

ЛИТЕРАТУРА

1. Пажи Д.Г., Галустов В.С. Распылители жидкости. — М.: Химия, 1979.
2. Аэров М.Э., Тодес О.М., Наринский Д.А. Аппараты со стационарным зернистым слоем: Гидравлические и тепловые основы работы. — Л.: Химия, 1979.

г. Новосибирск

Поступила 24/ VIII 1993 г.

УДК 536.24:532.72

В.И. Елисеев, Ю.П. Совит

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОМАССОБМЕНА В ПУЧКАХ НИТЕЙ С ИСПАРЕНИЕМ ЖИДКОСТИ НА ИХ ПОВЕРХНОСТЯХ

В ряде технологических процессов формования и обработки синтетических нитей тепломассообмен сопровождается газовой выделением с поверхностей волокон. Как правило, оно возникает либо в результате химических реакций, например горения, либо в результате разложения полимера с выделением низкомолекулярных соединений (НМС), либо при испарении жидкости. Во всех этих случаях на тепломассообмен оказывают влияние теплота реакций или тепло фазового перехода. Важное место теплообмен с фазовым переходом жидкости занимает в процессе сушки волокнистых материалов и пучков волокон. Среди разнообразных технологических схем сушка движущихся пучков нитей может рассматриваться в отдельных случаях как некоторое побочное звено в общей технологической цепи, но тем не менее имеющее практический интерес. Сюда можно отнести такие стадии, как выход пучка из осадительной ванны после мокрого формования, движение пучков после замасливания. Существенную же роль сушка движущихся пучков нитей играет в процессе сухого формования, при котором с поверхностей волокон испаряется растворитель полимера. Поскольку на начальном этапе в волокне содержится значительно больше растворителя, чем полимера, испарение жидкости качественно проходит в соответствии с законами сушки пористых влагонасыщенных материалов [1—3]. Такой процесс характеризуется несколькими стадиями, первая из которых сопровождается изменением температуры волокон и интенсивным испарением, а во второй сохраняется интенсивное газовой выделение при равенстве тепловых потоков, поступающих из среды и идущих на фазовый переход, в результате чего температура филаментов практически не меняется. Одновременно с уносом растворителя происходит структурирование полимера и формирование свойств волокон. В связи с этим разработку математических моделей сопряженного тепломассообмена при фазовых переходах в пучках движущихся волокон и применение их в расчетах реальных схем формования представляются достаточно актуальными.

1. Постановка задачи. Положим, что каждое волокно в пучке покрыто тонкой пленкой воды, толщина которой задана. Процесс испарения примем равновесным, т.е. концентрация насыщения в газе у поверхности пленки однозначно связана с давлением и температурой в этой же области. Кроме того, скорость пленки и температуру жидкости будем считать равными скорости и температуре нити. В [4] в рамках фильтрационной модели течения и модели пограничного слоя выведены уравнения движения и теплообмена пучка движущихся нитей. В [5] система уравнений была дополнена уравнениями диффузии, но массообмен и теплообмен рассматривались отдельно друг от друга. В случае сопряженного тепломассообмена

эти уравнения необходимо еще дополнить членами, учитывающими перенос тепла за счет диффузионного движения компонентов. Для большинства газовых смесей приближенно выполняется условие $Le = \frac{Pr}{Sc} = \frac{Dc_p}{\lambda} \approx 1$ (Le — число Льюиса — Семенова, Pr — число Прандтля, Sc — число Шмидта), при написании уравнений в нашем случае будем считать, что оно выполняется точно. Поскольку для двухкомпонентной среды без учета термо- и бародиффузии тепловой и массовые потоки определяются зависимостями [6,7]

$$(1.1) \quad \mathbf{q} = -\lambda \text{grad}T + \sum_{i=1}^2 h_i \mathbf{g}_i,$$

$$\mathbf{g}_i = \rho c_i \mathbf{V}_i = \rho c_i \mathbf{v} - Dc_i^{-1} \text{grad}c_i,$$

основные уравнения движения и тепломассообмена для несжимаемой среды в пучках стержней постоянного диаметра имеют вид

$$(1.2) \quad \varepsilon^{-1} \rho \left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial r} \right) = -\varepsilon \frac{dp}{dx} + R_x - \varepsilon^{-1} \rho u G + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\mu r \frac{\partial u}{\partial r} \right),$$

$$\frac{\partial(ru)}{\partial x} + \frac{\partial(rv)}{\partial r} = rG,$$

$$\varepsilon^{-1} \rho \left(u \frac{\partial h}{\partial x} + v \frac{\partial h}{\partial r} \right) = \varepsilon^{-1} Q - \varepsilon^{-1} \rho h G + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho D r \frac{\partial h}{\partial r} \right),$$

$$\varepsilon^{-1} \rho \left(u \frac{\partial c_1}{\partial x} + v \frac{\partial c_1}{\partial r} \right) = \varepsilon^{-1} K - \varepsilon^{-1} \rho c_1 G + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\rho D r \frac{\partial c_1}{\partial r} \right).$$

Здесь x, r — система координат; u, v — компоненты фильтрационной скорости; h — энтальпия; h_i — энтальпия i -го компонента; ρ — плотность; p — давление; ε — порозность пучка; c_p — теплоемкость при постоянном давлении; μ — динамический коэффициент вязкости; λ — коэффициент теплопроводности; c_i — массовая концентрация i -го компонента; V_i — скорость молекул i -го компонента; v — действительная среднемассовая скорость; D — коэффициент диффузии. Под параметрами с индексом 1 будем понимать параметры пара, с индексом 2 — воздуха. Источники G, R_x, Q, K определяют взаимодействие системы движущихся волокон с окружающей средой. В соответствии с [5] при использовании (1.1) их можно представить как

$$(1.3) \quad G = \frac{2\pi R_B}{\pi R_\Delta^2} v_B, \quad R_x = \frac{2\pi R_B}{\pi R_\Delta^2} (\rho \bar{v}_B v_B - \tau_B),$$

$$Q = \frac{2\pi R_B}{\pi R_\Delta^2} (\rho v_B h_B - q_B - \sum_{i=1}^2 h_{B_i} g_{B_i}),$$

$$K = \frac{2\pi R_B}{\pi R_\Delta^2} (\rho c_{1B} v_B - g_B),$$

где R_B, R_Δ — радиусы волокна с пленкой жидкости и ячейки; U_B — скорость движения волокна; v_B — скорость гидродинамического потока с поверхности пленки при испарении; h_B, c_{1B} — энтальпия смеси и концентрация насыщения паров на поверхности пленки; τ_B, q_B, g_B — напряжение трения, тепловой и диффузионный потоки на поверхности пленки. Выражение для Q

отличается от полученного в [5] тем, что для расчетов переноса энергии в бикомпонентной среде вместо температуры смеси используется энтальпия. В этом случае решение для энтальпии газа, движущегося в ячейке, при газовой выделении с поверхности волокна по аналогии с формулой (2.4) работы [5] имеет вид

$$(1.4) \quad h = h_b + (h_\Delta - h_b)f_0(r, \alpha_2).$$

Дифференцируя (1.4) по радиусу при $r = R_b$, согласно [7], находим

$$\frac{\partial h}{\partial r} \Big|_{r=R_b} = c_p \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_b} + \sum_{i=1}^2 h_{bi} \frac{\partial c_i}{\partial r} \Big|_{r=R_b} = c_p \frac{\partial T}{\partial r} \Big|_{r=R_b} - \sum_{i=1}^2 \frac{h_{bi}}{D} g_{bi}.$$

Учитывая, что $q_b = -\lambda \partial T / \partial r \Big|_{r=R_b}$, имеем

$$q_b = -\frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial r} \Big|_{r=R_b} - \sum_{i=1}^2 Le^{-1} h_{bi} g_{bi},$$

тогда окончательно получим

$$Q = \frac{2\pi R_b}{\pi R_\Delta^2} \left(\rho v_n h_n - \frac{\lambda}{c_p} \frac{\partial h}{\partial r} \Big|_{r=R_b} \right),$$

т.е. источник в уравнении энергии явно не зависит от энтальпий и массовых потоков компонентов смеси. Методика определения τ_b , g_b , $\partial h / \partial r \Big|_{R_b}$ совпадает с изложенной в [5] и здесь не приводится. Величина гидродинамической скорости, возникающей при испарении, находится из соотношения [1]

$$(1.5) \quad v_b = -\frac{D}{1 - c_{1b}} \frac{\partial c_1}{\partial r} \Big|_{r=R_b}.$$

Концентрация насыщения c_{1b} на поверхности испаряющейся жидкости при условии равновесности процесса определяется из соотношений, связывающих температуру и давление насыщенных паров. При этом для нитей с радиусом 0,01 мм и более можно пренебречь величиной σ_*/R_b по сравнению с атмосферным давлением и считать давление пара над жидкой цилиндрической пленкой равным давлению над плоской поверхностью (σ_* — коэффициент поверхностного натяжения).

Добавим к системе (1.2)—(1.5) уравнение теплообмена элементарного волокна, которое в приближении термически тонкого тела и с учетом теплоты фазового перехода имеет вид

$$(1.6) \quad \pi R_b^2 \rho_\Sigma c_{p\Sigma} U_b \frac{dT_b}{dx} = -2\pi R_b (q_b + \rho v_b H),$$

где $\rho_\Sigma c_{p\Sigma} = \beta \rho_b c_{pb} + (1 - \beta) \rho_* c_{p*}$; $\beta = R_*^2 / R_b^2$; R_* — радиус волокна без пленки; H — удельная теплота парообразования; ρ_b , c_{pb} — плотность и теплоемкость полимера; ρ_* , c_{p*} — плотность и теплоемкость жидкости.

Уравнения (1.2)—(1.6) с соответствующими начальными и граничными условиями описывают сопряженный тепломассообмен в пучке движущихся волокон с испаряющейся на их поверхности жидкостью. Однако в наших расчетах сделано еще одно упрощение. Учитывая, что теплоемкость смеси c_p слабо изменяется ввиду слабого изменения концентраций, было принято,

что $h = c_p T$. Это дало возможность перейти в уравнении теплообмена от энтальпии к температуре. Конкретные зависимости коэффициента диффузии, давления, концентрации насыщенных паров и теплоты парообразования от температуры определяют вид испаряющейся жидкости.

В качестве примера рассмотрим равновесный процесс испарения воды. Для нее, согласно [8], аппроксимация давления насыщенных паров в диапазоне температур от 0 до 320 °С запишется как

$$(1.7) \quad p_{1в} = 10^6 \left\{ \exp \left[\sum_{i=-1}^1 a_i \left(\frac{T_b}{1000} \right)^i + a_2 \ln(T_b) \right] \right\}$$

$(a_{-1} = -7,8215, a_0 = 82,8657, a_1 = 10,2100, a_2 = -11,4878)$.

Концентрация насыщенных паров в зависимости от давления определяется из соотношения [9]

$$(1.8) \quad c_{1в} = M_1 y [M_1 y + M_2 (1 - y)]^{-1}, \quad y = p_{1в} / \Pi,$$

где M_1, M_2 — молярные массы пара и воздуха соответственно; Π — давление воздушно-паровой смеси ($\Pi = p$).

Коэффициент диффузии водяных паров в воздухе, согласно [8], имеет вид

$$(1.9) \quad D = D_0 (T/T_0)^{1,8} p_0 / p$$

$(D_0 = 0,216 \text{ м}^2/\text{с} \text{ при } p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Па и } T_0 = 273 \text{ К})$.

Для аппроксимации зависимости динамического коэффициента вязкости водяных паров от температуры использовались табличные данные [10]. Динамический коэффициент вязкости для воздуха определялся по Сатерленду [7]. Вязкость смеси зависит от вязкости пара воды μ_1 , вязкости воздуха μ_2 и концентраций компонентов. Для ее нахождения использовалась формула

$$(1.10) \quad \mu = \frac{\mu_1 c_1}{c_1 + (1 - c_1) \psi_{12}} + \frac{\mu_2 (1 - c_1)}{1 - c_1 + c_1 \psi_{21}}$$

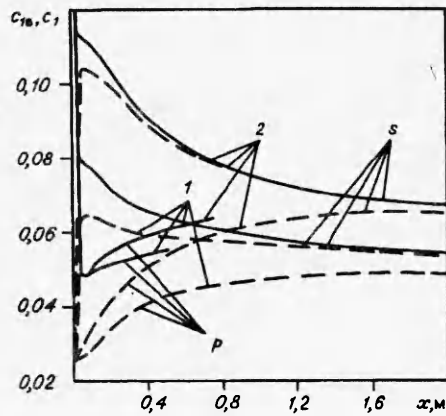
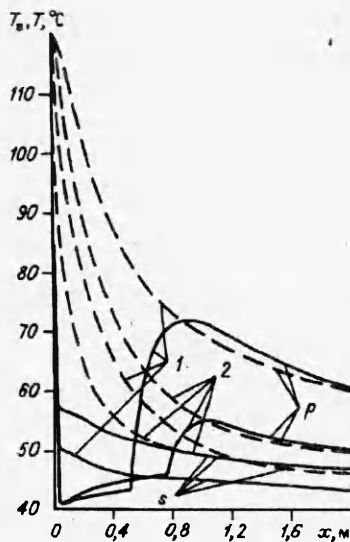
где ψ_{12}, ψ_{21} — поправочные коэффициенты, зависящие от молекулярных весов и вязкости компонентов [8].

Вычисление удельной теплоты парообразования воды проводилось по аппроксимационной зависимости [9]

$$(1.11) \quad H = 10^3 \exp(-0,000989 T_b \text{ °С} + 7,8213).$$

Представленную систему (1.2)—(1.11) необходимо дополнить уравнениями переноса во внешней области, окружающей пучок волокон. Их можно получить из (1.2), положив $\epsilon = 1, G = R_x = Q = K = 0$. Взаимодействие между областями течения учитывается условиями сопряжения на границе пучка для скоростей, температур и концентраций, а также касательных напряжений, тепловых и массовых потоков.

2. Результаты расчетов. Рассмотрим модельные задачи тепломассообмена пучка волокон в открытой среде и в шахте, соответствующие основным схемам формирования комплексных нитей. Положим, что пучок имеет радиус $R_n = 0,025 \text{ м}$, состоит из волокон с начальным радиусом $R_{в0} = 0,7 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, покрытых пленкой воды толщиной $0,1 R_{в0}$. Волокна движутся со скоростью $U_b = 0,35 \text{ м/с}$ и имеют начальную температуру $T_{в0} = 85 \text{ °С}$. Температура окружающей среды $T_\infty = 120 \text{ °С}$ с концентрацией паров воды $c_{1\infty} = 0,025$, при этом $Pr = 0,7, Sc = 0,7$. В качестве граничных условий на бесконечности для системы уравнений (1.2) при открытой схеме теплообмена приняты следующие: $u(\infty) = 0, T_b(\infty) = T_\infty, c_1(\infty) = c_{1\infty}$.



Р и с. 1

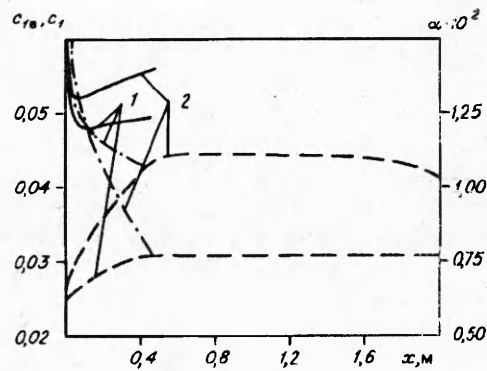
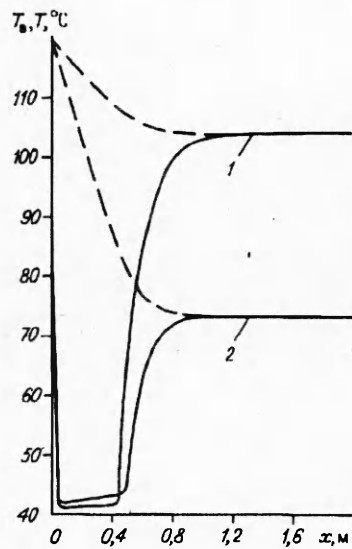
Р и с. 2

На рис. 1, 2 представлены полученные численно распределения температур волокон T_b (сплошные линии) и газа T (штриховые), а также концентраций насыщения c_{1b} (сплошные) и концентраций водяных паров c_1 (штриховые) в центре пучка (линии s) и на его поверхности (линии p). Расчеты проведены для двух пучков с количеством волокон $N = 20$ и 60 (кривые 1 и 2). Значения теплофизических параметров полимера соответствовали полиэтилентерефталату и брались из [11]. Из приведенных распределений следует, что в начальный период происходит резкое падение температур волокон при значительной скорости испарения, после чего имеет место медленное изменение, отвечающее локальным условиям тепломассообмена. Для внешних филаментов наблюдается слабое повышение температуры, связанное с поступлением в пучок горячего газа из внешней области и одновременным уменьшением скорости испарения за счет уменьшения разницы в значениях c_{1b} и c_1 . Для внутренних филаментов характерно продолжающееся слабое падение температуры с одновременным уменьшением скорости испарения. Изменение температур газа происходит монотонно при стремлении к соответствующим температурам волокон. На рис. 2 показаны распределения концентраций насыщения c_{1b} , которые отвечают температуре волокон T_b , и распределения концентраций пара в газе. Для них наблюдается равномерное стремление концентрации пара к концентрации насыщения, и во внутренних областях пучка значение c_1 становится практически равным c_{1b} . Для внешних волокон значения концентраций насыщения после резкого падения, вызванного охлаждением волокон, выходят на некоторые стабилизированные значения. Дальнейшее изменение этих параметров не показано вследствие полного испарения пленки воды на волокнах. После испарения жидкости наблюдается резкий подъем температур поверхностных волокон до соответствующих температур газа, что особенно хорошо видно для $N = 20$ (рис. 1). Далее по потоку следует участок, на котором температуры газа в результате отбора тепла внутренними слоями пучка продолжают падать, а волокна начинают охлаждаться.

По представленным распределениям хорошо видно влияние плотности пучка на тепло- и массообмен. Для $N = 60$ участок теплообмена до полного испарения пленки на внешних филаментах значительно увеличивается при существенном уменьшении нагрева волокон после испарения.

На рис. 3, 4 приведены кривые температур и концентраций пара в пучке, движущемся в обдувочной шахте. В качестве граничных условий приняты следующие:

$$u(R_T) = 0, T(R_T) = T_w, \partial c / \partial r|_{r=R_T} = 0$$



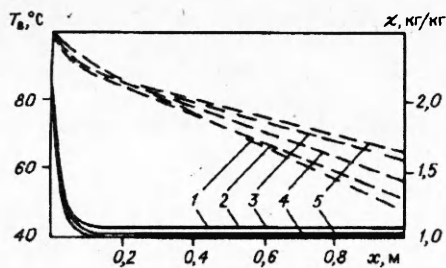
Р и с. 4

Р и с. 3

(R_T — радиус трубы). Параметры обдувочной шахты: $R_T = 0,075$ м, $T_w = 120$ °С, расход подаваемого воздуха $G_0 = 0,025$ м³/с. Остальные параметры задачи и обозначения на рис. 3, 4 совпадают с ранее рассмотренным вариантом теплообмена. Поскольку при указанных параметрах задачи наблюдаются практически однородные профили скоростей, температур и концентраций по толщине пучка, на рис. 3, 4 представлены только величины, относящиеся к центральным областям пучка. При сравнении распределений температур и концентраций на рис. 1.2 и рис. 3, 4 видно, что качественно они слабо отличаются друг от друга. Тем не менее необходимо отметить такие особенности: профили концентраций насыщения $c_{1в}$ после падения на начальном участке практически сразу выходят на постоянные значения, соответствующие температурам волокон, а распределения концентраций пара в газе линейно приближаются к $c_{1в}$. Температуры волокон до полного испарения пленок слабо зависят от количества филаментов в пучке. После испарения, так же как и в открытом пучке, наблюдаются резкий нагрев волокон и приближение их температур к температурам газа, однако в отличие от этого случая, где полное испарение пленок происходит только в небольшой приповерхностной зоне пучка, при движении в шахте испарение жидкости на филаментах наблюдается во всем его объеме.

На рис. 4 штрихпунктирными линиями представлены распределения безразмерных скоростей испарения $\alpha = v_g R_b / \nu$ для $N = 20$ и 60 , показывающие влияние плотности укладки пучка на процесс сушки волокон.

Для установления количественных отличий в закономерностях тепло-массообмена в пучках движущихся нитей и одиночных волокон проведены расчеты процесса сушки при сухом формировании волокон из поливинилового спирта для набора данных, отвечающих [3]: начальная скорость волокна



Р и с. 5

0,7 м/с, начальный радиус $0,5 \cdot 10^{-4}$ м, температура воздуха 120 °С, начальная температура волокна 85 °С, количество волокон 10. Теплофизические параметры полимера взяты из [12]. Результаты расчетов представлены на рис. 5. Для одиночных волокон рассматривалось испарение воды при ламинарном и турбулентном режимах течения в предположении о подобии теплообмена и массообмена.

В качестве критериального соотношения для числа Нуссельта при турбулентном течении использовалось выражение [2]

$$Nu = 0,42Re_D^{0,333},$$

где $Nu = \alpha_b D_b / \lambda$; $Re_D = U_b D_b / \nu$; α_b — коэффициент теплоотдачи; D_b — диаметр волокна. Полученные распределения температуры T_b (сплошные кривые) и влагосодержания χ волокна (штриховые) изображены на рис. 5 линиями 2, а линии 1 — экспериментальные данные. Эти распределения вполне удовлетворительно согласуются между собой, причем температуры волокон в масштабе рисунка практически совпадают. Линиями 3 показаны результаты расчетов для ламинарного режима течения при задании критериального теплообмена в виде [2]

$$Nu = 4,3(a + a^2 - a^3) (a = [\ln \xi^2 / 4]^{-1}, \xi = 8 [x / (Re_D D_b)]).$$

Отличие в температурах для ламинарного и турбулентного режимов довольно слабое и имеет место только на начальном участке. Распределение влагосодержания в этом случае заметно отличается от экспериментальных результатов в связи со снижением интенсивности теплообмена и уменьшением скорости испарения.

Результаты расчетов для тепломассообмена пучка волокон представлены линиями 4 (движение в шахте) и 5 (открытый пучок, поверхностные волокна). Радиус пучка составлял 0,025 м, а средняя скорость движения газа в шахте $U_{cp} = 4U_b$. Температуры волокон при движении пучка в шахте и в открытой среде несколько ниже экспериментальных данных. Распределения влагосодержания для этих вариантов существенно отличаются от полученных для одиночных волокон. Особенно отчетливо указанное отличие заметно для открытого пучка. Это объясняется тем, что вследствие динамического, теплового и диффузионного взаимодействия волокон между собой и формирования пограничного слоя на пучке происходит заметное уменьшение скорости испарения жидкости на волокнах. Для пучка в шахте характерен принудительный обдув волокон. Его интенсивность зависит от расхода подаваемого воздуха и может колебаться в широких пределах, определяя темп изменения влагосодержания. В рассматриваемом случае кривая влагосодержания расположена между распределениями для одиночных волокон при турбулентном и ламинарном режимах. Уменьшение U_{cp} приближает расчетные результаты к распределению влагосодержания для одиночного волокна при ламинарном течении. Приведенные данные раскрывают основные закономерности сушки пучков волокон при сухом формовании и показывают, что предложенная математическая модель может служить для анализа тепломассообменных процессов в реальных технологических схемах производства волокон.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лыков А.В. Тепломассообмен. — М.: Энергия, 1978.
2. Зябицкий А. Теоретические основы формования волокон. — М.: Химия, 1979.
3. Перепелкин К.Е. Физико-химические основы процессов формования химических волокон. — М.: Химия, 1978.
4. Елисеев В.И., Совит Ю.П. Свободно-конвективный теплообмен в открытых системах вертикальных стержней // ПМТФ. — 1990. — № 5. — С. 88—95.
5. Елисеев В.И., Совит Ю.П. Тепломассообмен в движущихся пучках стержней с газовыделением // ПМТФ. — 1992. — № 6. — С. 96—103.
6. Лапин Ю.В., Стрелец М.Х. Внутренние течения газовых смесей. — М.: Наука, 1989.
7. Лойцянский Л.Г. Ламинарный пограничный слой. — М.: Физматгиз, 1962.
8. Теоретические основы теплотехники. Справочник. Кн. 2 / Под ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. — М.: Энергоатомиздат, 1988.
9. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. — Л.: Химия, 1987.

10. Пиоро И.А., Антоненко В.А., Пиоро Л.С. Эффективные теплообменники с двухфазными термосифонами. — Киев: Наук. думка, 1991.
11. Высокоскоростное формование волокон / Под ред. А. Зябицкого, Х. Каваи. — М.: Химия, 1988.
12. Каменев Е.И., Мясников Г.Д., Платонов М.П. Применение пластических масс. Справочник. — Л.: Химия, 1985.

г. Днепропетровск

Поступила 8/VII 1993 г.

УДК 539.3

Г.В. Иванов, О.Н. Иванова

ВЫЧИСЛЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ РАВНОВЕСНЫХ ФОРМ ТОНКИХ УПРУГИХ СТЕРЖНЕЙ МЕТОДОМ САМОУРАВНОВЕШЕННЫХ НЕВЯЗОК

В [1] изложен алгоритм решения методом самоуравновешенных невязок задач о плоских формах равновесных состояний тонких упругих стержней. Ниже излагается алгоритм решения этим методом задач о пространственных формах равновесных состояний.

1. Основные уравнения. Для определения положения точек стержня наряду с неподвижной системой координат x_i с базисными векторами e_i ($i = 1, 2, 3$) (рис. 1) удобно использовать длину дуги s оси стержня ($s \in [0, l]$) и координаты x'_1, x'_2 с началом на оси стержня и базисными векторами e'_1, e'_2 , направленными вдоль главных осей инерции поперечных сечений стержня. Ориентация e'_i , $i = 1, 2, 3$ ($e'_3 = e'_1 \times e'_2$) задается углами Эйлера ϑ, ψ, φ (рис. 2).

Уравнения равновесия можно записать в виде [2, 3]

$$(1.1) \quad \frac{dF}{ds} + f = 0, \quad \frac{dM}{ds} + e'_3 \times F = 0,$$

где F, M — векторы сил моментов в поперечных сечениях стержня; f — вектор поверхностной нагрузки;

$$e'_3 = \sin \vartheta (\sin \psi \cdot e_1 - \cos \psi \cdot e_2) + \cos \vartheta \cdot e_3.$$

Ниже рассматривается класс задач, в которых вектор F не зависит от ϑ, ψ, φ и полностью определяется первым из уравнений (1.1) и граничными условиями. В дальнейшем функция $F = F(s)$ считается известной.

Полагаем [2, 3], что

$$(1.2) \quad M = M_k e'_k, \quad M_1 = Ap, \quad M_2 = Bq, \quad M_3 = C\tau.$$

Здесь A, B, C — жесткости при изгибе и кручении стержня; p, q — кривизны; τ — кручение оси стержня:

$$(1.3) \quad p = \frac{d\psi}{ds} \sin \vartheta \cdot \sin \varphi + \frac{d\vartheta}{ds} \cos \varphi,$$

$$q = \frac{d\psi}{ds} \sin \vartheta \cdot \cos \varphi - \frac{d\vartheta}{ds} \sin \varphi,$$

$$\tau = \frac{d\psi}{ds} \cos \vartheta + \frac{d\varphi}{ds}.$$

Ограничимся рассмотрением класса задач с граничными условиями

© Г.В. Иванов, О.Н. Иванова, 1994