

## СТОЯЧИЕ ВОЛНЫ ГАЗОВЫХ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ В ПОРИСТЫХ ИНЕРТНЫХ СРЕДАХ

Рассматриваются стоячие волны газовых химических экзотермических реакций в инертных пористых средах в двух- и одностепенном приближении. Для аналитического решения развивается метод «полубесконечной» зоны реакции. Показано, что волновые решения, полученные с помощью этого метода, отличаются большим многообразием. Лишь малую часть этого многообразия составляют традиционные решения с интенсивным теплообменом в конце волны.

1. В [1, 2] рассматривались процессы распространения волн горения газа в химически инертных пористых средах, принималось широко используемое упрощающее предположение о бесконечно малой протяженности зоны реакции в волне. Однако, как показано в [3] при исследовании распространения волн химических реакций в дисперсных средах, учет протяженности зоны реакции в волне приводит к принципиально новым качественным и количественным результатам. Учет протяженности зоны химической реакции в волне не противоречит ни математическим, ни физическим условиям постановки задачи и тем более обоснован для волн химических реакций в средах с химически инертными составляющими, которые приводят к уменьшению скорости волны и ее расширению.

Представляет интерес метод аналитического решения системы волновых уравнений, разработанный в [3, 4] и учитывающий протяженность зоны химической реакции, применить к анализу процессов распространения волн газовых химических реакций в пористых инертных средах. Этому посвящена данная работа. В ней классифицированы различные решения уравнений, описывающих стоячие волны экзотермических газовых реакций в пористых инертных средах. Показано, что области существования стоячих волн с выверенным процессом теплоотдачи между газом и инертной засыпкой в конце волны незначительна. Волны рассматриваются как в двухтемпературном, так и в одностепенном приближении. Показано, что скорость газа в стоячей волне, рассчитанная по одностепенной модели, во много раз меньше.

2. Рассматривается одномерное установившееся движение газа через химически инертную пористую среду. Считается, что градиенты давления в газе за счет потерь на трение пренебрежимо малы, а химическая реакция в газе достаточно активна, и образуется стационарная самоподдерживающаяся стоячая волна. Тепло вдоль волны передается благодаря теплообмену инертной пористой среды с газом и теплопроводности пористой среды (см. [1, 2]).

Уравнения сохранения энергии и массы запишем в координатах, связанных с волной:

$$m\rho_1 c_{p1} u \frac{dT_1}{dx} = m\rho_1 Q w(c, T_1) - (1 - m)\alpha s(T_1 - T_2)/v, \quad (1)$$

$$\lambda_2 \frac{d^2 T_2}{dx^2} + \alpha s(T_1 - T_2)/v = 0, \quad (2)$$

$$u \frac{dc}{dx} = -w(c, T_1), \quad (3)$$

где  $T_1$  — температура газа;  $T_2$  — температура пористой среды;  $m$  — пористость;  $c$  — массовая доля реагента в газе;  $\rho_1$  и  $c_{p1}$  — плотность и удельная теплоемкость газа;  $\lambda_2$  — теплопроводность пористой среды;  $Q$  — удельный тепловой эффект химической реакции;  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи между пористой средой и газом;  $s$  и  $v$  — поверхность и объем пористой среды на единицу длины вдоль волны;  $u$  — скорость газа;  $x$  — координата вдоль волны.

В (1) отсутствует член, соответствующий передаче тепла теплопроводностью по газу из-за его малости, в (2) — член конвективного теплообмена из-за неподвижности пористой среды, т.е. в стационарных условиях в пористой среде тепловой поток, переданный в пористую среду от газа, точно равен в данной точке тепловому потоку, отводимому теплопроводностью вдоль пористой среды.

Уравнение (2) с учетом (1), (3) интегрируется при условии

$$T_1 = T_2 = T_+, \quad c = 0, \quad \frac{dT}{dx} = 0, \quad x = +\infty \quad \text{и} \quad \rho_1 u = q = \text{const:}$$

$$\frac{m}{1-m} c_{p1} q (T_+ - T_1) = \frac{m}{1-m} q Q c - \lambda_2 dT_2 / dx. \quad (4)$$

Из (4) при  $T_1 = T_2 = T_0$ ,  $c = c_0$ ,  $\frac{dT_2}{dx} = 0$ ,  $x = -\infty$  найдем связь начальных и конечных параметров системы

$$T_+ - T_0 = \frac{Q}{c_{p1}} c_0. \quad (5)$$

Интегральное уравнение сохранения энергии (5), связывающее начальное и конечное состояния в волне, типично для любых волновых процессов. Использование выражений типа (5) для связи произвольных состояний в волне без специальных доказательств их инвариантности вдоль волны нельзя признать правильным. В [1, 2] соотношение типа (5) применяется подобным образом для волновых процессов без диффузии, где это соотношение не является инвариантом (см., например, [5]) вдоль волны. В [2], в частности, предлагается уравнение для расчета температуры газа в начале зоны реакции  $T_{120} = 0,5(EQc_0 / (R_0 c_{p1}))^{1/2} - Qc_0 / c_{p1}$  (обозначения см. ниже). Очевидно, что это уравнение никак не связано с начальной температурой системы, и может оказаться (это подтверждается расчетом), что при заданных  $E$ ,  $Q$ ,  $c_{p1}$ ,  $c_0$  температура в начале зоны реакции меньше начальной температуры системы.

Введем безразмерные переменные и параметры системы:

$$\Theta = \frac{Tc_{p1}}{Q}, \quad \chi = \frac{xas}{qvc_{p1}} \frac{1-m}{m}, \quad \bar{U} = \frac{qc_{p1}m}{1-m} \left( \frac{v}{\alpha s \lambda_2} \right)^{1/2},$$

$$k = \frac{\Theta_+ \rho_{1+} k_0 v c_{p1} m}{\alpha s (1-m)}, \quad \gamma_0 = \frac{Ec_{p1}}{R_0 T}.$$

Тогда уравнения (1), (3), (4) с учетом выражения для скорости реакции

$$w = -k_0 c \exp(-E/R_0 T)$$

( $k_0$  — предэкспонент,  $E$  — энергия активации,  $R_0$  — универсальная газовая постоянная) примут вид

$$\frac{d\Theta_2}{d\chi} = U^2 (\Theta_1 - \Theta_+ + c), \quad (6)$$

$$\frac{d\Theta_1}{d\chi} = (kc/\Theta_1) \exp(-\gamma_0/\Theta_1) - (\Theta_1 - \Theta_2), \quad (7)$$

$$\frac{dc}{d\chi} = -(kc/\Theta_1) \exp(-\gamma_0/\Theta_1). \quad (8)$$

При выводе уравнений (6), (7) газ считали идеальным и использовали равенство

$$\rho_1 = \rho_{1+} T_+ / T_1.$$

3. Система (6)–(8) автономна, ее решения могут быть представлены траекториями в трехмерном фазовом пространстве  $(\Theta_1, \Theta_2, c)$ . В соответствии с известным принципом обрезания кинетической функции [6] скорость

реакции полагаем равной нулю в окрестности начальной температуры  $\Theta_0$ . При принятых условиях система (6)–(8) в физической части фазового пространства  $\Theta_2 > \Theta_0$ ,  $\Theta_1 \geq \Theta_0$ ,  $c \leq c_0$  имеет начальную ( $c = c_0$ ,  $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_0$ ) и конечную ( $c = 0$ ,  $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_+$ ) особые точки. Собственные числа начальной особой точки

$$\lambda_{01,2} = -\frac{1}{2} \pm \left( -\frac{1}{4} + U^2 \right)^{1/2}, \quad (9)$$

т.е. она имеет тип седла и расположена на плоскости  $c = c_0$ .

Линеаризуя систему (6)–(8) в окрестности конечной особой точки, находим собственные числа

$$\lambda_{+1} = \lambda_{01} > 0, \quad \lambda_{+2} = \lambda_{02} < 0, \quad \lambda_{+3} = -\exp(-\gamma_0/\Theta_+) \cdot k/\Theta_+ < 0,$$

т.е. конечная особая точка имеет тип устойчивого седла [7].

Возможность перехода из начальной особой точки в конечную определяется собственными направлениями в этих точках и расположением в фазовом пространстве трех поверхностей

$$c = \Theta_+ - \Theta_1, \quad c = \Theta_1 \exp(\gamma_0/\Theta_1)(\Theta_1 - \Theta_2)/k, \quad c = 0, \quad (10)$$

в точках которых соответственно  $\frac{d\Theta_2}{d\chi} = 0$ ,  $\frac{d\Theta_1}{d\chi} = 0$ ,  $\frac{dc}{d\chi} = 0$ . Собственные направления в особых точках находятся вычислением в них производных  $\frac{d\Theta_2}{d\Theta_1}$ ,  $\frac{dc}{d\Theta_1}$ . Из (6)–(8), раскрывая неопределенности производных в конечной особой точке, находим, что эта точка имеет три собственных направления

$$\begin{aligned} \left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{+1} &= \frac{1}{2} + \left( \frac{1}{4} + U^2 \right)^{1/2}, \quad \left( \frac{dc}{d\Theta_1} \right)_{+1} = 0, \\ \left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{+2} &= \frac{1}{2} - \left( \frac{1}{4} + U^2 \right)^{1/2}, \quad \left( \frac{dc}{d\Theta_1} \right)_{+2} = 0, \\ \left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{+3} &= \left( 1 - \frac{\beta^2}{U^2 \Theta_+^2} e^{-2\gamma_0/\Theta_+} \right)^{-1}, \\ \left( \frac{dc}{d\Theta_1} \right)_{+3} &= \left[ -1 + \frac{k}{U^2 \Theta_+} e^{-\gamma_0/\Theta_+} \left( \frac{k}{\Theta_+} e^{-\gamma_0/\Theta_+} - 1 \right) \right] \left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{+3}, \end{aligned} \quad (11)$$

первые два из которых расположены в плоскости  $c = 0$ .

Проведя подобный анализ для начальной особой точки, можно показать, что она имеет два собственных направления, расположенных в плоскости  $c = 0$ , причем

$$\left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{01,2} = \left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{+1,2}$$

(номера собственных направлений соответствуют номерам собственных чисел).

Согласно (11), угол наклона проекции собственного направления 3 на плоскости  $c = 0$  может иметь различный знак в зависимости от значений параметров

$$\left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{+3} > 0, \quad ke^{-\gamma_0/\Theta_+} < U\Theta_+, \quad (12)$$

$$\left( \frac{d\Theta_2}{d\Theta_1} \right)_{+3} < 0, \quad ke^{-\gamma_0/\Theta_+} > U\Theta_+, \quad (13)$$

т.е. волновое решение 3 в принципе может войти в конечную особую точку двояким образом. Чтобы это представить, рассмотрим расположение в фазовом пространстве поверхностей (10).

Поверхность  $\frac{d\Theta_2}{dx} = 0$  — это плоскость, проходящая через прямые  $c = 0$ ,

$\Theta_1 = \Theta_+$  и  $c = c_0$ ,  $\Theta_1 = \Theta_0$ . Поверхность  $\frac{d\Theta_1}{dx} = 0$  пересекает три координатные плоскости и проходит через прямую  $c = 0$ ,  $\Theta_1 = \Theta_2$  (рис. 1). Стрелки у поверхностей на рис. 1 указывают области увеличения соответствующих переменных. Волновое решение выходит из точки  $c = c_0$ ,  $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_0$  по

собственному направлению 1, расположено над поверхностью  $\frac{d\Theta_1}{dx} = 0$  и входит в точку  $c = 0$ ,  $\Theta_1 = \Theta_2 = \Theta_+$  либо оставаясь все время между

поверхностями  $\frac{d\Theta_i}{dx} = \frac{d\Theta_2}{dx} = 0$  (решение  $S_1$ ), либо предварительно пересекая

поверхность  $\frac{d\Theta_i}{dx} = 0$  (решение  $S_2$ ). В обоих случаях решения пересекают плоскость  $\Theta_1 = \Theta_2$  и при приближении к конечной особой точке  $\Theta_1 > \Theta_2$ .

В первом случае при приближении к конечной особой точке температуры газа и пористой среды растут, т.е. преобладающую роль в процессе в данном случае играет выделение тепла за счет химической реакции, скорость передачи тепла от газа к пористой среде меньше скорости выделения тепла. Значения параметров удовлетворяют неравенству (12), которое с учетом обозначений  $k$ ,  $U$ ,  $\Theta$  подтверждает количественно приведенное физическое объяснение решения  $S_1$ .

Во втором случае в окрестности  $\Theta_1 > \Theta_2$  температура газа падает, а температура пористой среды растет (значения параметров удовлетворяют неравенству (13)). Это соответствует преобладанию процесса теплообмена между газом и пористой средой в конце волны над тепловыделением в газе за счет химической реакции.

Графики изменения параметров, отвечающих решениям  $S_1$ ,  $S_2$ , представлены соответственно на рис. 2, а, б сплошными линиями.

4. С целью получения аналитических выражений для расчета скорости и структуры волны выделим в волне три зоны: в зоне 1 отсутствует химическая реакция, происходят теплообмен между фазами и передача тепла теплопроводностью по пористой среде; в зоне 2 скорость химической реакции в газе значительно превышает все процессы переноса, в ней резко увеличивается температура газа и уменьшается концентрация реагента; толщину этой зоны условно считаем равной нулю; в зоне 3 считаем справедливым решение системы, линеаризованной в окрестности конечной особой точки. В этой зоне одновременно происходят и химическая реакция, и теплообмен между фазами, и передача тепла теплопроводностью (см. штриховые линии на рис. 2).

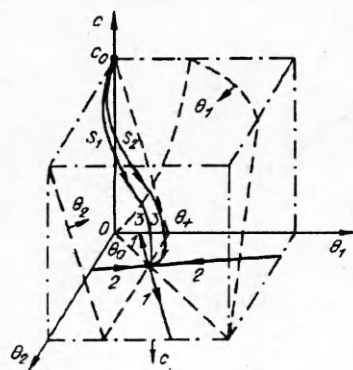


Рис. 1.

Следует отметить, что разбиение волны на зоны в данной модели основано на качественном исследовании дифференциальных уравнений и не выделяет какое-либо из двух решений  $S_1$ ,  $S_2$ , а модель волны [1, 2] содержит условие полного завершения химической реакции в

скачке температуры (зона 2) и тем самым заранее отбрасывает решения типа  $S_1$ .

Интегрируя уравнения (6) — (8) по зонам, линеаризуя решение в зоне 3 и используя условия стыковки решений на границах зон, имеем

$$\Theta_{11} = (c_0 + \Theta_{120} - \Theta_+) \exp(\lambda_{01}\chi) + \Theta_+ - c_0, \quad (14)$$

$$\Theta_{21} = (c_0 + \Theta_{120} - \Theta_+) (\lambda_{01} + 1) \exp(\lambda_{01}\chi) + \Theta_+ - c_0, \quad (15)$$

$$\Theta_{13} = \Theta_+ + (\Theta_{12\kappa} - \Theta_+) \exp(-\lambda\chi), \quad (16)$$

$$c_3 = (\Theta_{12\kappa} - \Theta_+) (\lambda^2 U^{-2} - 1)^{-1} [(1 - \lambda)\lambda U^2 + 1] \exp(-\lambda\chi), \quad (17)$$

$$\Theta_{23} = \Theta_+ - (\Theta_{12\kappa} - \Theta_+) (\lambda^2 U^{-2} - 1)^{-1} \exp(-\lambda\chi), \quad (18)$$

где второй индекс у температуры соответствует номеру зоны;

$$\begin{aligned} \lambda &= |\lambda_{+3}| = k\Theta_+^{-1} \exp(-\gamma_0/\Theta_+), \\ U^2 &= a^2/2 + 3a/2 + a\lambda - \lambda + \lambda^2 \pm \\ &\pm a/2 (a^2 + 6a + 4a\lambda - 4\lambda + 4\lambda^2 + 1)^{1/2}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} a &= \lambda\Theta_{12\kappa} k^{-1} \exp(\gamma_0/\Theta_{12\kappa}), \\ \Theta_{120} &= \Theta_+ - (\Theta_+ - \Theta_{12\kappa}) (U^2 + \lambda) (U^2 - \lambda^2)^{-1} \end{aligned} \quad (20)$$

— температура газа в начале второй зоны.

Относительно температуры газа в конце второй зоны  $\Theta_{12\kappa}$  имеем

$$k(U^2 + 2\lambda) (\lambda\lambda_{01})^{-1} = \Theta_{120} \exp(\gamma_0/\Theta_{120}). \quad (21)$$

Выражение (21) при заданных  $\Theta_+$ ,  $\gamma_0$ ,  $k$  решается численно. При его выводе полагалось, что тепловой поток, выделяющийся в химической реакции в начале зоны 2, равен тепловому потоку, подводимому к газу от пористой среды:

$$\exp(-\gamma_0/\Theta_{120}) k c_0 / \Theta_{120} = \Theta_{22} - \Theta_{120},$$

а тепловой поток, выделяющийся в химической реакции в конце зоны 2, равен тепловому потоку, отводимому от газа в пористую среду:

$$\exp(-\gamma_0/\Theta_{12\kappa}) k c_{\kappa} / \Theta_{12\kappa} = \Theta_{12\kappa} - \Theta_{22}, \quad c_{\kappa} = c_3(\chi = 0).$$

Профили температур фаз до фронта рассчитываются по (14), (15), а профили температур фаз и массовой доли реагента — по (16) — (18).

5. Сделаем несколько замечаний относительно уравнения (21). В силу того что  $U^2$ , согласно (19), имеет два значения, правая и левая части (21) имеют две ветви, и корни находятся пересечением соответствующих ветвей. Обе части (21) неограниченно возрастают при уменьшении  $\Theta_{120}$  и  $U^2$  в окрестности их нулевых значений.

Из (20) следует, что для волновых решений типа  $S_1$  ( $\Theta_{12\kappa} < \Theta_+$ )  $U > \lambda$ , а решений  $S_2$  ( $\Theta_{12\kappa} > \Theta_+$ )  $U < \lambda$ . Можно показать, что строгое равенство  $\Theta_{12\kappa} = \Theta_+$  (следовательно, согласно (20) и  $\Theta_{120} = \Theta_+$ ) не удовлетворяет уравнению (21) ни при каких значениях параметров.

Расчеты проводились при следующих значениях кинетических и теплофизических параметров:  $Q = 4,2 \cdot 10^7$  Дж/кг,  $E = 1,26 \cdot 10^5$  Дж/моль,  $k_0 = 2,26 \cdot 10^{11}$  1/с,  $c_{p1} = 217,16 \cdot 10^3$  Дж/(кг · К),  $\lambda_2 = 4$  Вт/(м · К),  $p = 10^6$  Н/м<sup>2</sup>,  $\mu = 46$  кг/кмоль — средняя молекулярная масса газа.

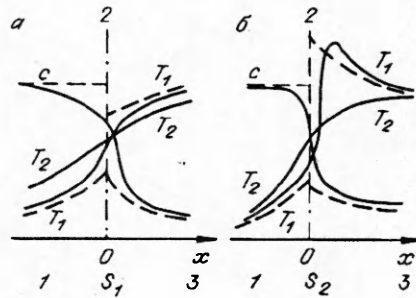


Рис. 2.

В качестве пористой среды выбиралась тетраэдральная упаковка шаров с радиусом  $R = 5,5 \cdot 10^3$  м. Объемное содержание газа, т.е. пористость (см., например, [8])  $m = 1 - \pi/3\sqrt{2} = 0,2595$ . Коэффициент теплоотдачи определяется из условия  $Nu = 2$ , т.е.  $\alpha s/\nu = 3\lambda_1/R_2$  (см. [3]), где  $\lambda_1 = 0,0478$  Вт/(м · К) — теплопроводность газа,  $\alpha$  — коэффициент теплоотдачи.

На рис. 3 представлены результаты расчета  $T_{12k}$  по уравнению (21) в зависимости от значений  $T_+$ . Корни уравнения (21) образуют кривую, состоящую из трех несвязных частей  $I', I'', I'''$ . Части  $I', I'''$  отвечают знаку минус в (19),  $I''$  — знаку плюс. Части  $I', I''$  имеют общую асимптоту. Кроме того,  $I''$  имеет точку поворота при  $T_+ = T_{+\omega} = 516$  К с бесконечным значением производной  $dT_{12k}/dT_+$ . Таким образом, при  $T_+ > T_{+\omega}$  система имеет три волновых решения для каждого  $T_+$ : два решения типа  $S_2$  ( $I''$ ) и одно решение типа  $S_2$  ( $I'$ ). В области больших  $T_+$  решения  $I', I''$  ограничены достижением начальной массовой доли реагента  $c_0 = 1$ , так как вдоль этих кривых  $c_0$  увеличивается с ростом  $T_+$ . Решение  $I'''$  существует в узком диапазоне температур  $T_{+1} < T_+ < T_{+2}$ , где  $T_{+1} = 466$  К,  $T_{+2} = 483$  К. Таким образом, в областях  $T_{+2} < T_+ < T_{+\omega}$  и  $T_+ < T_{+1}$  существует одно волновое решение  $I'$ . Причем при  $T_+ > 488$  К решение имеет тип  $S_2$ , а при  $T_+ < 488$  К — тип  $S_1$ . В области  $T_{+1} < T_+ < T_{+2}$  система имеет два волновых решения  $I'$  и  $I'''$ ; первое — типа  $S_1$ , второе —  $S_2$ . Решение  $I'''$  характеризуется тем, что с ростом  $T_+$  величина  $c_0$  сначала уменьшается, а затем растет.

На рис. 3 представлены также графики ( $2', 2'', 2'''$ ) изменения скорости  $u_+$  соответственно вдоль решений  $I', I'', I'''$ . Общее свойство решений  $I', I''$  состоит в увеличении скорости движения газа в стоячей волне с ростом температуры за волной  $T_+$ . При этом следует отметить резкое увеличение скорости с повышением  $T_+$  в решении  $I'$  при  $T_+ > T_{+2}$ . Решение  $I''$  практически во всем диапазоне существования имеет значительную производную  $du_+/dT_+$ . Вдоль решения  $I'''$  с ростом  $T_+$  скорость газа сначала растет, а затем падает.

Для раскрытия содержания полученных решений на рис. 3 приведены также графики изменения температур  $T_{120}$  ( $3', 3'', 3'''$ ),  $T_0$  ( $4', 4'', 4'''$ ) и массовых долей  $c_0$  ( $5', 5'', 5'''$ ),  $c_k$  ( $6', 6'', 6'''$ ) от  $T_+$ . Из этих графиков следует, что решение  $I'$  при  $T_+ > 488$  К отвечает режиму горения, т.е.

большому скачку температуры газа в зоне 2 с практически полным выгоранием реагента в этой зоне. Существенно, однако, что в зоне 3 за скачком температура газа изменяется незначительно, а  $T_{120}$  и  $T_0$  почти не зависят от  $T_+$  при больших  $T_+$ . Такой же вид имеет ветвь решения  $I''$ , прилегающая к  $I'$ , за исключением того, что решение  $I''$  отвечает монотонно возрастающей температуре составляющих после скачка, а  $I'$  — монотонно убывающей температуре газа после скачка. Вторая ветвь  $I''$  при высоких температурах  $T_+$  отвечает режиму самовоспламенения, так как в этих решениях  $T_{12k}, T_{120}$  приближаются к  $T_0$ , т.е. всю протяженность волны занимает зона реакции. Характерно, что скорость движения газа в стоячей волне самовоспламенения существен-

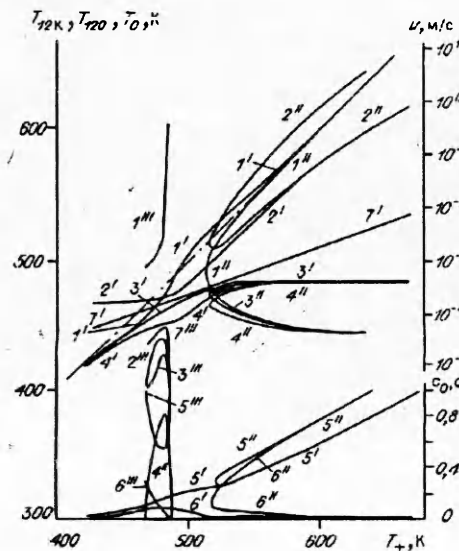


Рис. 3.

но выше скорости движения газа в волне горения.

При малых  $T_+$  решение  $I'$  (см. рис. 3) также описывает волну самовоспламенения типа  $S_1$ ,  $I''''$  соответствует волне горения с низкой начальной температурой среды и большим превышением температуры газа над температурой инертной засыпки после скачка температуры газа в зоне 2. По существу, только для решения  $I''''$  можно говорить о существовании волн с выраженным процессом теплоотдачи между газом и засыпкой в конце волны. Однако, как следует из рис. 3, область существования решения  $I''''$  незначительна и ограничена слева и справа (по температуре  $T_+$ ) достижением массовой доли  $c_0 = 1$ .

В окрестности  $\bar{T}_+ = T_{+2}$  и  $T_+ = T_{+\omega}$ , а также в области  $T_{+2} < T_+ < T_{+\omega}$  решения  $I'$ ,  $I''$  описывают волны режимов, переходных между горением и самовоспламенением.

Для иллюстрации результатов анализа рис. 3 на рис. 4 и 5 приведены графики структуры волн, отвечающих наиболее характерным областям параметров рис. 3. На рис. 4 представлены изменения температур фаз решения  $I'$  для трех температур в конце волны. Волна при  $T_+ = 600$  К имеет характер ярко выраженного режима горения. Температура газа в зонах 1 и 3 практически постоянна и меняется в зоне 2 скачком до максимальной температуры. Всю протяженность волны определяет зона 1, где инертная засыпка существенно меняет свою температуру за счет отвода тепла газу. В волнах при  $T_+ = 473$  и  $498$  К протяженности зон 1 и 3 сравнимы (промежуточные режимы): первая — типа  $S_1$ , вторая — типа  $S_2$ .

На рис. 5 представлены графики изменения температур фаз в волнах. Волна при  $\bar{T}_+ = 423$  К (решение  $I'$ ) — очень растянутая волна самовоспламенения с небольшим перепадом температур. Температуры фаз в этой волне практически равны. Волна при  $T_+ = 473$  К (решение  $I''''$ ) относится к режиму горения, имеет очень растянутую зону подогрева и большой пик температуры в зоне 2 (тип  $S_2$ ). Волна при  $T_+ = 600$  К (решение  $I''$ ) — это волна самовоспламенения. Практически всю протяженность волны занимает зона реакции, температуры фаз близки.

6. В предыдущем разделе показано, что в двухтемпературном приближении возникают волновые режимы с близкими температурами фаз на всей протяженности волны. Поэтому представляет интерес вопрос о возможности использования однотемпературного приближения для расчета скорости газа в стоячей волне газовой химической реакции в инертной пористой среде.

Рассмотрим случай бесконечно быстрого теплообмена между газом и пористой средой, отвечающий стремлению коэффициента теплоотдачи  $\alpha$  к бесконечности и равенству температур фаз ( $T_1 = T_2 = T$ ). В этом случае уравнения (1)–(3) преобразуются к виду

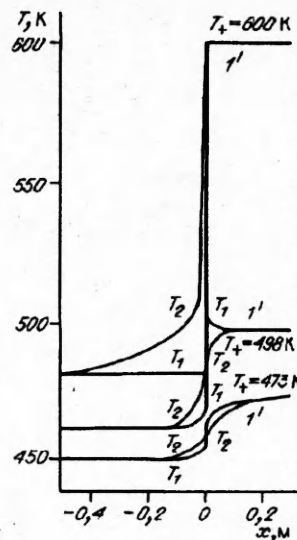


Рис. 4.

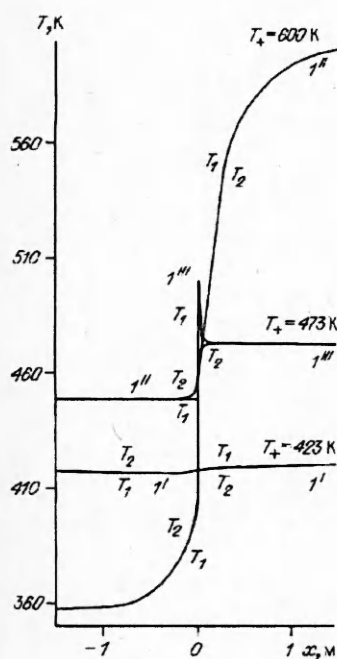


Рис. 5.

$$\begin{aligned}\frac{dT}{dx} &= \xi(T - T_+) + \xi Qc/c_p, \quad \xi = \rho_1 c_{p1} u m \lambda_2^{-1} (1 - m)^{-1}, \\ \frac{dc}{dx} &= -k_0 c u^{-1} \exp(-E/R_0 T).\end{aligned}\quad (22)$$

Выражение (5) сохраняет свой вид. Обезразмерим температуру и скорость так, как это обычно делается в теории горения, сохранив за новыми безразмерными величинами обозначения:

$$\Theta = \frac{T - T_+}{T_+ - T_0}, \quad U^2 = \frac{u^2 \rho_1^2 c_{p1} m \beta}{\gamma \lambda_2 k_0 \rho_+ T_+} \cdot \frac{T_+ - T_0}{1 - m} e^\beta, \quad \gamma = \frac{R_0 T_+^2}{E(T_+ - T_0)}.$$

В этих переменных система (22) имеет вид

$$\frac{d\Theta}{d\chi} = \Theta + a, \quad (23)$$

$$\frac{da}{d\chi} = -a\Phi(\Theta) / (\gamma U^2), \quad (24)$$

где  $a = c/c_0$ ;  $\chi = x \rho_1 c_{p1} u m \lambda_2^{-1} / (1 - m)$ ;  $\Phi(\Theta) = (\gamma + \beta^{-1}\Theta)^{-1} \exp \frac{\Theta}{\gamma + \beta^{-1}\Theta}$ ;  $-1 \leq \Theta \leq 0$ ;  $\Theta(-\infty) = -1$ ;  $\Theta(+\infty) = 0$ ;  $0 \leq a \leq 1$ ;  $a(-\infty) = 1$ ;  $a(+\infty) = 0$ . Принимаем

$$\Phi(\Theta) = \begin{cases} 0, & 1 \leq \Theta < -1 + h, \\ > 0, & -1 + h \leq \Theta \leq 0, \end{cases}$$

где  $h = \frac{T_\Phi - T_0}{T_+ - T_0}$  — величина обрезки источника,  $T_\Phi$  — температура среды при  $\chi = 0$  (температура фронта волны).

Решение системы (23), (24) для произвольной функции  $\Phi(\Theta)$  в приближении полубесконечной зоны реакции получено в [4], и относительно величины обрезки  $h$  и скорости  $U$  оно имеет вид

$$1 - h = \int_0^\infty f(t, h) e^{-t} dt, \quad (25)$$

$$U^2 = \Phi(h - 1) / (h\gamma), \quad (26)$$

где  $f(\chi)$  — интеграл уравнения (24). Так как в данном случае

$$f(\chi) = \exp\left(-\frac{\bar{\Phi}}{\gamma U^2} \chi\right), \quad \bar{\Phi} = \frac{1}{1 - h} \int_{-1+h}^0 \Phi(\Theta) d\Theta,$$

то интеграл (25) имеет вид

$$1 - h = \left(1 + \frac{\bar{\Phi}}{\gamma U^2}\right)^{-1}. \quad (27)$$

При заданной функции  $\Phi(\Theta)$

$$\bar{\Phi} = \frac{\beta}{1 - h} e^\beta \left[ E_i\left(-\frac{\gamma \beta^2}{\gamma \beta - 1 + h}\right) - E_i(-\beta) \right]. \quad (28)$$

Соответственно уравнение для скорости (26) преобразуется

$$U^2 = \frac{(h\gamma)^{-1}}{\gamma + \beta^{-1}(h - 1)} \exp \frac{h - 1}{\gamma + \beta^{-1}(h - 1)}. \quad (29)$$

Подставляя (28), (29) в (27), относительно  $h$  получим

$$E_i\left(-\frac{\gamma \beta^2}{\gamma \beta - 1 + h}\right) - E_i(-\beta) = \frac{\exp\left(-\frac{\gamma \beta^2}{\gamma \beta + h - 1}\right)}{\gamma \beta + h - 1}. \quad (30)$$



Аргументы в интегральных логарифмах (30), как правило, для случая горения газов большие. Поэтому можно воспользоваться асимптотическим разложением интегральных логарифмов при больших значениях аргументов. Тогда уравнение (30) упростится:

$$\exp \frac{\beta(1-h)}{\gamma\beta+h-1} = \frac{1}{\gamma\beta} \cdot \frac{\gamma\beta^2 + (\gamma\beta - 1 + h)^2}{\gamma\beta + h - 1}. \quad (31)$$

Для расчета температуры фронта по (31) и скорости газа по (29) необходимо задать кроме кинетических параметров начальную и конечную температуры в волне  $T_0$  и  $T_+$ . Это принципиально отличает однотемпературную модель от двухтемпературной, где для расчета требуется задание лишь  $T_+$ . Таким образом, в двухтемпературной модели при заданной  $T_+$  существуют одно, два или три значения  $T_0$ , при которых волновое решение возможно. В однотемпературной же модели при заданной  $T_+$  волна существует для любого значения  $T_0$  (в рамках сохранения условий постановки задачи). Это есть следствие принятого допущения о равенстве температур фаз, в результате которого сократилось число уравнений при сохранении общего числа параметров в особых точках.

Расчет скорости движения газа в стоячей волне газовой реакции в пористой среде по уравнениям (29), (31) однотемпературной модели проводился для значений  $T_+, T_0$ , отвечающей решениям  $I', I'', I'''$  двухтемпературной модели (см. рис. 3). Рассчитанные значения скорости движения газа в стоячей волне по однотемпературной модели образуют на рис. 3 линии  $7'$  и  $7'''$ , отвечающие соответственно решениям  $I'$  и  $I'''$ . Значения скорости, отвечающие решению  $I''$  ( $7''$  на рис. 3 не изображены), практически сливаются с прямой  $7'$  в масштабе рис. 3, хотя и расположены несколько ниже прямой  $7'$ . Это указывает на слабое влияние  $T_0$  на скорость газа в однотемпературной модели. Последнее связано с повышением температуры фронта реакции в однотемпературной модели  $T_\phi$  по сравнению с температурой фронта в двухтемпературной модели  $T_{i20}$  за счет тормозящего действия инертной засыпки в однотемпературной модели.

Скорости газа в волне однотемпературной модели  $7', 7''$  во много раз меньше скоростей газа в волне двухтемпературной модели  $2', 2''$ . Причина этого также лежит в тормозящем действии инертной засыпки на кинетические процессы при условии равенства температурных фаз. Скорости газа в волне однотемпературной модели  $7'''$ , отвечающие решению  $I'''$ , лежат выше соответствующих значений скорости газа в волне двухтемпературной модели  $2'''$ . Это можно объяснить ослаблением влияния  $T_0$  на скорость газа в однотемпературной модели. Величины скорости газа в волне однотемпературной модели  $7'''$  уменьшились по сравнению со значениями скорости  $7'$  за счет резкого, характерного для решения  $I'''$ , уменьшения  $T_0$ , но при этом остались выше, чем в волне двухтемпературной модели.

В целом различие по значению скорости газа между одно- и двухтемпературными моделями очень значительно, несмотря на существование режимов в двухтемпературной модели с близкими температурами фаз. Поэтому при расчете скорости и структуры волны экзотермической газовой реакции в инертной пористой среде предпочтение надо отдать двухтемпературной модели, как более полной.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Лаевский Ю.М. О распространении фронта пламени в пористых инертных средах. — Новосибирск, 1981. — (Препр. ВЦ СО АН СССР).
2. Бабкин В.С., Дробышев В.И., Лаевский Ю.М., Потытняков С.И. Фильтрационное горение газов // ФГВ. — 1983. — 19, № 2. — С. 17—26.
3. Жижин Г.В. Автоволновые процессы распространения химических реакций в дисперсных средах // ПМТФ. — 1988. — № 6. — С. 35—43.
4. Жижин Г.В. Макрокинетика в реакторах фронтальной полимеризации. — СПб.: Политехника, 1992.
5. Вильямс Ф.А. Теория горения. — М.: Наука, 1971.

6. Зельдович Я.Б., Баренблатт Г.И., Либрович В.Б. и др. Математическая теория горения и взрыва. — М.: Наука, 1980.
7. Бракьер О. Анализ нелинейных систем. — М.: Мир, 1969.
8. Дересевич Г. Механика зернистой среды // Проблемы механики. — М.: ИЛ, 1961. — Вып. III.

193167 г. С.-Петербург,  
ЛЕНИИХИММАШ

Поступила в редакцию 27/VII 1992,  
после доработки — 10/X 1993

УДК 536.46

А.Н. Писаренко, С.В. Козицкий

## РЕЖИМЫ ГОРЕНИЯ КОНГЛОМЕРАТОВ МАГНИЯ

Исследовано горение конгломератов массой от 1 до 28 мг, изготовленных на основе порошка Mg со средним размером частиц от 6 до 100 мкм. Показано, что мелкие конгломераты Mg горят по парофазному режиму одиночных частиц с измененной константой Срезневского. Обнаружена стадийность горения крупных конгломератов. Проведена оценка времени подповерхностного догорания конгломератов. Расчетные значения хорошо согласуются с экспериментом.

Порошковая металлургия находит широкое применение в машиностроении, электротехнической промышленности [1]. Известно, что вследствие большой активной поверхности порошков могут возникать условия, инициирующие их воспламенение и горение [2]. С другой стороны, проблема увеличения полноты сгорания плотных совокупностей частиц металлов, образующихся при горении гетерогенных конденсированных систем, также приводит к необходимости изучения горения порошков в виде свободных засыпок и конгломератов.

В работе изучалось горение конгломератов, изготовленных из порошка Mg и связанных глицерином. Использовались пять фракций порошка с размером частиц  $6,0 \pm 0,3$ ,  $18 \pm 1$ ,  $50 \pm 2$ ,  $70 \pm 4$  и  $100 \pm 5$  мкм. Сферические конгломераты высушивались 2 ч в термостате при  $T = 470$  К. Исследовались конгломераты массой  $m = 2 \div 23$  мг.

Конгломераты помещались под срез электрической печи, которая автоматически убиралась после воспламенения, регистрируемого фотодиодом. В дальнейшем формирование всех изучаемых процессов происходило в открытой атмосфере.

В каждом спуске сжигалось 15—20 конгломератов, масса которых измерялась с точностью до 2%. Диаметр практически сферических конгломератов определялся с точностью до 5% с помощью оптико-механического устройства в результате усреднения по 15—20 проекциям.

По существовавшим представлениям [3], конгломерат в процессе воспламенения полностью проплавляется, и в дальнейшем его горение не отличается от достаточно изученного процесса в парофазном режиме одиночной частицы легкокипящего металла. Однако экспериментальная проверка, проведенная авторами, показала, что время горения конгломератов на 10% больше времени горения одиночной частицы той же массы (для Mg константа Срезневского  $L = 1,3 \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с [4]).

Для объяснения установленного отличия проведена серия экспериментов по захлаживанию горящих конгломератов в различные моменты времени потоком инертного газа, что обуславливает прекращение процесса горения. Обнаружено, что захлаженный конгломерат покрыт окислом магния, который находится на расплавленном слое Mg толщиной порядка размера частиц порошка, а под ним располагаются непроплавившиеся и даже не спекшиеся частицы Mg исходной дисперсности. Таким образом, в процессе горения происходит послойное плавление и испарение магния, что объясняет увеличение времени горения конгломератов.