая действие внутренних сил сопротивления деформированию. Существенно, что последняя величина практически остается постоянной при изменении скорости тела от 10 до $0,5 \cdot 10^4$ м/сек.

В рассматриваемой задаче подобным образом можно характеризовать и часть напряженного состояния деформирующегося стержня, определяемого внутренними силами (σ_{SD}), назвав его динамическим пределом текучести [6].

Исследования показали, что при проникании твердого тела в преграду в качестве характерной константы (a) материала можно принять также удельную работу вытеснения объема. Эта константа есть отношение энергии, затраченной на образование полости в преграде к ее объему.

Рассмотренные три константы материала, видимо, могут быть выражены через коэффициент пластичности материала путем точного решения соответствующей задачи динамической теории пластичности. Однако для приложений удобнее пользоваться тремя величинами H_D , σ_{SD} , a , которые легко определяются непосредственными измерениями.

Используем эти характеристики для решения поставленной задачи.

В произвольный момент времени в точке O (см. рис. 1, б) границы раздела материалов стержня и преграды запишем, используя (2), следующее равенство:

$$H_D + k_n \rho_n u^2 = \sigma_{SD} + k_c \rho_c (\omega - u)^2,$$

¹ В работе А. Я. Сагомояна [5] рассматривается решение аналогичной задачи при других упрощающих предположениях применительно к коротким стержням.

где ρ_n и ρ_c — плотности преграды и струи; w — скорость недеформированной части стержня; u — скорость проникания движения границы раздела.

Решая последнее уравнение относительно u и пользуясь приближенной формулой извлечения квадратного корня, получим после простых преобразований

$$\frac{u}{w} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{k_n \rho_n}{k_c \rho_c}}} - \frac{H_D - \sigma_{SD}}{2w^2 \sqrt{k_c k_n \rho_c \rho_n}}.$$

При $\sigma_{SD} = 0$; $H_D = 0$; $\frac{k_n}{k_c} = 1$ полученное выражение совпадает с формулой, вытекающей из гидродинамической схемы проникания. Отметим, что при $\sigma_{SD} = H_D$ пластичный стержень должен двигаться в пластичной преграде в соответствии с гидродинамической теорией даже при относительно небольших скоростях. Это обстоятельство хорошо подтверждается экспериментами на металлах и пластилине. Определение переменных k_n и k_c , зависящих от геометрии течения, затруднено. В рассматриваемой постановке задачи, для которой гидродинамическая схема движения является основной, а действие внутренних сил учитывается приближенно, положим их постоянными и равными $k_n = k_c = \frac{1}{2}$.

Тогда

$$\frac{u}{w} = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_c}}} - \frac{H_D - \sigma_{SD}}{w^2 \sqrt{\rho_n \rho_c}}. \quad (3)$$

Запишем уравнение движения недеформированной в данный момент твердой части стержня выше сечения «аа»

$$\rho_c (l_0 - l) \frac{dw}{dt} = - \sigma_{SD}, \quad (4)$$

где l_0 — полная длина стержня; l — длина израсходованной на проникание части стержня; σ_{SD} — напряжение в сечении «аа» (см. рис. 1, б), разделяющем твердую и пластически деформирующуюся части стержня, равное динамическому пределу текучести.

Для рассматриваемого процесса можно записать

$$\frac{dl}{dt} = w - u, \quad (5)$$

где $\frac{dl}{dt}$ — скорость расходования стержня на проникание;

$$\frac{dL}{dt} = u, \quad (6)$$

где L — глубина проникания.

Начальные значения величин, входящих в уравнения (3)–(6), следующие: $t=0$; $l=0$; $L=0$; $w=w_0$; $u=u_0$. Величина u_0 определяется из (3) подстановкой в него значения $w=w_0$.

Для упрощения дальнейших выкладок введем обозначения:
для безразмерных переменных

$$\xi = \frac{\omega}{\omega_0}; \quad \eta = \frac{l}{l_0}; \quad \Theta = \frac{L}{l_0}; \quad \zeta = \frac{D}{d_0}; \quad \tau = \frac{\omega_0}{l_0} t,$$

где ω_0 — начальная скорость стержня; l_0 — длина стержня; d_0 — диаметр стержня; D — диаметр полости;
для безразмерных постоянных

$$A = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\rho_n}{\rho_c}}}; \quad B = \frac{H_D - \sigma_{SD}}{\omega_0^2 \sqrt{\rho_n \rho_c}};$$

$$C = \frac{\sigma_{SD}}{\rho_c \omega_0^2}; \quad C_0 = \frac{2a}{\rho_c \omega_0^2},$$

где a — удельная работа вытеснения объема.

Из (3) найдем выражение для u в новых обозначениях

$$u = \omega_0 \xi \left(A - \frac{B}{\xi^2} \right).$$

Подставляя это выражение соответственно в (5) и (6) найдем:

$$\frac{d\eta}{d\tau} = \xi \left(1 - A \right) + \frac{B}{\xi}, \quad (7)$$

$$\frac{d\Theta}{d\tau} = \xi A - \frac{B}{\xi}. \quad (8)$$

Уравнение (4) в новых обозначениях примет вид

$$\frac{d\xi}{d\tau} = - \frac{C}{1 - \eta}. \quad (9)$$

Решение задачи свелось к определению трех неизвестных функций времени ξ , η , Θ из системы трех обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка (7)–(9) при следующих начальных условиях: $\tau=0$; $\xi=1$; $\eta=0$; $\Theta=0$.

Разделив (9) на (7), получим уравнение для определения зависимости между ξ и η

$$\frac{d\xi}{d\eta} = \frac{-C}{(1 - \eta) \left[\xi (1 - A) + \frac{B}{\xi} \right]}.$$

Разделяя переменные и интегрируя в пределах их изменения, запишем

$$\int_{\xi}^1 \left[\xi (1 - A) + \frac{B}{\xi} \right] d\xi = -C \int_{\eta}^0 \frac{d\eta}{1 - \eta}.$$

Вычисляя интегралы, подставляя пределы и учитывая, что из физических соображений всегда $A < 1$; $\xi \leq 1$, найдем

$$1 - \eta = \frac{\xi^{\frac{B}{C}}}{\exp \left[\frac{1-A}{2C} (1 - \xi^2) \right]}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9), получим уравнение для определения функции $\xi(\tau)$:

$$\frac{d\xi}{d\tau} = -C \frac{\exp \left[\frac{1-A}{2C} (1 - \xi^2) \right]}{\xi^{\frac{B}{C}}},$$

разделяя переменные и интегрируя, получим

$$\tau = \frac{1}{C} \int_{\xi}^1 \frac{\xi^{\frac{B}{C}}}{\exp \left[\frac{1-A}{2C} (1 - \xi^2) \right]} d\xi. \quad (11)$$

Разделив (8) на (9) и используя (10), найдем уравнение для определения зависимости между Θ и ξ

$$\frac{d\Theta}{d\xi} = - \frac{\left(\xi A - \frac{B}{\xi} \right) \xi^{\frac{B}{C}}}{C \cdot \exp \left[\frac{1-A}{2C} (1 - \xi^2) \right]}.$$

Разделив переменные и интегрируя, запишем

$$\Theta = \frac{1}{C} \int_{\xi}^1 \frac{\xi^{\frac{B}{C}} \left(\xi A - \frac{B}{\xi} \right)}{\exp \left[\frac{1-A}{2C} (1 - \xi^2) \right]} d\xi. \quad (12)$$

Система уравнений (10), (11), (12) позволяет численными методами рассчитать изменения функций ξ , η , Θ в зависимости от времени движения τ .

Определим теперь форму образующейся полости, используя удельную работу вытеснения объема.

В произвольный момент времени справедливо следующее дифференциальное равенство:

$$\frac{\frac{\rho_c \pi d_0^2}{4} \frac{w^2}{2} dt - \frac{\pi d_0^2}{4} \sigma_{SD} dt}{\frac{\pi D^2}{4} dL} = a.$$

Используя введенные ранее обозначения для безразмерных постоянных и переменных величин, получим

$$\frac{\xi^2 - 2C}{\xi^2} \frac{d\eta}{d\Theta} = C_0.$$

Используя равенства (7) и (8), найдем зависимость между функциями ζ и ξ

$$\zeta = \sqrt{\frac{(\xi^2 - 2C) [\xi^2 (1 - A) + B]}{C_0 (\xi^2 A - B)}} \geq 1. \quad (13)$$

Неравенство следует из условия, что диаметр образующейся полости не может быть меньше диаметра стержня. Используя (11), численными методами можно рассчитать зависимость $\zeta(\tau)$.

Рассмотрим один частный случай движения, когда $\frac{B}{C} \approx 1$, для которого возможно аналитическое решение. Вычисляя интеграл (11) при $B=C$, получим

$$\tau = \frac{1}{1-A} \left\{ 1 - \exp \left[-\frac{1-A}{2C} (1 - \xi^2) \right] \right\}.$$

Решая это уравнение относительно ξ , запишем

$$\xi = \sqrt{1 + \frac{2C}{1-A} \ln [1 - \tau (1 - A)]} \sim 1 + \frac{C}{1-A} \ln [1 - \tau (1 - A)]. \quad (14)$$

Подставляя приближенное выражение для ξ в (10), найдем функцию $\eta(\tau)$:

$$\eta \sim 1 - [1 - \tau (1 - A)] \sqrt{1 + \frac{2C}{1-A} \ln [1 - \tau (1 - A)]} \sim \tau (1 - A) - \frac{C}{1-A} [1 - \tau (1 - A)] \ln [1 - \tau (1 - A)]. \quad (15)$$

Для вычисления функции Θ сложим равенства (7) и (8). Подставляя в полученное равенство приближенное выражение для ξ из (14), запишем

$$\frac{d(\Theta + \eta)}{d\tau} \sim 1 + \frac{C}{1-A} \ln [1 - \tau (1 - A)],$$

откуда

$$\Theta + \eta \sim \int_0^\tau \left\{ 1 + \frac{C}{1-A} \ln [1 - \tau (1 - A)] \right\} d\tau.$$

Выполнив интегрирование и подставляя приближенное выражение для η из (15), после преобразования получим

$$\Theta \sim \left(A - \frac{C}{1-A} \right) \tau - \frac{AC}{(1-A)^2} [1 - \tau (1 - A)] \ln [1 - \tau (1 - A)]. \quad (16)$$

Разделив (16) на (15), найдем характерную для процесса проникания зависимость — отношение глубины проникания к длине израсходованной части струи:

$$\frac{\Theta}{\eta} \sim \frac{A}{1-A} - \frac{\frac{C}{1-A} \tau}{(1-A) \tau - \frac{C}{1-A} [1 - \tau (1 - A)] \ln [1 - \tau (1 - A)]}. \quad (17)$$

Из (17) следует, что при $\tau \rightarrow 0$ отношение имеет предел

$$\left(\frac{\theta}{\eta} \right)_{\tau \rightarrow 0} = \frac{A - C}{1 - A + C}.$$

Наконец, для жидких стержня и преграды при $B=C=0$ отношение совпадает с соотношениями, вытекающими из гидродинамической теории.

В качестве примера рассчитаем движение в медной преграде бойка из технически чистого железа диаметром 7,8 мм, длиной 20 мм со скоростью 1470 м/сек. Величины безразмерных параметров: $A=0,5$; $B=0,0305$; $C=0,0296$; $C_0=0,111$. На рис. 2 показан вид рассчитанных функций.

$$\xi(\tau), \eta(\tau); \theta(\tau); \frac{\theta(\tau)}{\eta(\tau)}; \zeta(\tau).$$

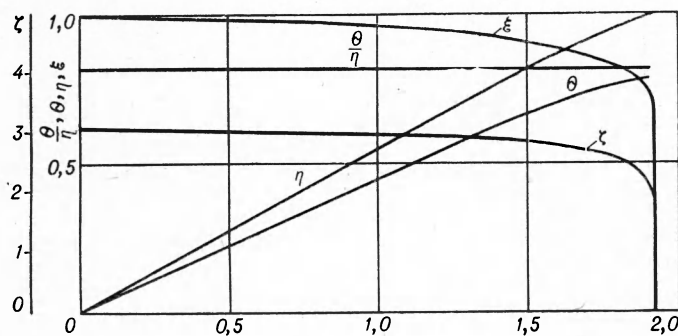


Рис. 2.

На рис. 3 показан разрез медной преграды, пробитой железным бойком, скорость которого близка к расчетной. Видимая на фотографии светлая полоска вдоль полости — металл бойка, израсходовавшегося на проникание.

Использование предлагаемого решения для практических расчетов в каждом конкретном случае ограничивается следующими условиями:

1. Наименьшая допустимая длина стержня определяется тем, что в

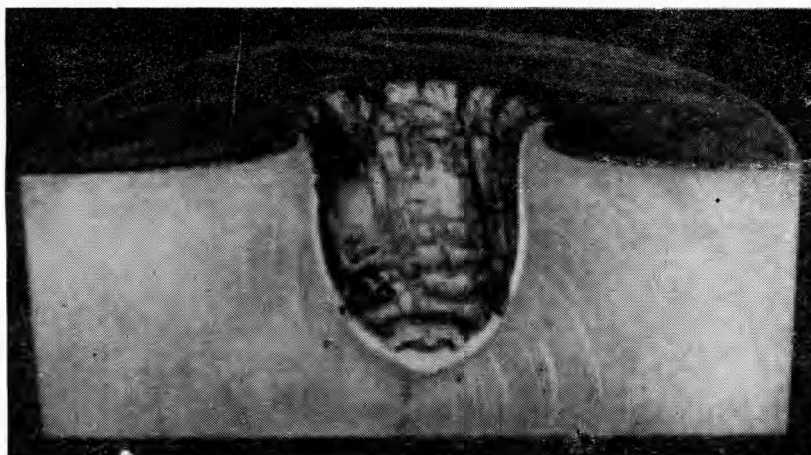


Рис. 3.

принятой схеме не учитывается неустановившийся характер процесса в начале движения.

2. Наибольшая длина стержня и наименьшая его скорость ограничиваются предположением о том, что весь стержень должен расходоваться на проникание. Это условие не выполняется, когда энергия деформирования стержня становится соизмеримой с кинетической энергией значительной недеформированной в данный момент части последнего.

3. Допустимая верхняя граница скорости стержня определяется предположением о том, что сжимаемостью стержня и преграды можно пренебречь.

*Поступила в редакцию
15/VII 1965*

ЛИТЕРАТУРА

1. М. А. Лаврентьев. Кумулятивный заряд и принципы его работы. Успехи мат. наук АН СССР, т. 12, вып. 4 (76). М., ГИТТЛ, 1957.
2. В. П. Алексеевский. К теории бронебойного действия кумулятивной струи. Киев. Изд-во АН УССР, 1953.
3. Н. А. Златин. О роли сжимаемости в процессе динамического деформирования пластичных тел. Сб. статей, посвященных 80-летию Н. Н. Давиденкова. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1959.
4. Ф. Ф. Витман, В. А. Степанов. Влияние скорости деформирования на сопротивление деформированию металлов при скоростях удара 10^2 — 10^3 м/сек. Сб. статей, посвященный 80-летию Н. Н. Давиденкова. М.—Л., Изд-во АН СССР, 1959.
5. А. Я. Сагомонян.— Вест. МГУ, 1964, серия 1, 5.
6. G. Taylor. Proc. Roy. Soc., 1947, 194A.