

УДК 532.59

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДВИЖЕНИЕ ОБОЛОЧКИ ПО ПОВЕРХНОСТИ ТЯЖЕЛОЙ ЖИДКОСТИ

Ю. Ф. Орлов, А. С. Суворов

Нижегородский государственный технический университет, 603600 Нижний Новгород
E-mail: yorlov@mts-nn.ru, suvorov-a@ya.ru

Проведено исследование трехмерной нестационарной задачи о колебаниях гибкой оболочки, движущейся по поверхности идеальной тяжелой жидкости. Силы, обусловленные поверхностным натяжением, не учитываются. Задача формулируется в пространстве потенциала ускорений. Потенциал пульсирующего источника находится из решения уравнения Эйлера и уравнения неразрывности с учетом условий на свободной поверхности (линейная теория малых волн) и условий на бесконечности. Функция плотности распределения слоя диполей определяется из граничных условий на поверхности оболочки. Получены формулы для определения формы гравитационных волн на поверхности жидкости и собственных частот колебаний оболочки.

Ключевые слова: гидроупругость, гравитационные волны, потенциальное течение.

В настоящее время корпуса некоторых скоростных судов (так называемых судов на динамической воздушной подушке [1]) частично изготавливаются из упругих материалов, что позволяет повысить эффективность движения таких судов по водной поверхности во взлетном режиме. Поскольку на определенных режимах движения при ускорении или замедлении возможно возникновение синхронизма между бегущими по корпусу упругими волнами и гравитационными волнами на поверхности жидкости, что может привести как к резкому увеличению уровня вибраций, так и к аварийным ситуациям вследствие потери устойчивости движения, необходимо выполнить анализ динамических характеристик корпусов такого типа.

В данной работе рассматривается модель корпуса, форма которого близка к форме корпуса пассажирских судов на динамической воздушной подушке “Волга-2” и “Ракета-2” [1]. Считается, что корпус имеет малую осадку и представляет собой растянутую невесомую оболочку длиной $2L$ и шириной $2B$, выполненную из материала, подчиняющегося линейному закону Гука. Предполагается, что жидкость, по которой движется корпус, является идеальной несжимаемой тяжелой средой с плотностью ρ , на поверхности которой отсутствуют силы, обусловленные поверхностным натяжением. Плоскость XU декартовой системы координат XUZ совпадает с невозмущенной поверхностью жидкости. Оболочка, движущаяся в направлении увеличения координаты X со скоростью U , колеблется таким образом, что вектор скорости вибрации ее точек параллелен оси Z . Частота колебаний равна ω . Вектор ускорения свободного падения \mathbf{g} направлен вдоль оси Z . Считая движение жидкости в пространстве потенциальным, а по времени гармоническим, потенциал ускорений Θ можно представить в виде

$$\Theta = \rho U^2 e^{i\omega t} \theta,$$

где t — время; θ — не зависящая от времени функция.

В пренебрежении нелинейными слагаемыми в уравнениях движения идеальной жидкости краевую задачу можно сформулировать в рамках теории потенциала ускорений в

следующем виде [2, 3]:

$$\begin{aligned} \theta_{xx} + \theta_{yy} + \theta_{zz} &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial z} \int_{-\infty}^x e^{ik(x-\tau)} \theta(\tau) d\tau \Big|_{z=0} &= -\varepsilon_x + ik(\varepsilon + h) \quad \text{на } S, \\ \theta_{xx} - 2ik\theta_x - k^2\theta + \mu(\theta_x + ik\theta) + \frac{1}{\text{Fr}^2} \theta_z \Big|_{z=0} &= 0 \quad \text{вне } S, \\ \lim_{z \rightarrow -\infty} \nabla \theta &= 0. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $x = X/L$, $y = Y/L$, $z = Z/L$ — безразмерные координаты; $k = \omega L/U$ — число Струхалия; $\varepsilon(x, y)$ — осадка корпуса ($\varepsilon \ll L$); h — постоянная, равная высоте волны на передней кромке корпуса; S — поверхность контакта корпуса и жидкости; μ — коэффициент диссипации; $\text{Fr} = U/(gL)^{1/2}$ — число Фруда.

Поскольку в задаче о собственных частотах колебаний форма колеблющейся поверхности корпуса изначально неизвестная функция, для замыкания краевой задачи необходимо к уравнениям (1) добавить динамическое условие упругости в следующем виде [4]:

$$P_{\text{вн}} = R(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) - \text{Fr}^2 P_d, \quad R = N/(\rho g L^2). \quad (2)$$

Здесь P_d — безразмерное давление на поверхности контакта корпуса и жидкости; R — безразмерная жесткость оболочки; N — натяжение оболочки; $P_{\text{вн}}$ — внешнее давление, возбуждающее колебания. Следует отметить, что в общем случае распределение внешнего давления $P_{\text{вн}}$, определяющее амплитуду колебаний ε , является неизвестной функцией. Поэтому целесообразно получить решение задачи при $P_{\text{вн}} \rightarrow 0$, т. е. отыскать критические значения параметров движения Fr и k , при которых происходит резонанс. Такую задачу можно решать путем разложения функции ε в ряд функций, удовлетворяющих граничным условиям отсутствия перемещения на некоторой линии l (в данной работе для упрощения преобразований принимается, что линия l совпадает с трехфазной линией в невозмущенном состоянии). При этом, поскольку корпуса судов рассматриваемого типа вытянуты вдоль оси x , в первом приближении можно ограничиться первыми симметричной и асимметричной формами изгиба корпуса:

$$\varepsilon_c = -(1 - x^2 - y^2/\lambda^2), \quad \varepsilon_a = -x(1 - x^2 - y^2/\lambda^2), \quad \lambda = B/L, \quad (3)$$

считая, что резонансные режимы, обусловленные возникновением более сложных колебаний, являются более локализованными и их влиянием на динамику поступательного движения можно пренебречь. Тогда, проинтегрировав выражение (2), можно получить систему уравнений для внешней вертикальной силы и внешнего момента дифферента. Считая, что оболочка совершает свободные колебания и внешнее давление $P_{\text{вн}}$ на нее не действует, можно получить следующую систему однородных уравнений:

$$\int_S (R(\varepsilon_{cxx} + \varepsilon_{cyy}) - \text{Fr}^2 P_c) dS = 0, \quad \int_S x(R(\varepsilon_{axx} + \varepsilon_{ayy}) - \text{Fr}^2 P_a) dS = 0 \quad (4)$$

(P_c , P_a — давление жидкости на корпус при симметричном и асимметричном прогибе соответственно). При этом минимальное значение определителя системы для различных вариантов параметров Fr и k соответствует режимам движения с повышенной вибрацией корпуса.

Таким образом, для того чтобы решить задачу, необходимо определить гидродинамическое давление, действующее на корпус судна при его изгибе в соответствии с (3),

решая задачу (1). Решение задачи (1) можно искать в виде интегрального оператора типа потенциала двойного слоя [2, 3, 5]:

$$\theta = \int_S P(\xi, \eta) \frac{\partial}{\partial \zeta} G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) dS. \quad (5)$$

Здесь P — скачок давления на поверхности S ; ξ, η, ζ — координаты движущихся пульсирующих источников, заменяющих поверхность пластины; G — функция Грина. Функция Грина, удовлетворяющая граничным условиям на поверхности жидкости и на бесконечности, имеет вид [2, 3, 6]

$$\begin{aligned} G = & \frac{1}{4\pi} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \frac{1}{2\pi^2} \left(\text{v.p.} \int_0^\infty \rho e^{(z+\zeta)\rho} \int_{-\pi}^\pi \frac{e^{-i\rho \cos(\varphi)(x-\xi)} \cos(\rho y \sin(\varphi))}{\text{Fr}^2(\rho \cos(\varphi) + k)^2 - \rho} d\varphi d\rho \right) - \\ & - \frac{i}{4\pi \text{Fr}} \int_{\alpha_1}^\infty \frac{e^{(z+\zeta)\rho}}{\sqrt{\rho}} \frac{e^{-i\rho A_1(x-\xi)} \cos(\sqrt{1-A_1^2}(y-\eta))}{\sqrt{1-A_1^2}} d\rho + \\ & + \frac{i}{4\pi \text{Fr}} \int_{\alpha_2}^\infty \frac{e^{(z+\zeta)\rho}}{\sqrt{\rho}} \frac{e^{-i\rho A_2(x-\xi)} \cos(\sqrt{1-A_2^2}(y-\eta))}{\sqrt{1-A_2^2}} d\rho, \quad (6) \end{aligned}$$

где

$$r_1 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2}, \quad r_2 = \sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z+\zeta)^2}.$$

Положение особых точек A_1 и A_2 подынтегральной функции при интегрировании ее по φ определяется соотношением

$$A_{1,2} = -\frac{k}{\rho} \pm \frac{1}{\text{Fr} \sqrt{\rho}},$$

а пределы интегрирования α_1, α_2 находятся из следующих уравнений:

$$\frac{k}{\alpha_1} - \frac{1}{\text{Fr} \sqrt{\alpha_1}} = 1, \quad \frac{k}{\alpha_2} + \frac{1}{\text{Fr} \sqrt{\alpha_2}} = 1.$$

С учетом (5), (6) выражение для потенциала ускорения принимает вид

$$\begin{aligned} \theta = & \frac{1}{4\pi} \int_S P \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) dS - \\ & - \frac{1}{2\pi^2} \left(\text{v.p.} \int_S P \int_0^\infty \rho^2 e^{(z+\zeta)\rho} \int_{-\pi}^\pi \frac{e^{-i\rho \cos(\varphi)(x-\xi)} \cos(\rho y \sin(\varphi))}{\text{Fr}^2(\rho \cos(\varphi) + k)^2 - \rho} d\varphi d\rho dS \right) - \\ & - \frac{i}{4\pi \text{Fr}} \int_S P \int_{\alpha_1}^\infty \sqrt{\rho} \frac{e^{(z+\zeta)\rho - i\rho A_1(x-\xi)} \cos(\sqrt{1-A_1^2}(y-\eta))}{\sqrt{1-A_1^2}} d\rho dS + \\ & + \frac{i}{4\pi \text{Fr}} \int_S P \int_{\alpha_2}^\infty \sqrt{\rho} \frac{e^{(z+\zeta)\rho - i\rho A_2(x-\xi)} \cos(\sqrt{1-A_2^2}(y-\eta))}{\sqrt{1-A_2^2}} d\rho dS. \quad (7) \end{aligned}$$

В соответствии с (1) высота волн на поверхности жидкости равна

$$\begin{aligned}
Z_B = & -\frac{\text{Fr}^2}{2\pi^2} \left(\text{v.p.} \int_S P \int_0^\infty \rho^2 e^{\zeta\rho} \int_{-\pi}^\pi \frac{e^{-i\rho \cos(\varphi)(x-\xi)} \cos(\rho y \sin(\varphi))}{\text{Fr}^2(\rho \cos(\varphi) + k)^2 - \rho} d\varphi d\rho dS \right) - \\
& -\frac{i \text{Fr}}{4\pi} \int_S P \int_{\alpha_1}^\infty \sqrt{\rho} \frac{e^{\zeta\rho - i\rho A_1(x-\xi)} \cos(\sqrt{1-A_1^2}(y-\eta))}{\sqrt{1-A_1^2}} d\rho dS + \\
& + \frac{i \text{Fr}}{4\pi} \int_S P \int_{\alpha_2}^\infty \sqrt{\rho} \frac{e^{\zeta\rho - i\rho A_2(x-\xi)} \cos(\sqrt{1-A_2^2}(y-\eta))}{\sqrt{1-A_2^2}} d\rho dS. \quad (8)
\end{aligned}$$

В силу предположения о малой осадке корпуса в выражении (8) $\zeta \rightarrow -0$, т. е. диполи располагаются непосредственно под свободной поверхностью жидкости.

Таким образом, для того чтобы вычислить распределение гравитационных волн, нужно знать распределение давления на поверхности оболочки. Для этого задачу (1) необходимо свести к двумерному интегральному уравнению относительно переменных x и y с помощью граничного кинематического условия на поверхности S . С учетом (1), (7) это уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}
\lim_{\zeta \rightarrow -0} \int_S \frac{P}{8\pi^2} \int_0^\infty \int_{-\pi}^\pi \frac{\rho^2 e^{-i\rho(\cos(\varphi)(x-\xi) - \sin(\varphi)(y-n))}}{i(\rho \cos(\varphi) + k - i\mu)} \times \\
\times \left(1 + \frac{\text{Fr}^2(\rho \cos(\varphi) + k - i\mu)^2 + \rho}{\text{Fr}^2(\rho \cos(\varphi) + k - i\mu)^2 - \rho} e^{2\zeta\rho} \right) d\varphi d\rho dS = -\varepsilon_x + ik(\varepsilon + h). \quad (9)
\end{aligned}$$

Решение уравнения (9) получается при $\mu \rightarrow 0$.

Уравнение (9) отличается от аналогичного уравнения в задаче о нестационарном движении подводного крыла [2, 3] тем, что в нем отсутствует ядро Коши в явном виде. Это ядро восстанавливается в предельных случаях движения $\text{Fr} \rightarrow \infty$ и $\text{Fr} \rightarrow 0$. При произвольных скоростях носителем ядра Коши являются вычеты в (7) [5], причем при интегрировании по размаху крыла в выражении для главного значения интеграла в (7) возникает еще один полюс из-за появления в знаменателе $\sin \varphi$, вследствие чего необходимо выделять дополнительно третий вычет [2, 5]. В [3] предложен эффективный метод решения нестационарных задач — метод разделения решений. В настоящей работе строится приближенное решение интегрального уравнения с использованием перехода к фурье-преобразованию распределения высот волн, которое приводит к разделению решений аналогично [3]. При этом удается избежать затруднений при вычислении волновых интегралов в (7).

Высота волны, определяемая по выражению (8), имеет следующий фурье-образ:

$$\tilde{Z}_B = -\frac{\text{Fr}^2 \tilde{P} \sqrt{m^2 + n^2} e^{\zeta \sqrt{m^2 + n^2}}}{\text{Fr}^2(m + k - i\mu)^2 - \sqrt{m^2 + n^2}}.$$

Выделяя в уравнении (9) эту функцию, его можно записать в виде

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sqrt{m^2 + n^2} e^{-imx - iny}}{8\pi^2 i(m + k - i\mu)} \left(\tilde{P} - \frac{\tilde{Z}_B e^{\zeta \sqrt{m^2 + n^2}}}{Fr^2} \right) dm dn =$$

$$= -\varepsilon_x + ik(\varepsilon + h) - \frac{i}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{Z}_B (m + k - i\mu) e^{\zeta \sqrt{m^2 + n^2} - imx - iny} dm dn. \quad (10)$$

Внутри области S поверхность жидкости совпадает с поверхностью оболочки, т. е. выполняется равенство $Z_B = \varepsilon + h$. Это позволяет упростить уравнение, используя следующее приближение:

$$\tilde{Z}_B e^{\zeta \sqrt{m^2 + n^2}} = C(\tilde{\varepsilon} + \tilde{h}).$$

Постоянную C , значение которой близко к единице, можно подобрать методом наименьших квадратов, минимизируя ошибку выполнения граничного условия на поверхности S , т. е. равенства (9). Таким образом, учитывается волновая составляющая ядра интегрального уравнения (9). Это приближение позволяет, введя новую функцию

$$\Gamma = P - C\varepsilon / Fr^2, \quad \Gamma \in C_0^0(y) \times C_0^\infty(x), \quad (11)$$

перейти от уравнения (10) к известным уравнениям нестационарного движения крыла:

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{ik(x-\tau)} \int_S \frac{\Gamma}{r^3} dS d\tau = (-\varepsilon_x + ik(\varepsilon + h))(2 - C). \quad (12)$$

Здесь $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2}$.

Уравнение (12) можно разложить на два независимых уравнения

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{ik(x-\tau)} \int_S \frac{\Gamma_0}{r^3} dS d\tau = 2(-\varepsilon_x + ik\varepsilon) \left(1 - \frac{C}{2}\right),$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x e^{ik(x-\tau)} \int_S \frac{\Gamma_1}{r^3} dS d\tau = 2ikh \left(1 - \frac{C}{2}\right), \quad (13)$$

где Γ_0 — нагрузка, вызванная изгибом оболочки; Γ_1 — нагрузка, обусловленная безыгибным перемещением оболочки. В уравнениях (13) можно исключить внешний интеграл, дифференцируя их по координате и времени, т. е. осуществляя переход в правой части уравнений от скоростей к ускорениям. Однако использование такого подхода приводит к частичной потере решения при дифференцировании. Поэтому необходимо учитывать нагрузку, обусловленную мгновенным изменением скорости жидкости на передней кромке оболочки, и представлять нагрузки Γ_0 , Γ_1 в виде сумм:

$$\Gamma_0 = \Gamma_d + c_0 \Gamma_y, \quad \Gamma_1 = \Gamma_h + c_h \Gamma_y.$$

Здесь Γ_d , Γ_h — составляющие общей нагрузки, вызванные изменением скорости в области S :

$$\frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\Gamma_d}{r^3} dS = -(\varepsilon_{xx} - 2ik\varepsilon_x - k^2\varepsilon)(2 - C), \quad \frac{1}{2\pi} \int_S \frac{\Gamma_h}{r^3} dS = k^2(2 - C). \quad (14)$$

В левых частях уравнений (14) расходящиеся несобственные интегралы существуют, только если $\Gamma_d \in C_0^0(y) \times C_0^0(x)$, $\Gamma_h \in C_0^0(y) \times C_0^0(x)$. Ударная составляющая нагрузки Γ_y , вызванная мгновенным изменением скорости на передней кромке области S (аналог сингулярного решения в [3]), определяется уравнением

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^x \int_S \frac{\Gamma_y}{r^3} dS d\tau = 1, \quad \Gamma_y \in C_0^0(y) \times C_0^\infty(x). \quad (15)$$

Уравнения (14), (15) характеризуются тем, что в их ядрах отсутствует число Струхала, а правая часть представляет собой вклады колебательных и поступательных составляющих движения пластины. Это позволяет получить решение уравнения отдельно для колебательной и поступательной составляющих. Комбинируя эти составляющие, для любого числа Струхала можно построить решения, различающиеся лишь значениями постоянных c_0 , c_h , h . Решения уравнений (15) можно искать в следующем виде [3]:

$$\begin{aligned} \Gamma_d &= (H_1 + H_2x + H_3x^2 + \dots) \sqrt{1 - x^2 - y^2/\lambda^2}, & \Gamma_h &= D_1(\lambda) \sqrt{1 - x^2 - y^2/\lambda^2}, \\ \Gamma_y &= \begin{cases} D_2(\lambda) \sqrt{1 - x^2 - y^2/\lambda^2} + D_3(\lambda)x^2/\sqrt{1 - x^2 - y^2/\lambda^2}, & x > 0, \\ D_2(\lambda) \sqrt{1 - x^2 - y^2/\lambda^2}, & x \leq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (16)$$

При $\lambda \leq 1/3$ постоянной D_2 можно пренебречь. Значения постоянных H_1, H_2, H_3, \dots зависят от конкретной формы прогиба ε . Постоянные c_0, c_h, h должны определяться как неизвестные постоянные интегрирования при переходе от ускорений к скоростям и перемещениям. Например, постоянная h вычисляется по формуле

$$\begin{aligned} h &= - \lim_{\mu \rightarrow 0} \left[\left(\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{(\tilde{\Gamma}_{d0} - c_0 \tilde{\Gamma}_y) r^2}{(r \cos \varphi + k - i\mu)^2} d\varphi dr - (2 - C)\varepsilon|_{x=0} \right) / \right. \\ &\quad \left. / \left(\frac{1}{2\pi^2} \int_0^\infty \int_0^\pi \frac{(\tilde{\Gamma}_h - c_h \tilde{\Gamma}_y) r^2}{(r \cos \varphi + k - i\mu)^2} d\varphi dr - (2 - C) \right) \right]. \end{aligned}$$

Суммарное давление жидкости на оболочку определяется в соответствии с (11):

$$P = \Gamma_d + h\Gamma_h + (c_0 + hc_h)\Gamma_y + C\varepsilon/\text{Fr}^2. \quad (17)$$

Для параметра $\lambda = 1/3$ определены значения неизвестных постоянных в выражениях (16) для прогибов симметричной и несимметричной форм в соответствии с выражением (3). Нагрузка на оболочку определяется следующим образом:

$$\begin{aligned} (\Gamma_d)_c &= \frac{2}{3\pi} \left(k^2 \left(\frac{16}{15} - x^2 \right) - 6ikx + 3 \right) \sqrt{1 - x^2 - \frac{y^2}{\lambda^2}} (2 - C), \\ (\Gamma_d)_a &= \frac{2}{3\pi} \left(\frac{k^2}{2} x \left(\frac{18}{15} - x^2 \right) + i \frac{k}{3} (10x^2 - 1) + 6x \right) \sqrt{1 - x^2 - \frac{y^2}{\lambda^2}}, \\ \Gamma_h &= \frac{k^2}{\pi} \sqrt{1 - x^2 - \frac{y^2}{\lambda^2}} (2 - C), & \Gamma_y &= \begin{cases} \frac{2x^2}{\pi \sqrt{1 - x^2 - y^2/\lambda^2}} (2 - C), & x > 0, \\ 0, & x \leq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (18)$$

Здесь $(\Gamma_d)_c$, $(\Gamma_d)_a$ — динамические нагрузки для симметричной ε_c и асимметричной ε_a форм прогиба соответственно. По формулам (8), (17), (18) можно определить форму свободной поверхности жидкости для различных режимов движения оболочки. На рис. 1 представлены результаты расчетов гравитационных волн, обусловленных симметричными колебаниями оболочки на поверхности жидкости. На рис. 2 приведен результат расчета волн, возникающих при асимметричном колебании оболочки (T — период колебаний).

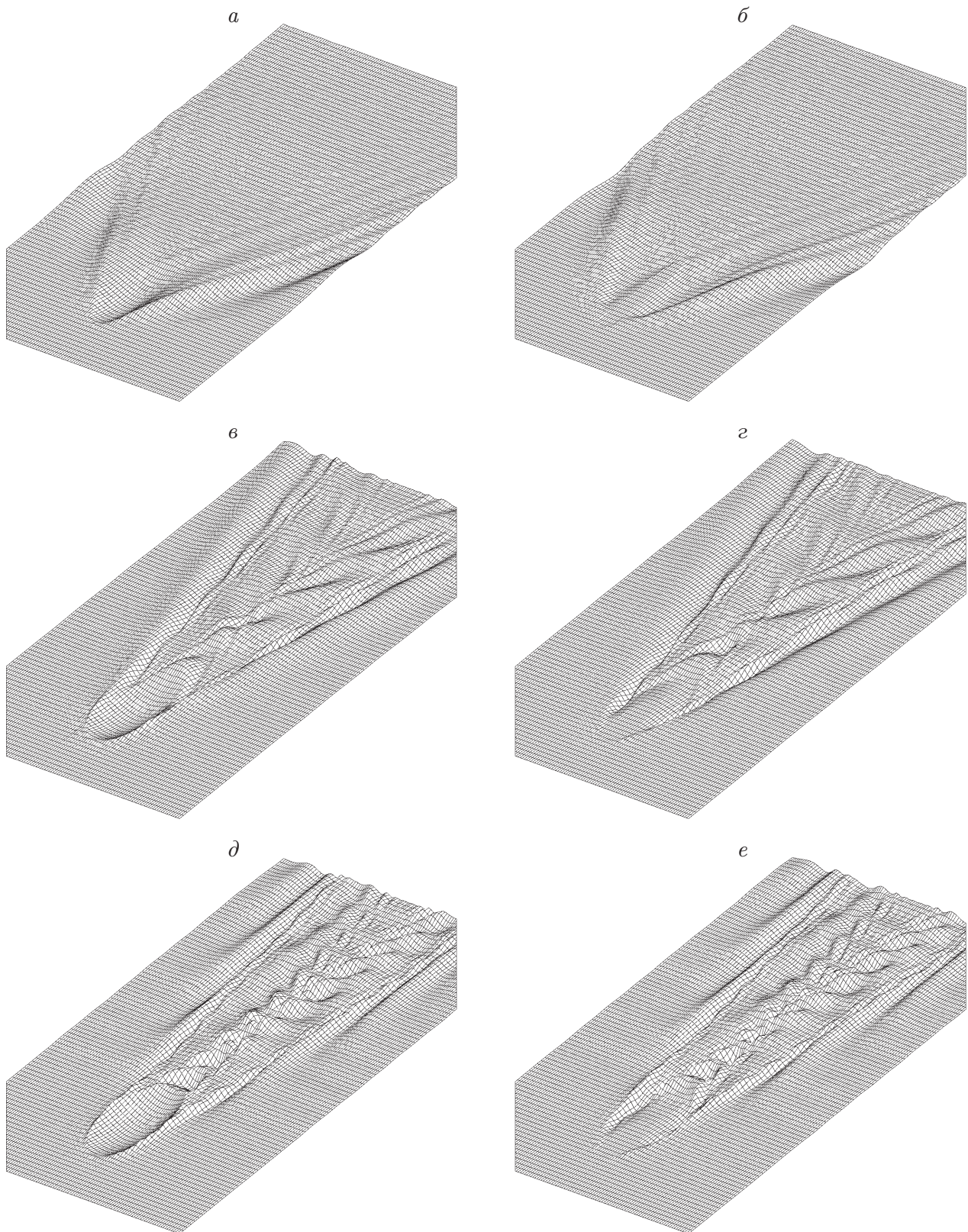


Рис. 1. Формы свободной поверхности жидкости для моментов времени $t = T$ (*a, в, д*) и $t = T/2$ (*б, г, e*) в случае симметричных колебаний оболочки:
a, б — $Fr = 0,3, k = 6,7$; *в, г* — $Fr = 0,8, k = 2$; *д, e* — $Fr = 0,8, k = 5$

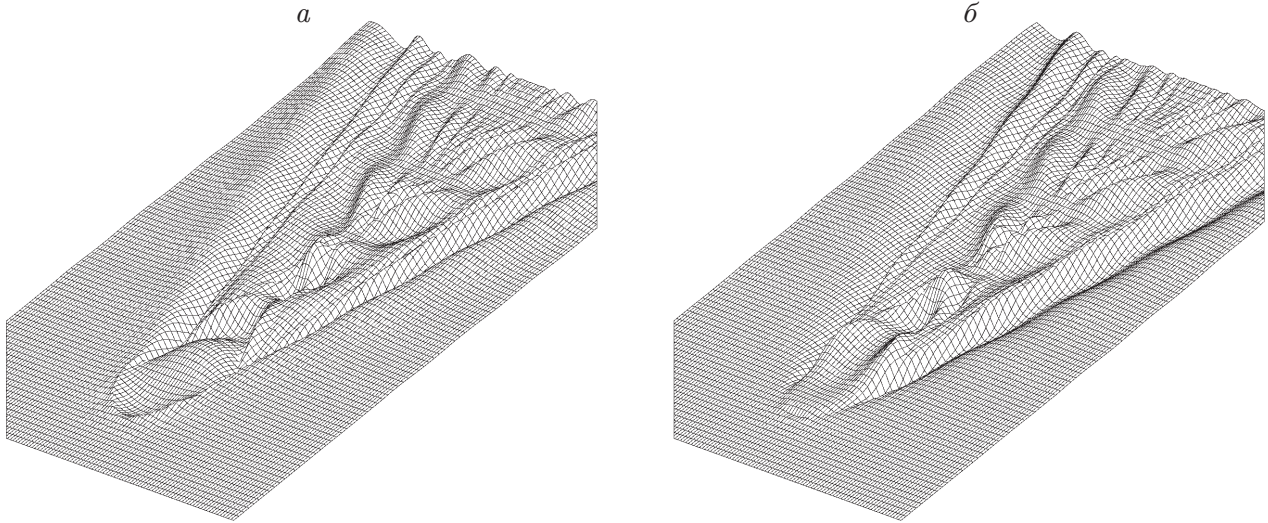


Рис. 2. Формы свободной поверхности жидкости ($Fr = 0,8, k = 2$) для моментов времени $t = T$ (а) и $t = T/2$ (б) в случае асимметричных колебаний оболочки

В результате интегрирования выражения (4) с учетом (17), (18) задача сводится к системе двух однородных уравнений

$$0 = \varepsilon_0 \left[\pi \left(R + \frac{R}{\lambda^2} + \frac{1}{4} \right) - Fr^2 \left(k^2 \frac{26}{135} + \frac{2}{3} \right) + \frac{Fr^2}{3} (c_0 + (k^2 - c_h)h_0) \right] + \\ + \varepsilon_1 \left(\frac{Fr^2}{3} (c_1 + (k^2 - c_h)h_1) - Fr^2 \frac{2i}{27} k \right), \\ 0 = \varepsilon_0 \left(Fr^2 ik \frac{4}{15} + \frac{Fr^2}{4} (c_0 - c_h h_0) \right) + \varepsilon_1 \left[\frac{\pi}{4} \left(3R + \frac{R}{\lambda^2} + \frac{1}{6} \right) - Fr^2 \left(k^2 \frac{3}{175} + \frac{4}{15} \right) + \frac{Fr^2}{4} (c_1 - c_h h_1) \right].$$

Резонансному режиму движения соответствуют значения параметров Fr и k , при которых определитель этой системы уравнений минимален.

На рис. 3 показана зависимость величины определителя системы уравнений (амплитуды колебаний) от числа Фруда и частоты колебаний при безразмерном значении жест-

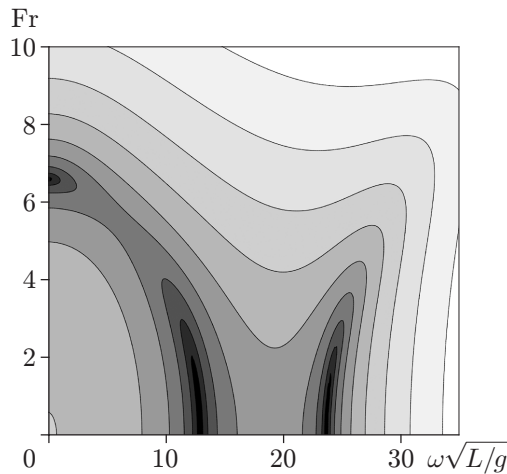


Рис. 3. Зависимость амплитуды колебаний от частоты колебаний и числа Фруда: темные участки — области, в которых значения определителя минимальны

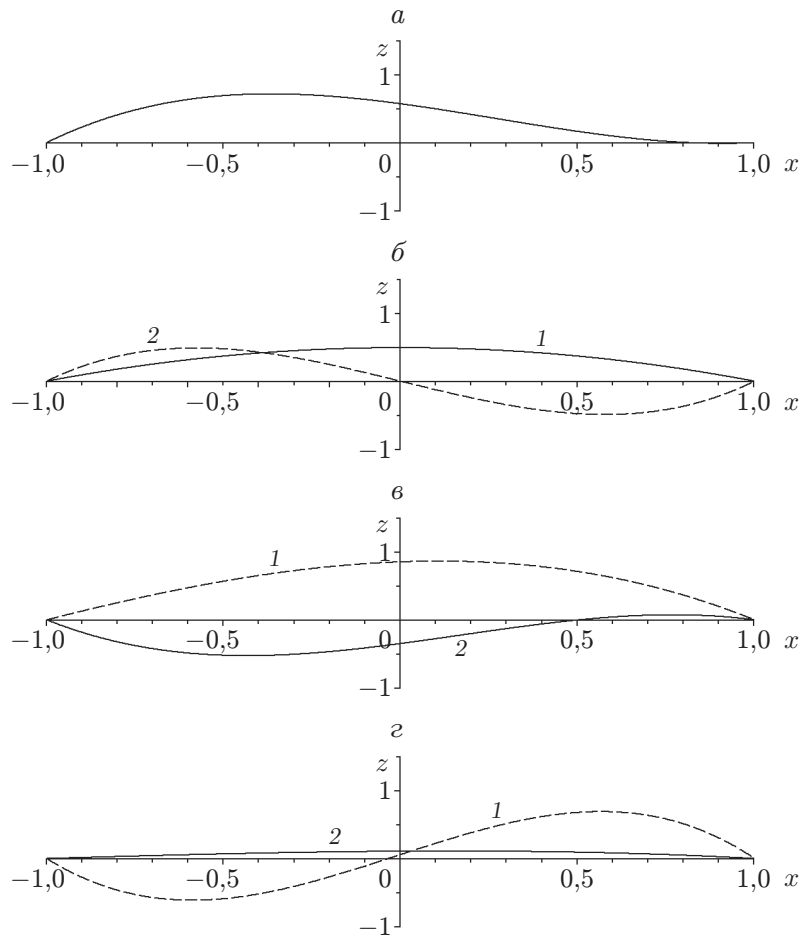


Рис. 4. Формы колебаний оболочки в диаметральной плоскости при различных режимах движения:

a — $Fr = 6,6$, $Fr k = 0$; $б$ — $Fr = 0$ (1 — $Fr k = 12,9$; 2 — $Fr k = 23,6$); $в$ — $Fr = 1,6$ (1 — $Fr k = 12,6$, $t = T$; 2 — $Fr k = 12,6$, $t = T/2$); $г$ — $Fr = 3,1$ (1 — $Fr k = 24,8$, $t = T$; 2 — $Fr k = 24,8$, $t = T/2$)

кости R , равном единице. Темные участки соответствуют минимальным значениям определителя, т. е. резонансным режимам движения. На рис. 3 можно выделить две области, в которых число Фруда и частота колебаний принимают критические значения, вследствие чего система входит в резонанс. Кроме того, при частоте колебаний, равной нулю, на рис. 3 имеется пик, соответствующий резкому увеличению прогиба при стационарном режиме движения. Форма такого прогиба показана на рис. 4, a . На рис. 4, $в, г$ представлены резонансные формы колебаний корпуса, изготовленного из эластичного материала для режимов движения, соответствующих экстремальным областям на рис. 3. Для показанных на рис. 4 форм колебаний характерна “бегучесть” (поверхность оболочки никогда не совпадает с положением равновесия). Две резонансные области, показанные на рис. 3, заканчиваются на оси абсцисс при $Fr = 0$. При этом “бегучесть” исчезает, а резонансные формы колебаний оболочки разделяются на симметричную и асимметричную (см. рис. 4, $б$).

Заключение. В рамках линейной теории в задаче о нестационарном движении оболочки в потоке тяжелой несжимаемой жидкости получены формулы для определения формы волн на свободной поверхности и собственных частот колебаний оболочки. На примере

эластичной оболочки с относительной шириной $\lambda = 1/3$ выявлены режимы движения, сопровождающиеся повышенными вибрациями корпуса. Показана зависимость амплитуды колебаний от чисел Фруда и Струхала. Выполнены расчеты волн, возникающих на поверхности жидкости, при различных значениях числа Струхала. Результаты расчетов могут быть использованы при проектировании скоростных судов нового типа (например, "Ракета-2") с корпусами, изготовленными из эластичных материалов, с целью оптимизации их гидродинамических характеристик.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Соколов В. В.** Новое поколение крылатых судов // Судостроение. 1991. № 1. С. 3–7.
2. **Панченков А. Н.** Гидродинамика подводного крыла. Киев: Наук. думка, 1965.
3. **Панченков А. Н.** Теория потенциала ускорений. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1975.
4. **Мнев Е. Н.** Гидроупругость оболочек / Е. Н. Мнев, А. К. Перцев. Л.: Судостроение, 1970.
5. **Орлов Ю. Ф.** Потенциал ускорений в гидродинамике корабельных волн. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1979.
6. **Сретенский Л. Н.** Теория волновых движений жидкости. М.: Наука, 1977.

*Поступила в редакцию 10/IV 2008 г.,
в окончательном варианте — 16/VII 2008 г.*
