



**МОДИФИКАЦИЯ КРИТЕРИЯ ХРУПКОСТИ С УЧЕТОМ МОДУЛЕЙ УПРУГОСТИ  
И СПАДА (ПО ТАРАСОВУ) В ТЕРМИНАХ УГЛОВЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ**

**П. А. Цой<sup>1,2</sup>, О. М. Усольцева<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН,  
E-mail: paveltsoy@mail.ru, Красный проспект 54, г. Новосибирск 630091, Россия*

<sup>2</sup>*Новосибирский государственный технический университет,  
просп. К. Маркса 20, г. Новосибирск 630073, Россия*

Представлена модификация критерия степени хрупкости Тарасова Б. Г., рассмотренная в терминах угловых коэффициентов, определяемых на основе диаграммы “напряжение–деформация”.

*Горные породы, коэффициент хрупкости, модуль упругости, модуль спада*

**MODIFICATION OF THE BRITLNESS CRITERIA TAKING INTO ACCOUNT MODULI OF  
ELASTICITY AND WEAKENING (AFTER TARASOV) IN TERMS OF ANGULAR COEFFICIENTS**

**P. A. Tsoi<sup>1,2</sup> and O. M. Usol'tseva<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,  
E-mail: paveltsoy@mail.ru, 54, Krasny prosp., Novosibirsk 630091, Russia*

<sup>2</sup>*Novosibirsk State Technical University,  
pr. K. Marksa 20, Novosibirsk 630073, Russia*

This paper presents a modification of the Tarasov's criterion for the brittleness degree considered in terms of angular coefficients inferred from the stress–strain diagram.

*Hard rocks, brittleness coefficient, modulus of elasticity, modulus of weakening*

Коэффициент хрупкости горных пород является важной характеристикой при прогнозировании их механического поведения в запредельной области деформирования. Определению и сравнительному анализу коэффициентов хрупкости горных пород посвящены работы отечественных [1–3] и зарубежных ученых [4, 5]. В них же можно найти и обзоры предшественников по этой теме. Базируясь на известных значениях модуля упругости  $E$  и модуля спада  $M$ , Тарасовым Б. Г. [5] проведена классификация степени хрупкости пород по коэффициентам хрупкости  $k_1 = (M - E) / M$  и  $k_2 = E / M$  ( $E$  — модуль упругости,  $M$  — модуль спада), причем некоторый диапазон значений коэффициента соответствует одному из состояний породы (табл. 1). В данной работе приведена модификация этого критерия. Диапазоны для  $k_1$  и  $k_2$  представлены в терминах угловых коэффициентов  $\alpha, \beta$ .

Пусть в системе координат “дифференциальное осевое напряжение  $\sigma_d$  – осевая деформация  $\varepsilon_a$ ” имеется диаграмма деформирования горной породы при объемном сжатии по схеме Кармана. Отметим, что  $\sigma_d = \sigma_a - \sigma_{\text{conf}}$ , где  $\sigma_a$  — осевое напряжение МПа;  $\sigma_{\text{conf}}$  — боковое давление, МПа.

ТАБЛИЦА 1. Соответствие состояний породы коэффициентам  $k_1, k_2, \alpha, \beta$

Состояние породы	$k_1$	$k_2$	$\alpha, \beta^\circ$
Пластичность	$2 < k_1 < +\infty$	$-\infty < k_2 < -1$	$\alpha > \beta, \alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ$
Полухрупкость	$k_1 = 2$	$k_2 = -1$	$\alpha = \beta, \alpha < 90^\circ, \beta < 90^\circ$
Переходное состояние между полухрупкостью и хрупкостью	$1 < k_1 < 2$	$-1 < k_2 < 0$	$\alpha < \beta < 90^\circ$
Хрупкость	$0 < k_1 \leq 1$	$0 < k_2 \leq 1$	$\beta \geq 90^\circ$
Суперхрупкость	$k_1 = 0$	$k_2 = 1$	$\alpha = 180^\circ - \beta, \alpha < 90^\circ, \beta > 90^\circ$

Исходя на табл. 1, можно найти  $E$  и  $M$  на основании линейных соотношений вида:

$$\sigma_d = E\varepsilon_a + b_1, \quad (1)$$

$$\sigma_d = M\varepsilon_a + b_2, \quad (2)$$

где  $b_1, b_2$  — некоторые действительные коэффициенты.

Обозначим через  $\alpha$  угол между прямыми 1 и  $\sigma_d = 0$ ,  $\beta$  — угол между прямыми 2 и  $\sigma_d = 0$  (рис. 1), тогда, согласно [6], их можно определить как

$$\alpha = \frac{180}{\pi} \arctg \left| \frac{E - M}{1 + E \cdot M} \right|, \quad \beta = \begin{cases} (180/\pi) \arctg |M|, & \text{если } M \leq 0, \\ 180^\circ - (180/\pi) \arctg M, & \text{если } M > 0. \end{cases}$$

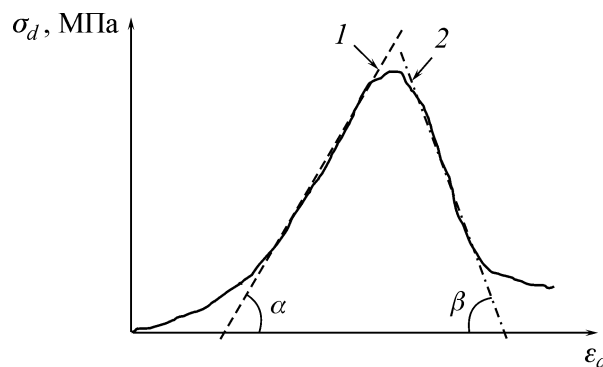


Рис. 1. Диаграмма деформирования “дифференциальное осевое напряжение  $\sigma_d$  – осевая деформация  $\varepsilon_a$ ”: 1 — прямая, заданная соотношением (1); 2 — соотношением (2)

Соответствие состояний породы (от пластичности до суперхрупкости) коэффициентам хрупкости  $k_1, k_2, \alpha, \beta$  показаны в табл. 2, причем диаграммы деформирования горных пород приведены только для первых четырех состояний. Предполагается, что суперхрупкость представляет собой идеализацию хрупкого состояния, поэтому реального примера не существует.

ТАБЛИЦА 2. Соответствие состояний пород (рис. 2) коэффициентам  $k_1, k_2, \alpha, \beta$

Порода	Состояние породы	$k_1$	$k_2$	Угловые коэффициенты $\alpha, \beta^\circ$
Известняк Solnhofen	Пластичность	37.6	-36.6	$\alpha \approx 89.99^\circ > \beta \approx 89.97^\circ$
Андезит Manazuru	Близко к полухрупкости	2.27	-1.27	$\alpha \approx 89.9979^\circ > \beta \approx 89.9974^\circ$
Роговик магнетитогематитовый	Переходное состояние между полухрупкостью и хрупкостью	1.23	-0.22	$\alpha \approx 89.9994^\circ > \beta \approx 89.9998^\circ$
Долерит	Хрупкость	0.64	0.36	$\beta \approx 90.0002^\circ$

Указанные диаграммы взяты из работ [7] и [1, 5], где в экспериментальных исследованиях одним из ключевых факторов являлось боковое давление  $\sigma_{\text{conf}}$ . В этих работах показано, что в зависимости от уровня  $\sigma_{\text{conf}}$  для одной и той же горной породы состояние может варьировать от хрупкого до пластичного. На рис. 2 пунктирными двойными стрелками указаны зависимости (1) и (2) с конкретными величинами  $E$ ,  $M$ ,  $b_1$ ,  $b_2$ . По диаграммам деформирования вычислены  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $\alpha$ ,  $\beta$  (табл. 2).

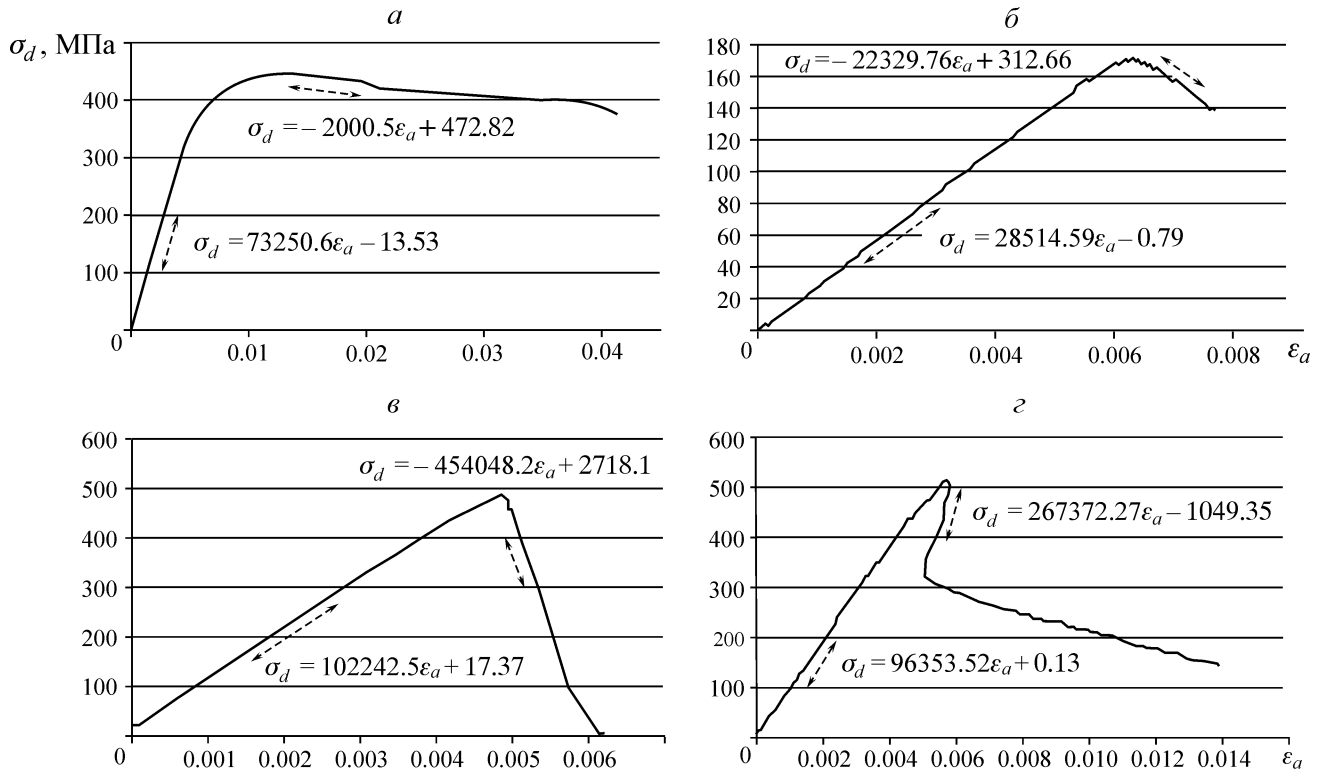


Рис. 2. Диаграмма деформирования “дифференциальное осевое напряжение  $\sigma_d$  – осевая деформация  $\epsilon_a$ ” для: известняка Solnhofen [7]  $\sigma_{\text{conf}} = 80$  МПа; б — андезита Manazuru [7]  $\sigma_{\text{conf}} = 0$  МПа; в — роговика магнетито-гематитового [1]  $\sigma_{\text{conf}} = 0$  МПа; г — долерита [5]  $\sigma_{\text{conf}} = 30$  МПа

Для оценки состояния горных пород по критерию, представленному в терминах угловых коэффициентов, необходимо обращать внимание на их десятичные знаки, причем для промежуточного состояния между пластичностью и полухрупкостью, чем меньше порядок величины  $\alpha - \beta$ , тем порода более полухрупкая.

## ВЫВОДЫ

Критерий хрупкости Тарасова, основанный на изменении коэффициентов хрупкости  $k_1$  и  $k_2$ , рассмотрен в системе координат “дифференциальное осевое напряжение  $\sigma_d$  – осевая деформация  $\epsilon_a$ ” в терминах угловых коэффициентов  $\alpha$  и  $\beta$ . При  $\alpha < 90^\circ$ ,  $\beta < 90^\circ$  показано, что состоянию пластичности горных пород соответствует неравенство  $\alpha > \beta$ , полухрупкости — соотношение  $\alpha = \beta$ . Промежуточному состоянию между полухрупкостью и хрупкостью соответствует случай  $\alpha < \beta < 90^\circ$ ; хрупкости —  $\beta \geq 90^\circ$ ; суперхрупкости —  $\alpha = 180^\circ - \beta$  (при  $\alpha < 90^\circ$ ,  $\beta > 90^\circ$ ). Приведены примеры диаграмм горных пород для первых четырех случаев. Пятый случай суперхрупкости принимался за идеальное состояние хрупкости. Особенностью корректного применения модифицированного критерия является то, что нужно обращать особое внимание на количество и значения десятичных знаков угловых коэффициентов.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Stavrogin N. A. and Tarasov B. G.** Experimental Physics and Mechanics of Rocks, St. Petersburg, Nauka, 1984 (in Russian) [**Ставрогин Н. А., Тарасов Б. Г.** Экспериментальная физика и механика горных пород. — СПб.: Наука, 2001. — 343 с.]
2. **Stavrogin N. A., Pevzner E. D., and Tarasov B. G.** Beyond Limit Strength Characteristics of Brittle Rocks, Journal of Mining Science, 1981, no. 4, pp. 8–15 (in Russian) [**Ставрогин Н. А., Певзнер Е. Д., Тарасов Б. Г.** Запредельные характеристики хрупких горных пород // ФТПРПИ. — 1981. — № 4. — С. 8–15.]
3. **Protod'jakonov M. M., Teder R. I., П'иницкая Е. И., et al.** Distribution and correlation of indices of the physical properties of rocks: a reference guide, Moscow, Nedra, 1981, 192 pp. (in Russian) [**Протодьяконов М. М., Тедер Р. И., Ильиницкая Е. И. и др.** Распределение и корреляция показателей физических свойств горных пород: справочное пособие. — М.: Недра, 1981. — 192 с.]
4. **Taheri A. and Munoz H.** New Brittleness Indices to Describe Rock Failure under Compressive Load. Rock Dynamics: From Research to Engineering: Proceedings of the 2nd International Conference on Rock Dynamics and Applications, 2016.
5. **Tarasov B. and Potvin Y.** Universal criteria for rock brittleness estimation under triaxial compression, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, vol. 59.
6. **Vygodskiy M. Ya.** Higher Mathematics Handbook, Moscow, 2006, 991 pp. (in Russian) [**Выгодский М. Я.** Справочник по высшей математике. — М.: Астрель, 2006. — 991 с.]
7. **Mogi K.** Experimental Rock Mechanics. The Netherlands: Taylor&Francis, 2007.