

УДК 539.3 + 621.926

**ОПТИМИЗАЦИЯ ПАРАМЕТРОВ ФУТЕРОВКИ  
КРУПНОЙ МЕЛЬНИЦЫ ПОЛУСАМОИЗМЕЛЬЧЕНИЯ  
НА ОСНОВЕ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И МОДЕЛИ КРИГИНГА**

**Ж. Цзян<sup>1</sup>, Г. Ван<sup>1</sup>, Ц. Ли<sup>2</sup>, К. Сунь<sup>1</sup>, Я. Хоу<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Колледж машиностроения и аэрокосмической техники, Цзилиньский университет,  
E-mail: wangqjlu@163.com, 130022, г. Чанчунь, провинция Цзилинь, Китай*

<sup>2</sup>*Колледж автомобильной инженерии, Цзилиньский университет,  
130022, г. Чанчунь, провинция Цзилинь, Китай*

Исследовано влияние геометрических параметров футеровки мельницы полусамои измельчения на ее полезную мощность, долю полезного энергопотребления и кумулятивную энергию касательного контакта. Предложен метод оптимизации футеровки на основе модели кригинга в сочетании с методом конечных элементов и генетическим алгоритмом. Определены оптимальные параметры конструкции футеровки.

*Мельница полусамои измельчения, футеровка, метод дискретных элементов, модель кригинга, оптимизация, генетический алгоритм*

DOI: 10.15372/FTPRPI20210105

Основным оборудованием промышленного дробления руды являются мельницы полусамои измельчения (МПСИ), перерабатывающие руду с помощью стальных шаров. Футеровка, защищая внутреннюю поверхность барабана, подвергается значительным ударным нагрузкам, приводящим к износу или образованию трещин, что снижает эффективность установки. Задача оптимизации конструкции футеровки с целью повышения объемов производства и увеличения экономичности работы МПСИ остается весьма актуальной.

Метод дискретных элементов (МДЭ) — эффективный метод анализа конструкции и производительности МПСИ в целом и футеровки в частности, позволяет проанализировать как кинематическую, так и динамическую составляющие работы. В [1] изучено влияние высоты подъемника и переднего угла трапецеидальной футеровки на процесс движения среды и предложена проектная основа футеровки с применением теории Дэвиса. Пропускная способность, энергопотребление, выходные фракции МПСИ, а также оптимизированная конструкция и оценка преимущества применения футеровок с малым ресурсом рассмотрены в [2]. Результаты, приведенные в данной работе, показали, что футеровки с малой массой и малой износостойкостью позволяют продлить срок службы остальных деталей по всем ключевым параметрам.

---

Данная работа поддержана Национальным китайским фондом естественных наук (грант № 51775225).

рам. В [3, 4] МДЭ применен для изучения влияния различного количества футеровок на движение среды и на производительность измельчения. Автор [5] использовал данный метод с целью изучения влияния количества и формы футеровок на энергопотребление МПСИ, а также спрогнозировал, что трапецеидальные подъемники передают бóльшую мощность, чем квадратные, при номинальной скорости вращения мельницы. Теоретическое и экспериментальное исследование влияния квадратной футеровки на изменение нагрузки и передачу мощности МПСИ приведено в [6, 7]. При помощи МДЭ в [8] изучено влияние количества, ширины и высоты футеровки на ее износ. Влияние профиля и количества конических футеровок на эффективность измельчения и производительность МПСИ рассмотрено в [9–11]. Износ различных профилей футеровки и способы улучшения ее контура представлены в [12, 13]. Показано, что ресурс улучшенной футеровки увеличился на 1500 ч, а доля металлического брака сократилась с 47 до 30 %. Программное обеспечение Grinding Media Trajectory (GMT) применено для симуляции движения среды в МПСИ, при этом модифицировано уравнение траектории движения частиц в мельнице и улучшена конструкция футеровки в соответствии с оптимальной траекторией [14]. Программное обеспечение Particle Flow Code 3D (PFC 3D) использовано для изучения влияния высоты футеровки, количества подъемников и коэффициента трения между футеровкой и рудой на эффективность измельчения в [15, 16]. МДЭ и метод конечных элементов объединены в [17, 18] для анализа изменений напряжений и отклонения футеровки в ходе вращения, в результате чего возник новый способ проектирования конструкции.

Большинство ученых рассматривали производительность и энергопотребление МПСИ в зависимости от количества футеровочных плит и их формы. Анализ собственных параметров футеровки и их оптимизация при работе МПСИ не проводились. Таким образом, дальнейшее исследование в этом направлении остается весьма актуальной задачей.

Порядок данного исследования выглядит следующим образом. Сначала выбраны параметры футеровки, на основе которых построена трехмерная модель в соответствии с теорией ортогонального планирования эксперимента. Затем проведен импорт построенной модели в программное обеспечение EDEM, предназначенное для численных расчетов на основе МДЭ. Ввиду того, что численное моделирование каждой группы конструктивных параметров футеровок занимает продолжительное время, при этом ясная функциональная зависимость между конструктивными переменными и целевой функцией отсутствует, для изучения футеровки разработана модель кригинга, которая проверена на основе результатов численных расчетов и генетического алгоритма (ГА).

#### **КОНСТРУКТИВНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОЙ ФУТЕРОВКИ**

Трапецеидальная футеровка применяется в МПСИ из-за значительной подъемно-транспортной способности, высокой производительности. На рис. 1 представлены основные геометрические параметры трапецеидальной футеровки. Угол наклона  $\tau$  определяет траекторию движения среды в мельнице, которая напрямую влияет на скорость и энергию соударений между частицами среды и футеровкой в процессе измельчения. Путем изменения  $L$  — количества лифтеров или значения зазора между ними — можно регулировать уровень подъема среды в мельнице. Таким образом можно изменять грузоподъемность и эффективность измельчения. Изменяя высоту  $h$ , можно получить требуемое подъемное воздействие, при этом большая высота  $h$  может продлить срок службы футеровки, но снизить производительность МПСИ.

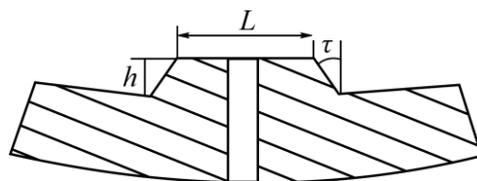


Рис. 1. Конструкционные параметры трапецидальной футеровки

Траектория движения сыпучего материала в барабане показана на рис. 2. Среда совершает круговое движение параллельно стенкам. При достижении точки *A* она открепляется от внутренней поверхности барабана и начинает движение с определенной скоростью в касательном направлении. Падение материала заканчивается при достижении им точки *B*, после чего цикл повторяется. Следовательно, точка *A* является точкой отделиния материала, *B* — точкой приземления, а *C* — наивысшей точкой;  $\alpha$  — угол падения,  $\delta$  — угол приземления,  $\sigma$  — дополнительный угол для  $\alpha$ .

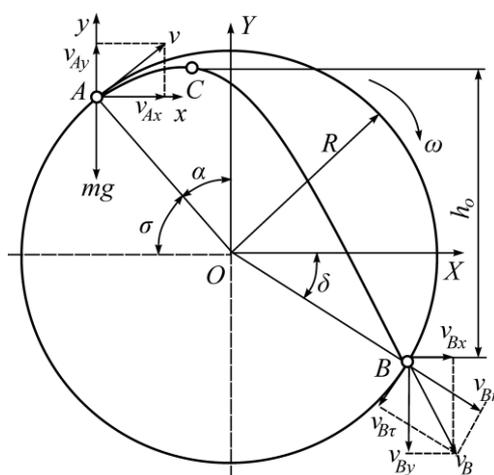


Рис. 2. Схема траектории движения среды

Рассмотрим состояние среды в фиксированный момент времени. В точке *A* материал находится в равновесии, центробежная сила равна радиальной составляющей силы тяжести. После упрощения получаем зависимость

$$R = \frac{g}{\omega^2} \cos \alpha,$$

где  $R$  — эффективный внутренний диаметр барабана;  $\omega$  — его угловая скорость.

Примем точку *A* в качестве исходной и рассмотрим связанную с ней локальную систему координат  $xAy$ , тогда уравнение траектории кругового движения среды вдоль внутренней стенки барабана можно записать как

$$(x_1 - R \sin \alpha)^2 + (y_1 + R \cos \alpha)^2 = R^2. \tag{1}$$

Параболическое уравнение движения среды выглядит следующим образом:

$$y_2 = x_2 \operatorname{tg} \alpha - \frac{x_2^2}{2R \cos^3 \alpha}. \tag{2}$$

Из рис. 2 видно, что точка приземления *B* является пересечением двух траекторий, которые могут быть получены из уравнений (1) и (2). Определим координаты точки *B*:

$$\begin{aligned} x_B &= 4R \sin \alpha \cos^2 \alpha, \\ y_B &= -4R \sin^2 \alpha \cos \alpha. \end{aligned} \quad (3)$$

Так как точка  $C$  является наивысшей точкой движения среды, возьмем первую производную из уравнения (3) и приравняем ее к нулю. Найдем координаты точки  $C$ :

$$\begin{aligned} x_C &= R \sin \alpha \cos^2 \alpha, \\ y_C &= 0.5R \sin^2 \alpha \cos \alpha. \end{aligned}$$

Общая высота  $h_0$  имеет вид

$$h_0 = y_B + y_C = 4.5R \sin^2 \alpha \cos \alpha.$$

При достижении материалом точки приземления  $B$  ее горизонтальная  $v_{Bx}$  и вертикальная  $v_{By}$  составляющие скорости определяются как

$$\begin{aligned} v_{Bx} &= v \cos \alpha, \\ v_{By} &= \sqrt{2gh_0} = 3v \sin \alpha. \end{aligned}$$

Абсолютная величина скорости  $v_B$  среды в точке  $B$  имеет следующий вид

$$v_B = \sqrt{v_{Bx}^2 + v_{By}^2} = v\sqrt{9 - 8\cos^2 \alpha}.$$

Из геометрического соотношения (рис. 2) в системе координат  $xAy$  вертикальная координата точки  $B$  может быть выражена как

$$y_B = -R(\sin \sigma + \sin \delta). \quad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) получаем

$$\delta = 3\alpha - \frac{\pi}{2}.$$

Нормальная скорость  $v_{Bn}$  среды в точке приземления  $B$  имеет вид:

$$v_{Bn} = v_{By} \sin \delta + v_{Bx} \cos \delta = 8v \sin^3 \alpha \cos \alpha = 8R\omega \cos^3 \sigma \sin \sigma. \quad (5)$$

На рис. 3 представлен анализ сил, действующих на среду в точке отделения  $A$ . В системе координат  $xAy$  баланс сил выглядит следующим образом:

$$\begin{aligned} \mu F_N + mR\omega^2 \cos \tau - mg \sin(\sigma + \tau) &= 0, \\ F_N - mR\omega^2 \sin \tau - mg \cos(\sigma + \tau) &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

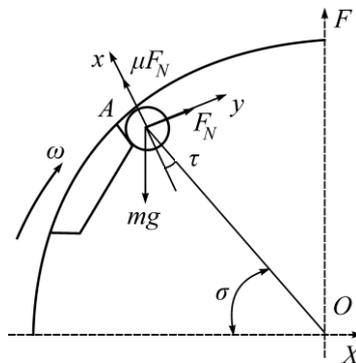


Рис. 3. Схема действия сил на среду в точке отделения материала

Из (6) получаем

$$\sigma = (-\tau + \chi) + \arcsin \left[ \frac{R\omega^2}{g} \cos(-\tau + \chi) \right], \quad (7)$$

где  $\chi = \arctg \mu$ ,  $\mu$  — коэффициент трения между сыпучим материалом и футеровкой.

Согласно принципу работы МПСИ, эффективность измельчения зависит от силы соударения частиц руды друг с другом и футеровкой; чем больше данная сила, тем лучше эффект измельчения. Сила соударения частиц руды с барабаном пропорциональна нормальной скорости среды в момент ее достижения точки  $B$ . Из уравнений (5) и (7) видно, что при условии неизменного радиуса цилиндра (барабана) наклон пластины футеровки может быть индикатором качества измельчения.

На рис. 4 представлена схема расположения частицы в момент ее отделения от футеровки, где  $A$  — точка касания среды с футеровкой;  $C$  — угловая точка трапецеидальной футеровки и  $O_1$  — центр частицы.

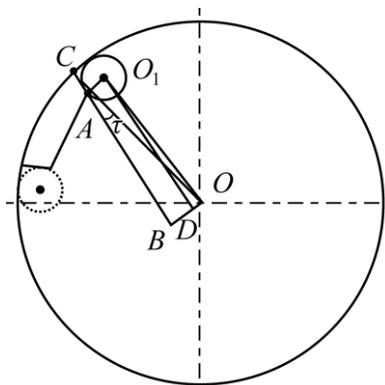


Рис. 4. Схема положения среды в точке отделения

Высота футеровки определяется следующим образом:

$$h = AC \cos \tau = (BC - O_1D) \cos \tau = \left[ R \cos \tau - \sqrt{(R - r_b)^2 - (R \sin \tau - r_b)^2} \right] \cos \tau .$$

Из рис. 4 видно, что  $L$  можно записать как

$$L = 2OA \sin[(\kappa - 2\angle O_1OA) / 2],$$

где  $\kappa = 2r_b / (R \sin \sigma)$ ,  $r_b$  — радиус стального шара.

#### ЧИСЛЕННЫЕ РАСЧЕТЫ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

*Модель для расчетов МДЭ.* В настоящей работе в качестве объекта исследования рассматривается крупная мельница полусамоизмельчения, барабан которой оснащен трапецеидальными футеровками. Диаметр барабана составляет 8800 мм, эффективный внутренний диаметр — 8600 мм, а осевая длина — 4800 мм. Для повышения эффективности и снижения продолжительности расчетов длина барабана принята равной 1200 мм.

Конструкционные параметры футеровки и барабана: диаметр барабана 8800 мм; эффективный внутренний диаметр барабана 8600 мм; осевая длина барабана 1200 мм;  $\tau = 21.7^\circ$ ;  $h = 95$  мм;  $L = 100$ ; количество пластин футеровок 36.

Футеровка изготовлена из литой стали. Измельчающей средой являются стальные шары, измельчаемой — руда. В табл. 1 представлены физические свойства футеровки, руды и стальных шаров.

ТАБЛИЦА 1. Физические свойства футеровки, руды и шаров

Параметр	Футеровка	Руда	Стальной шар
Плотность, $\text{кг} \cdot \text{м}^{-3}$	7800	3140	7800
Коэффициент Пуассона	0.25	0.25	0.25
Модуль сдвига, ГПа	70	0.1	70
Коэффициент восстановления	0.5	0.5	0.5
Коэффициент трения покоя	0.5	0.5	0.5
Коэффициент трения скольжения	0.01	0.01	0.01

Степень заполнения мельницы составляет 35 %, из которых 15 % приходится на стальные шары, а 20 % на руду. Для расчетов в ПО EDEM выбрана сферическая форма частиц. Общее количество дискретных элементов составило 24970 с общей массой 66027 кг. Детальное распределение частиц представлено в табл. 2.

Критическая скорость мельницы составляет 14.45 об/мин, рабочая скорость вращения — 74.46 % от нее, или 10.76 об/мин. В расчете смоделировано 20 с работы мельницы, начальное ускорение составило  $0.3756 \text{ рад/с}^2$ , время устойчивой работы — 14 с.

ТАБЛИЦА 2. Распределение частиц разного диаметра в исследуемой среде

Тип	Диаметр, мм	Количество	Доля, %
Руда	300	25	1
Руда	200	252	3
Руда	100	2690	4
Руда	80	15784	12
Стальные шары	120	6219	15

На рис. 5 показано состояние частиц исследуемой среды в фиксированные моменты времени. Мельница начинает вращательное движение, частицы медленно движутся вместе с барабаном за счет силы трения (рис. 5а). По достижении угла поворота барабана критического значения, частицы начинают смещаться (рис. 5б). При этом расстояние между центром тяжести среды (смесь шаров и руды) и центром барабана уменьшается (рис. 5в). Затем материал падает, поверхность среды постепенно восстанавливается, расстояние между центром тяжести материала и центром барабана увеличивается, при этом часть дискретных элементов еще находится в свободном движении. Наконец частицы опускаются на поверхность материала. Далее мельница переходит в устойчивое рабочее состояние (рис. 5г).

*Анализ результатов численных расчетов.* Показатели производительности МПСИ включают в себя такие параметры, как эффективность работы, расход энергии на разрушение, а также износостойкость футеровки и измельчающей среды. Мощность, которая расходуется на движение среды для ее измельчения в ходе работы мельницы, называется полезной мощностью. Она может быть рассмотрена как показатель измерения эффективности измельчения.

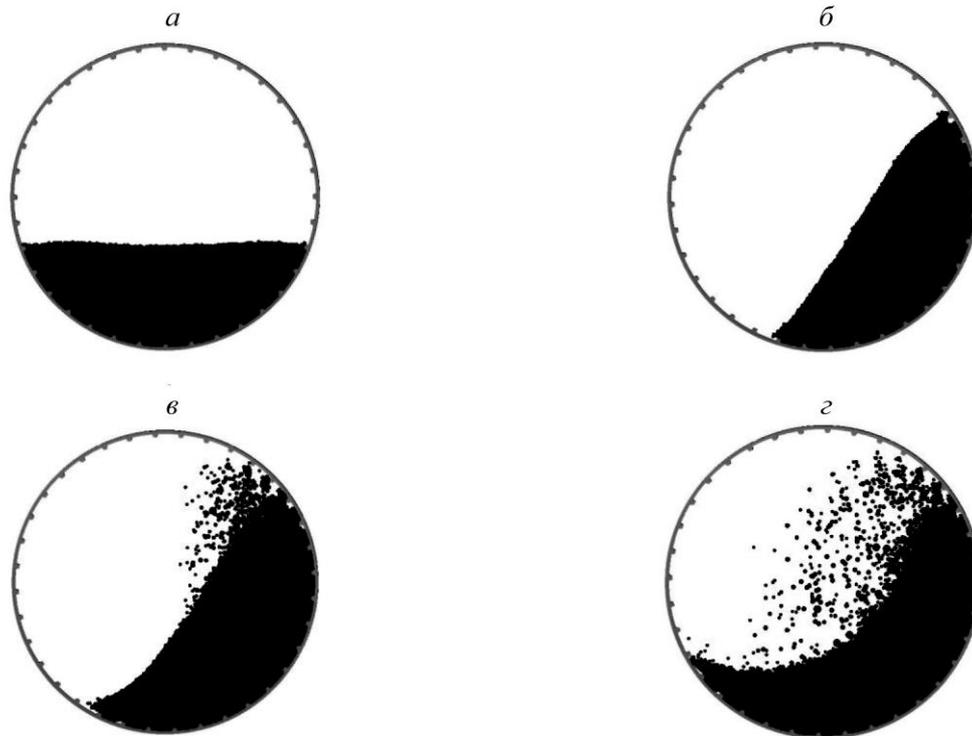


Рис. 5. Кинематические картины движения материала при запуске мельницы: *a* —  $t = 3.0$  с, *б* —  $t = 5.4$  с, *в* —  $t = 6.4$  с, *г* —  $t = 7.4$  с

Во время работы мельницы происходят различные типы соударений и, соответственно, рассеяния энергии. Среди них можно выделить соударения стальных шаров (измельчающей среды) с частицами руды (измельчаемой средой), а также частиц руды между собой, приводящие к разрушению. Такие соударения называются эффективными, а расходуемое при этом количество энергии — полезным энергопотреблением. Соударения стальных шаров и частиц руды с футеровкой приводят к ее износу, а соударения стальных шаров между собой — к износу шаров, расходу стали. Такой тип соударений является неэффективным (бесполезным).

Доля полезного энергопотребления представляет собой отношение полезного энергопотребления к общим энергетическим затратам и обычно используется в качестве параметра для оценки эффективности процесса измельчения. Нормальные и касательные нагрузки позволяют измерить кумулятивную энергию при соударении частиц движущейся среды с внутренней поверхностью барабана. Так как доля полезного энергопотребления позволяет оценить воздействие на футеровку, в данной работе выбрана энергия касательного контакта в качестве показателя оценки потребления стали или износа мельницы. Результаты проанализированы по трем показателям: полезная мощность  $P$ , доля полезного энергопотребления  $\psi$  и кумулятивная энергия касательного контакта  $E$ .

#### Полезная мощность

Из рис. 6 видно, что максимальная полезная мощность мельницы составляет 1677 кВт в момент времени 6.5 с. После 8 с  $P$  стремится к стабильным показаниям, а среднее ее значение в стационарном режиме работы составляет 1205 кВт.

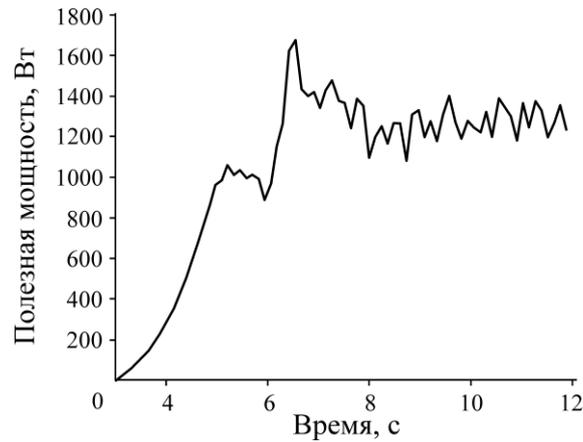


Рис. 6. Полезная мощность мельницы

### Доля полезного энергопотребления

В табл. 3 представлено распределение энергии, рассеянной в зависимости от типа соударения за единицу времени (один цикл 5.6 с). Большое количество энергии рассеивается при соударении стальных шаров с рудой, а также частиц руды друг с другом: 74.39 % от общей энергии. Эффективная энергия высока, как и степень ее использования. Рассеивание энергии при соударении стальных шаров и частиц руды с футеровкой составляет 1.88 и 0.18 % соответственно, т. е. наблюдается малая износостойкость футеровки. Рассеивание энергии при соударении стальных шаров между собой составляет 23.55 %, т. е. наблюдается неэффективный износ стали.

ТАБЛИЦА 3. Распределение соударений стальных шаров и частиц руды, %

Тип соударения	Доля от общей энергии	Итого
Шар – руда	39.98	74.39
Руда – руда	34.41	
Шар – футеровка	1.88	25.61
Шар – шар	23.55	
Руда – футеровка	0.18	

### Кумулятивная энергия касательного контакта

На рис. 7 представлена диаграмма распределения кумулятивной энергии касательного контакта на поверхности футеровки, которая рассчитывается следующим образом:

$$E = \sum |F_t V_t \delta_t|,$$

где  $F_t$  — касательная сила;  $V_t$  — относительная касательная скорость;  $\delta_t$  — перекрытие в касательном направлении. Максимальное значение кумулятивной энергии касательного контакта составляет 1481.9 Дж.



Рис. 7. Кумулятивная энергия касательного контакта

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ ФУТЕРОВКИ

### Выбор конструкционных переменных

Основными конструкционными параметрами трапецеидальной футеровки являются: высота  $h$ , угол наклона  $\tau$ , длина переднего края  $L$  и количество лифтеров  $n$ . Так как  $L$  может быть выражена через  $\tau$ , то в качестве независимых параметров выбраны следующие:  $\tau$ ,  $h$  и  $n$ :

$$X = [\tau, h, n].$$

Диапазоны выбранных параметров, исходя из практического и экспериментального опыта, составляют:  $\tau$  — 10–50 град,  $h$  — 60–180 мм,  $n$  — 10–60.

### Разработка целевой функции

В настоящем исследовании для разработки математической модели футеровки использовалась модель кригинга, так как принятые показатели производительности МПСИ, а именно полезная мощность, доля полезного энергопотребления и кумулятивная энергия касательного контакта, не обладают очевидной функциональной зависимостью от конструкционных переменных.

Кригинг — математическая модель, которая разработана с малым количеством вычислений и коротким вычисляемым периодом без снижения точности, при этом результат вычисления близок к результатам численного анализа или натурального эксперимента. Использование данной модели в целях оптимизации подходит для случаев, когда получаемая функция крайне нелинейная или не имеет определенного выражения.

В [19] показано, что модель кригинга обладает возможностью корректной оценки контрольных точек и значительной способностью нелинейной аппроксимации. Таким образом, ее можно признать одной из наилучших для нелинейной оптимизации футеровок МПСИ.

Так как кригинг относится к методу интерполяции параметров, он включает в себя полиномиальные и случайные составляющие:

$$y(x) = f(x)\beta + Z(x),$$

где  $y(x)$  — неизвестная искомая функция;  $f(x) = [f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)]^T$  — функции от параметра  $x$ ,  $\beta = [\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n]^T$  — коэффициент корреляции,  $Z(x)$  — случайная ошибка с нулевым средним значением и вариацией, отличной от нуля:

$$E[Z(x)] = 0,$$

$$\text{Var}[Z(x)] = \sigma^2.$$

Ковариационная матрица имеет вид

$$\text{Cov}[Z(x^i), Z(x^j)] = \sigma^2 R(x^i, x^j),$$

где  $R$  — диагональная симметричная матрица корреляции  $n \times n$ ;  $R(x^i, x^j)$  — функция корреляции между двумя любыми точками наблюдения  $x^i$  и  $x^j$  диагонального элемента. Функция корреляции определена как

$$R(x^i, x^j) = \exp \left[ - \sum_{k=1}^N \theta_k |x_k^i - x_k^j|^2 \right], \quad (8)$$

где  $N$  — число конструкционных переменных,  $\theta_k$  — неизвестный корреляционный параметр,  $x_k^i$  и  $x_k^j$  —  $k$ -е составляющие точек наблюдения.

Оценочное значение  $\hat{y}(x^*)$  на неизвестной точке  $x^*$  определяется следующим образом:

$$\hat{y} = \hat{\beta} + r^T(x^*) R^{-1}(y - p\hat{\beta}),$$

где  $y = [y_1, y_2, \dots, y_n]^T$  — ответное значение  $f(x)$ , при  $f(x) = \text{const}$ ;  $p$  — вектор-столбец, содержащий  $n_0$  элементов.

Таким образом:

$$\hat{\beta} = (p^T R^{-1} P)^{-1} p^T R^{-1} y,$$

$$r^T(x^*) = [R(x^*, x^1), R(x^*, x^2), \dots, R(x^*, x^{n_0})].$$

Следовательно, может быть получена максимальная вероятная оценка  $\theta_k$  в уравнении (8):

$$\max_{\theta > 0} \frac{-[n_0 \ln(\hat{\sigma}^2) + \ln(R)]}{2}.$$

С применением ортогонального дизайна эксперимента разработана основа для исследования конструкционных переменных, затем создана модель МДЭ и выполнен анализ производительности футеровки. В табл. 4 представлены значения полезной мощности, доли полезного энергопотребления и кумулятивной энергии касательного контакта, на основе которых разработана модель кригинга.

ТАБЛИЦА 4. Исходные образцы и ответные значения

Номер образца	$\tau$ , град	$h$ , мм	$n$	$P$ , кВт	$\psi$ , %	$E$ , Дж
1	50	180	10	1099	74.37	4009.17
2	10	120	60	1217	74.31	1552.49
3	50	60	60	1206	74.23	1625.98
4	10	180	35	1228	72.63	1550.75
5	30	180	60	1194	73.33	1460.07
6	50	120	35	1217	73.89	2149.77
7	30	120	10	1115	74.21	3904.24
8	30	60	35	1206	74.25	2330.23
9	10	60	10	1093	73.73	5261.24

В табл. 5 показано сравнение результатов численных расчетов по МДЭ с прогнозируемыми значениями, основанными на модели кригинга.

ТАБЛИЦА 5. Проверка модели кригинга

Тип	$\tau$ , град	$h$ , мм	$n$	$P$ , кВт	$\psi$ , %	$E$ , Дж
Результат расчета	21.7	95	36	1205	74.39	1481.9
Результат прогноза				1214.9	74.3	1451.1
Отклонение				0.82 %	0.12	2.08 %

Из табл. 5 видно, что отклонения результатов кригинга от численных расчетов на основе МДЭ для полезной мощности, доли полезного энергопотребления и кумулятивной энергии касательного контакта составляют: 0.82; 0.12 и 2.08 % соответственно. Значения отклонений менее 5 % подтверждают корректность модели кригинга.

### ОПТИМИЗАЦИЯ КОНСТРУКЦИИ ТРАПЕЦЕИДАЛЬНОЙ ФУТЕРОВКИ

#### Разработка целевой функции

Для построения общей целевой функции использован метод линейного целевого взвешивания. Возьмем обратную дробь от оптимального значения каждой одиночной целевой функции в качестве весового коэффициента, таким образом выполнив безразмерную обработку каждой субцелевой функции. В соответствии с важностью ее влияния на производительность работы мельницы установлены весовые факторы 0.4; 0.4 и 0.2. Согласно значениям ответных реакций (см. табл. 4), оптимальные значения  $P = 1228$ ,  $\psi = 74.37$  и  $E = 1460.07$ .

Окончательно целевая функция имеет вид

$$f(X) = -\frac{0.4P}{1228} - \frac{0.4\psi}{74.37} + \frac{0.2E}{1460.07}.$$

#### Анализ результатов оптимизации

Для оптимизации разработанной модели использован генетический алгоритм (ГА), являющийся алгоритмом сохранения наиболее подходящей оптимизации на основе эволюционной теории. Значение общей целевой функции и графики изменения трех конструкционных переменных представлены на рис. 8.

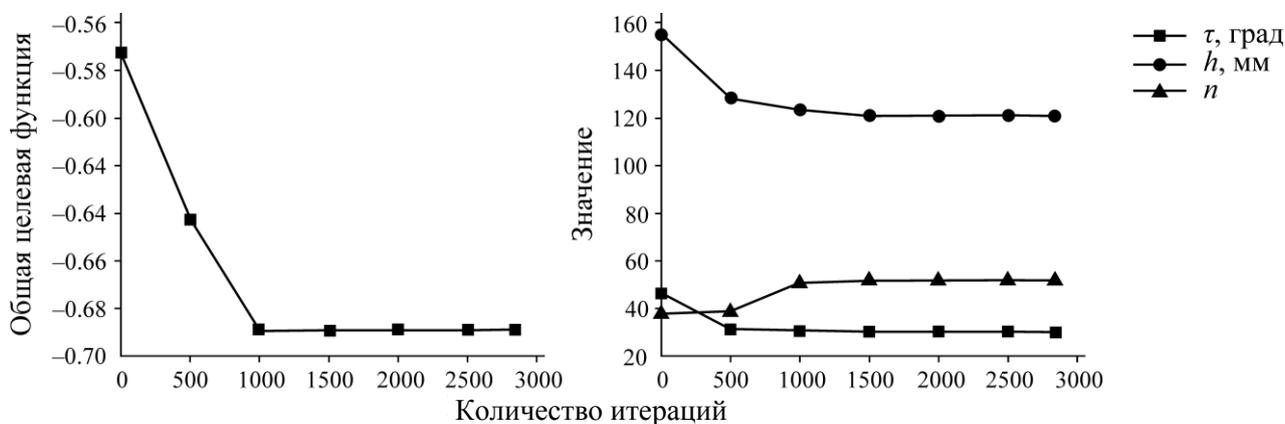


Рис. 8. Значения общей целевой функции для трех конструкционных переменных

Значение конвергенции общей целевой функции составляет  $-0.6890$ , угол наклона футеровки приближается к значению  $30.50^\circ$ , высота — к  $121.1$  мм,  $n$  — к  $52$ . Для получения оптимальной конструкции футеровки с помощью численных экспериментов на основе МДЭ выбраны и проанализированы три набора характеристических значений конструкционных переменных.

В табл. 6 представлено сравнение результатов численных расчетов с прогнозируемыми значениями, полученными с помощью модели кригинга. Отклонения результатов кригинга от численных расчетов для полезной мощности, доли полезного энергопотребления и кумулятивной энергии касательного контакта составляют:  $0.34$ ;  $0.88$  и  $3.55$  % соответственно. Значения отклонений менее  $5\%$ , а значит, подтверждается корректность модели кригинга. В итоге получены оптимальные конструкционные параметры футеровки: угол наклона —  $30.5^\circ$ , высота —  $121.1$  мм, количество плит —  $52$ .

ТАБЛИЦА 6. Результаты численных расчетов и прогноза

Тип	$\tau$ , град	$h$ , мм	$n$	$P$ , кВт	$\psi$ , %	$E$ , Дж
Результаты расчетов	30.5	121.1	52	1217	73.75	662.22
Прогнозные значения				1221.4	74.4	638.7
Отклонение				0.34 %	0.88	3.55 %

Результаты до и после оптимизации представлены в табл. 7.

ТАБЛИЦА 7. Результаты оптимизации футеровки

Конструкция футеровки	Конструкционные переменные			Целевая функция			
	$\tau$ , град	$h$ , мм	$n$	$P$ , кВт	$\psi$ , %	$E$ , Дж	$f(X)$
Изначальная	20.7	120	36	1205	74.39	1481.9	$-0.5896$
Оптимизированная	30.5	121.1	52	1217	73.75	662.22	$-0.6890$

По сравнению с изначальной конструкцией в течение времени моделирования ( $20$  с) полезная мощность увеличилась на  $1.00$  %. Несмотря на уменьшение доли полезного энергопотребления на  $0.86$  %, кумулятивная энергия касательного контакта сократилась на  $55.31$  %, значение общей целевой функции — на  $16.86$  %.

### ВЫВОДЫ

Рассмотрена дискретно-элементная модель движения сыпучего материала в мельнице полусамозмельчения. Приведен анализ производительности мельницы по трем показателям: полезная мощность, доля полезного энергопотребления, а также кумулятивная энергия касательного контакта материала с футеровочными элементами. Предложен алгоритм оптимизации для выявления конструкционных параметров трапецеидальных футеровочных элементов. Показано, что в результате полезная мощность и доля полезного энергопотребления практически не изменились, кумулятивная энергия касательного контакта сократилась на  $55.31$  %, а общая целевая функция сократилась на  $16.86$  %.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Powell M. S., Weerasekara N. S., Cole S., LaRoche R. D., and Favier J.** DEM modelling of liner eution and its influence on grinding rate in ball mills, *Miner. Eng.*, 2011, Vol. 24 (3). — P. 341–351.
2. **Toor P., Franke J., Powell M., Bird M., and Waters T.** Designing liners for performance not life, *Miner. Eng.*, 2013, Vol. 43–44. — P. 22–28.
3. **Hong S. H. and Kim B. K.** Effects of lifter bars on the ball motion and aluminum foil milling in tumbler ball mill, *mater lett*, 2002, Vol. 57 (2). — P. 275–279.
4. **Bian X., Wang G., Wang H., Wang S., and Lv W.** Effect of lifters and mill speed on particle behaviour, torque, and power consumption of a tumbling ball mill: Experimental study and DEM simulation, *Miner. Eng.*, 2017, Vol. 105. — P. 22–5.
5. **Hlungwani O., Rikhotso J., Dong H., and Moys M. H.** Further validation of DEM modeling of milling: effects of liner profile and mill speed, *Miner. Eng.*, 2003, Vol. 16. — P. 993–998.
6. **Kalala J. T., Bwalya M. M., and Moys M. H.** Discrete element method (DEM) modelling of eVol.ving mill liner profiles due to wear. Part I: DEM validation, *Miner Eng.*, 2005, Vol. 18 (15). — P. 1386–1391.
7. **Kalala J. T., Bwalya M. M., and Moys M. H.** Study of the influence of liner wear on the load behaviour of an industrial dry tumbling mill using the Discrete Element Method (DEM), *Int. J. Miner. Process.*, 2008, Vol. 86 (1). — P. 33–39.
8. **Rezaeizadeh M., Fooladi M., Powell M. S., Mansouri S. H., and Weerasekara N. S.** A new predictive model of lifter bar wear in mills, *Miner. Eng.*, 2010, Vol. 23 (15). — P. 1174–1181.
9. **Makokha A. B. and Moys M. H.** Towards optimising ball-milling capacity: effect of lifter design, *Miner. Eng.*, 2006, Vol. 19 (14). — P. 1439–1445.
10. **Makokha A. B., Moys M. H., Bwalya M. M., and Kimera K.** A new approach to optimising the life and performance of worn liners in ball mills: Experimental study and DEM simulation, *Int. J. Miner. Process.*, 2007, Vol. 84 (1). — P. 221–227.
11. **Makokha A. B. and Moys M. H.** Effect of cone-lifters on the discharge capacity of the mill product: Case study of a dry laboratory scale air-swept ball mill, *Miner. Eng.*, 2007, Vol. 20 (2). — P. 124–131.
12. **Yahyaei M., Banisi S., and Hadizadeh M.** Modification of SAG mill liner shape based on 3-D liner wear profile measurements, *Int. J. Miner. Process.*, 2009, Vol. 91 (3). — P. 111–115.
13. **Yahyaei M. and Banisi S.** Spreadsheet-based modeling of liner wear impact on charge motion in tumbling mills, *Miner. Eng.*, 2010, Vol. 23 (15). — P. 1213–1219.
14. **Maleki-Moghaddam M., Yahyaei M., and Banisi S.** A method to predict shape and trajectory of charge in industrial mills, *Miner. Eng.*, 2013, Vol. 46. — P. 57–166.
15. **Djordjevic N.** Discrete element modelling of the influence of lifters on power draw of tumbling mills, *Miner. Eng.*, 2003, Vol. 16 (4). — P. 331–336.
16. **Djordjevic N.** Influence of charge size distribution on net-power draw of tumbling mill based on DEM modeling, *Miner. Eng.*, 2011, Vol. 18. — P. 75–378.
17. **Jonsén P., Pålsson B. I., Tano K., and Berggren A.** Prediction of mill structure behaviour in a tumbling mill, *Miner. Eng.*, 2011, Vol. 24 (3). — P. 236–244.
18. **P Jonsén P., Pålsson B. I., Tano K., and Berggren A.** A novel method for full-body modelling of grinding charges in tumbling mills, *Miner. Eng.*, 2011, Vol. 33. — P. 2–12.
19. **Simpson T. W., Peplinski J. D., Koch P. N., and Allen J. K.** Metamodels for computer-based engineering design: Survey and recommendations. *Eng Comput-Germany*, 2011, Vol. 17 (2). — P. 129–150.

*Поступила в редакцию 21/II 2020*

*После доработки 08/XI 2020*

*Принята к публикации 15/I 2021*