

## УДАРНАЯ ВОЛНА РАЗРЕЖЕНИЯ В ПОРИСТОМ МАТЕРИАЛЕ

УДК 539.374

С. П. Киселев, В. М. Фомин

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассмотрим упругопластический материал, содержащий большое число  $N$  сферических пор. Точное решение задачи о деформировании такого материала практически невозможно. Поэтому широкое применение получил приближенный подход, в котором с помощью методов осреднения переходят от  $N$ -связного тела к пористому с некоторыми эффективными характеристиками. В настоящее время существует большое количество методов осреднения, обзор которых приведен в [1]. В данной работе рассматривается осреднение на ячейке, методика которого для пористого упругопластического материала была разработана в [2–8], где предполагалось, что пластические деформации в пористом теле наступают после того, как средние напряжения выходят на поверхность текучести. Для пористого материала это условие является недостаточным. В частности, если среднее давление достаточно велико, то под действием давления в окрестности поры возникает пластическая область, и пластические деформации происходят даже в том случае, когда средние напряжения не лежат на поверхности текучести. В [9, 10] построена математическая модель, учитывающая влияние пластической зоны на деформирование пористого материала. Численные расчеты в [11] показали, что она хорошо описывает распространение ударных волн (УВ) в пористом железе [12]. Исследуем распространение ударных волн разрежения (УВР) в пористом железе на основе данной модели.

Согласно [9–11], запишем уравнения деформирования пористого материала в одномерном нестационарном случае:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} = 0, \quad \rho = \rho_s m_2, \quad m_1 + m_2 = 1, \quad \rho \frac{\partial v}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_1}{\partial x} = \hat{u}, \quad \frac{\partial x}{\partial t} = v, \quad \sigma_1 = S_1 - p, \\ \rho \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t} - \sigma_1 \frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} = \hat{u}, \quad \varepsilon_1 = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \dot{\varepsilon}_1 = \frac{\partial v}{\partial x}, \quad u = x - x_0, \quad \dot{p} = \dot{p}_x + \dot{p}_T, \quad \dot{p}_x = -K \dot{\varepsilon}_{kk}, \quad \dot{p}_T = (\Gamma \rho \mathcal{E}_T)', \\ \mathcal{E} = \mathcal{E}_x + \mathcal{E}_T, \quad \mathcal{E}_x = \frac{1}{2\rho} (K_1 (\varepsilon_{kk}^e)^2 + 3\mu_1 (e_1^e)^2), \quad \varepsilon_i = e_i + \frac{1}{3} \varepsilon_{kk}, \quad \varepsilon_{kk} = \varepsilon_1, \quad \dot{\varepsilon}_{kk} = \dot{\varepsilon}_{kk}^e + \dot{\varepsilon}_{kk}^p, \\ \dot{e}_i = \dot{e}_i^e + \dot{e}_i^p, \quad i = 1, 2, 3, \quad \dot{S}_i' = (2\mu e_i)', \quad S_i = \begin{cases} S_i', & \frac{3}{2} \sum_{i=1}^3 (S_i')^2 < Y^2, \\ \sqrt{\frac{2}{3}} S_i' Y / \sqrt{\sum_{i=1}^3 (S_i')^2}; \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

при  $|p| < |p_0|$

$$\begin{aligned} K = K_1, \quad \mu = \mu_1, \quad \frac{\Gamma}{\Gamma_s} = \frac{K}{K_s m_2}, \quad |p_0| = \frac{2}{3} Y_s \bar{m}_2, \quad \bar{m}_1 = q m_1, \quad \bar{m}_1 + \bar{m}_2 = 1, \\ q = 1,7, \quad Y^2 = Y_s^2 \bar{m}_2^2 - \frac{9}{4} p^2 \bar{m}_1, \quad K_1 = \frac{K_s m_2}{1 + \frac{m_1}{2} \left( \frac{1+\nu}{1-2\nu} \right)}, \quad \mu_1 = \frac{\mu_s m_2}{1 + 0,5 m_1}; \end{aligned} \quad (2)$$

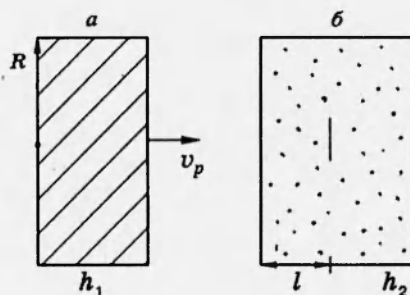


Рис. 1

при  $|p_0| \leq |p| < |p_*|$

$$K = K_2, \quad \mu = \mu_2, \quad \frac{\Gamma}{\Gamma_s} = \frac{K}{K_s m_2}, \quad |p_*| = \frac{2}{3} \ln \left( \frac{1}{m_1} \right), \quad Y^2 = Y_s^2 \bar{m}_2 m_e^2, \quad m_e + m_p = 1,$$

$$K_2 = \frac{K_s m_2}{1 + \frac{(1+\nu)Y_s}{3(1-2\nu)|p|} m_p m_2}, \quad \mu_2 = \frac{\mu_s m_e}{\frac{m_e}{m_p} + 0,5 m_p}, \quad e_i^e = \frac{S_i}{2\mu_1}, \quad \dot{\epsilon}_{kk}^e = -\frac{K_2 \dot{\epsilon}_{kk}}{K_1} + \frac{\dot{m}_2}{m_2},$$

$$\frac{3\chi p}{2Y_s} + 1 - m_p + \ln \left( \frac{m_p}{m_1} \right) = 0, \quad |p_0| \leq |p| < |p_+|, \quad (3)$$

$$m_e = \frac{\xi}{1 + \xi} + \frac{3\chi(p - p_+)}{\xi Y_s}, \quad |p_+| < |p| < |p_z|,$$

$$p_+ = \frac{2}{3} \chi Y_s \left( \ln \left( \frac{1}{m_1} \right) + \frac{\xi}{1 + \xi} + \ln \left( \frac{1}{1 + \xi} \right) \right), \quad \xi = \sqrt{m_2},$$

$$p_z = p_+ - \frac{2\chi Y_s \bar{m}_2}{3(1 + \xi)}, \quad \chi = \begin{cases} 1, & p < 0, \\ -1, & p > 0; \end{cases}$$

при  $|p| \geq |p_*|$

$$\frac{2}{3} \chi Y_s \ln \left( \frac{1}{m_1} \right) - \frac{4\eta \dot{m}_1}{3m_1} - p = 0, \quad \dot{p}_x = -K_1 \dot{\epsilon}_{kk}^e, \quad \dot{\epsilon}_{kk}^e = \frac{\dot{m}_2}{m_2} - \frac{\dot{\rho}}{\rho}, \quad \dot{e}_i^e = \frac{\dot{S}_i}{2\mu_1}. \quad (4)$$

Здесь  $\rho_s, \rho, p, S_i, \mathcal{E}, \mathcal{E}_x, \mathcal{E}_T, p_x, p_T, \epsilon_1, \dot{\epsilon}_1, u, v, \sigma_1, m_1, m_e, m_p$  — плотность материала, средняя плотность, давление, девиатор напряжений, удельные внутренняя, холодная и тепловая энергии, холодное и тепловое давления, деформация, скорость деформации, смещение, скорость, напряжение, пористость, доля объема материала, находящегося в упругом и пластическом состоянии;  $\Gamma, \nu, K_s, \mu_s, Y_s, K_i, \mu_i, Y, \eta$  — коэффициенты Грюнаизена и Пуассона, модули объемного сжатия и сдвига и предел текучести материала, осредненные модули объемного сжатия, сдвига и предел текучести, вязкость материала; точкой обозначена полная производная по времени. В случае  $|p| > |p_0|$  в окрестности поры возникает пластическая зона, деформации становятся упругопластическими и описываются уравнениями (3), (4). Эти формулы справедливы на стадии нагружки ( $p\dot{p} > 0$ ). При разгрузке ( $p\dot{p} < 0$ ) необходимо использовать уравнения (2).

Система уравнений (1)–(4) решалась численно на ПЭВМ по схеме крест. Для размазывания УВ использовалась искусственная вязкость, которая выбиралась аналогично [13].

Рассмотрим пластину из сплошного железа (рис. 1,а) толщиной  $h_1 = 4$  мм, которая ударяется со скоростью  $v_p = 0,236$  мм/мкс о пластину из пористого железа (рис. 1,б) толщиной  $h_2 = 17$  мм и пористостью  $m_1^0 = 10^{-2}$ . Механические свойства железа (стали)

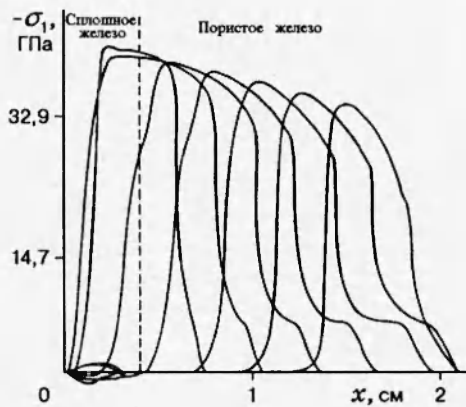


Рис. 2

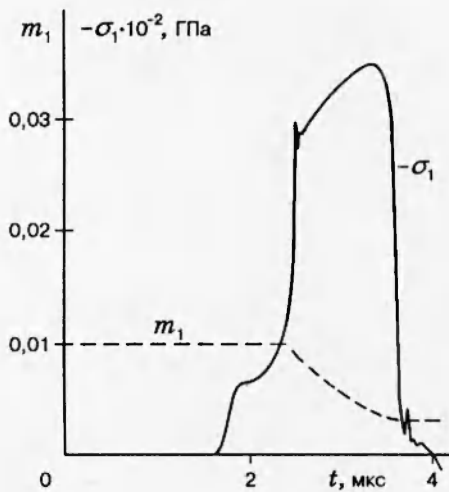


Рис. 3

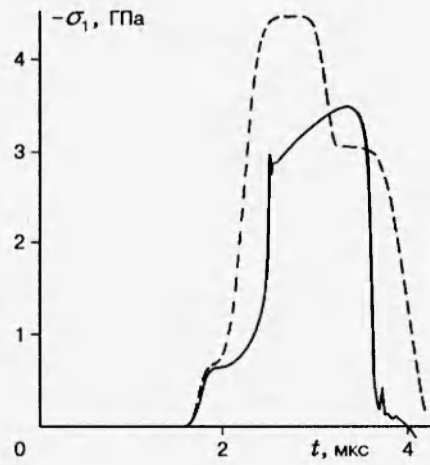


Рис. 4

те же, что и в работе [11]:

$$\rho_s = 7,85 \text{ г/см}^3, \quad \Gamma = 2, \quad \mu_s = 80 \text{ ГПа}, \quad K_s = 160 \text{ ГПа},$$

$$Y_s = (Y_0 + \eta \dot{\epsilon}_1^p)(1 + b_s(\epsilon_1^p)^m), \quad Y_0 = 0,4 \text{ ГПа}, \quad b_s = 2, \quad m = 1/2.$$

Скорость деформации в нашем случае не будет превышать  $10^5 \text{ с}^{-1}$ , поэтому, согласно [14], вязкость железа  $\eta = 3 \cdot 10^3 \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

На рис. 2 приведены кривые  $\sigma_1(x)$  на несколько моментов времени с шагом  $\Delta t = 0,5 \text{ мкс}$  (штриховая линия — контактная граница между пористым и сплошным железом). Видно, что волна сжатия распадается на три волны, а волна разрежения трансформируется к моменту  $t = 2 \text{ мкс}$  в УВР. Для расчета УВР вводилась искусственная вязкость. Зависимости  $\sigma_1(t)$  и  $m_1(t)$  на глубине  $l = 10 \text{ мм}$  представлены на рис. 3. На рис. 4 показана зависимость  $\sigma_1(t)$  при  $l = 10 \text{ мм}$  в пористом и сплошном железе (сплошная и штриховая линии).

УВ в пористом теле имеет трехволновую структуру и состоит из упругого предвестника, «замороженной» волны и зоны релаксации. Как видно из рис. 3, изменения пористости в «замороженной» УВ не происходит. Поры затекают в зоне релаксации, что приводит к

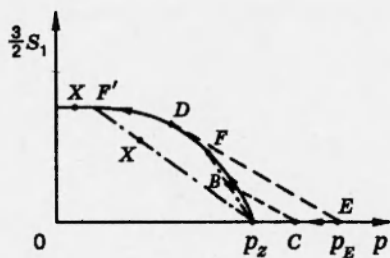


Рис. 5

росту давления, которое связано с изменением пористости уравнением

$$p = \frac{2}{3} Y_s \ln \frac{1}{m_1} - \frac{4}{3} \eta \frac{\dot{m}_1}{m_1}.$$

Для объяснения УВР найдем скорость распространения возмущений при разгрузке. Уравнение движения имеет вид

$$\rho \frac{dv}{dt} = \frac{\partial \sigma_1}{\partial x}, \quad \sigma_1 = S_1 - p.$$

Как следует из расчетов (см. рис. 3), в волне разгрузки можно пренебречь изменением пористости, поэтому с учетом  $dp \approx K_1 d\rho/\rho$ ,  $\partial \sigma_1/\partial x = (\partial S_1/\partial \rho - \partial p/\partial \rho)(\partial \rho/\partial x)$  получим

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{a^2}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial x} = 0, \quad a^2 = -\frac{\partial S_1}{\partial \rho} + \frac{K_1}{\rho}$$

( $a$  — скорость звука). Отсюда следует, что скорость распространения возмущений определяется по формуле  $dx/dt = v \pm a$ . Как отмечалось ранее, напряжение  $\sigma_1(E)$  за УВ лежит значительно выше критического давления  $|p_*|$ ; поэтому в точке  $E$  имеем  $\sigma_1(E) = -p_E$ ,  $Y = 0$  (рис. 5, где сплошной линией приведена зависимость  $Y(p)$ , а точка  $p_E$  соответствует давлению за УВ). Разгрузка до давления  $p_z$  происходит вдоль оси абсцисс  $S_1 = 0$ , следовательно,  $\partial S_1/\partial \rho = 0$ ,  $a_- = \sqrt{K_1/\rho}$ . После достижения точки  $p_z$  скорость звука скачком увеличивается до  $a_+ = \sqrt{K_1/\rho - \partial S_1/\partial \rho}$  ( $\partial S_1/\partial \rho = (\partial S_1/\partial p)(K_1/\rho) < 0$ ).

В зависимости от наклона кривой  $Y(p)$  в точке  $p_z = 0$  разгрузка может происходить упруго (штрихпунктирная линия), либо пластическим образом вдоль линии  $Y(p)$ . Для выяснения этого вопроса найдем приращение упругого напряжения  $dS_1^e = 2\mu_1 de_1$  и напряжения, лежащего на поверхности текучести  $dS_1^p = (2/3)dY$  при деформации  $d\varepsilon_1 = -dp/\rho$ . Если  $dS_1^e < dS_1^p$ , то деформация будет упругой, при обратном неравенстве — упругопластической. Используя соотношения  $de_1 = (2/3)d\varepsilon_1$ ,  $dY = (\partial Y/\partial p)(dp/d\rho)d\rho$ ,  $dp/d\rho = K_1$ , имеем

$$dS_1^e = -\frac{4}{3} \mu_1 \frac{d\rho}{\rho}, \quad dS_1^p = -\frac{2}{3} \left| \frac{\partial Y}{\partial p} \right| \frac{K_1}{\rho} d\rho.$$

Прибавляя к  $dS_1$  величину  $-dp$  и разделив на  $d\rho$ , найдем

$$\frac{\partial \sigma_1^e}{\partial \rho} = \frac{-dp + dS_1^e}{d\rho} = \frac{K_1 + \frac{4}{3} \mu_1}{\rho} = a_e^2, \quad \frac{\partial \sigma_1^p}{\partial \rho} = \frac{-dp + dS_1^p}{d\rho} = \frac{K_1}{\rho} \left( 1 + \frac{2}{3} \left| \frac{\partial Y}{\partial p} \right| \right) = a_p^2$$

( $a_e, a_p$  — упругая и пластическая скорости звука). В окрестности точки  $p_z = 0$  имеем  $|\partial Y/\partial p| = 3/2$ , а для железа  $\mu_1/K_1 \simeq 0,5$ , откуда  $a_e^2 = 1,6K_1/\rho$ ,  $a_p^2 = 2K_1/\rho$ , в резуль-

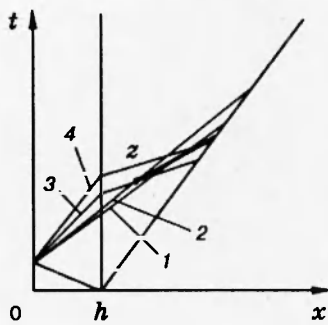


Рис. 6

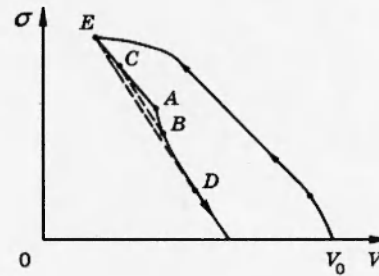


Рис. 7

тате выполняется неравенство  $dS_1^e < dS_1^p$ . Из данного неравенства следует, что разгрузка из точки  $p_z$  происходит упруго вдоль штрихпунктирной линии на рис. 5. В точке  $p_z - 0$  скорость волны разгрузки  $a_+ = \sqrt{(K_1 + (4/3)\mu_1)/\rho}$  удовлетворяет неравенству  $a_+ > a_-$ , поэтому при пересечении точки  $p_z$  в волне разрежения скорость звука скачком увеличивается от  $a_-$  до  $a_+$ . Как отмечено в [15], массовая скорость  $v$  остается непрерывной функцией ( $I^- = \text{const}$ ,  $v = -\int ad\rho/\rho + \text{const}$ ), поэтому скачок  $a$  приводит к пересечению характеристик в волне разрежения и возникновению УВР (рис. 6, где жирная линия — УВР, точка  $z$  — момент ее возникновения, линии 1–4 — характеристики).

На рис. 7 показана зависимость  $\sigma$  от удельного объема  $V$ , где  $\sigma = -\sigma_1$ ,  $\sigma_1 = S_1 - p$ , а скачку скорости звука  $[a]$  соответствует излом в точке  $A$ . Штриховой линией обозначена линия Рэлея, отвечающая УВР. Из рис. 7 следует, что перед УВР (в системе фронта УВР) поток сверхзвуковой, а за УВР — дозвуковой, поэтому выполнены условия эволюционной устойчивости УВР [16]. Дальнейший рост скачка УВР происходит так же, как описано в [15]. С одной стороны, УВР догоняет характеристики 1, с другой — характеристики 4 догоняют УВР. В результате УВР, показанная на рис. 7 отрезком  $BC$ , растет до тех пор, пока точка  $C$  не достигнет точки  $E$ , а  $B$  — точки  $D$ . В точке  $D$  касательная к кривой  $\sigma(V)$  совпадает с  $DE$ , и скорость звука  $a_D = V_D \sqrt{-(\partial\sigma/\partial V)_D}$  равна скорости распространения УВР по веществу за ней  $v_D = V_D \sqrt{(\sigma_E - \sigma_D)/(V_D - V_E)}$ . В плоскости  $S_1, p$  (см. рис. 5) соответствующие УВР показаны штриховыми линиями  $BC$  и  $DE$ .

В данном примере конечное состояние (точка  $B$  на рис. 5) сначала находится в упругой области, а в точке  $F$  переходит в область пластичности и движется по кривой  $Y(p)$  до точки  $D$ . Возможны случаи, когда точка  $F'$  (см. рис. 5) будет левее  $D$  (точки касания кривой  $Y(p)$  и линии Рэлея  $ED$ ). Если конечное состояние в волне разрежения  $X$  находится в области упругости на прямой  $AF'$ , то в УВР напряжение скачком переходит из начального состояния  $E$  в конечное состояние  $X$ . Если конечное состояние  $X$  будет в пластической области на кривой  $Y(p)$ , то УВР распадется на УВР, плато постоянного напряжения и волну разгрузки. Амплитуда УВР из точки  $A$  будет расти до тех пор, пока конечное состояние не достигнет точки  $F'$ . В точке  $F'$  модуль тангенса угла наклона линии Рэлея  $(3/2)|\Delta S_1/\Delta p|$  больше, чем  $|\partial Y/\partial p|$ , поэтому скорость УВР больше скорости пластической волны разгрузки  $c_p$ . В результате в УВР напряжение из точки  $E$  скачком уменьшится до точки  $F'$ . За этим скачком следует плато постоянного напряжения, к ко-

торому примыкает волна разрежения, распространяющаяся со скоростью

$$\frac{dx}{dt} = v + a_x, \quad a_x = \sqrt{\frac{K_1}{\rho} \left(1 + \frac{2}{3} \left| \frac{\partial Y}{\partial p} \right|_{F'} \right)}.$$

Конечное состояние в волне разрежения соответствует точке  $X$ .

С математической точки зрения УВР представляет собой разрыв первого рода, и необходимо найти соотношение на этом разрыве. Для чего перепишем уравнения (1) в дивергентном виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v) &= \bar{u}, & \frac{\partial}{\partial t}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v^2 - \sigma_1) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho(\mathcal{E} + v^2/2)) + \frac{\partial}{\partial x}(\rho v(\mathcal{E} + v^2/2 - \sigma_1/\rho)) &= 0. \end{aligned}$$

Переходя в систему УВР и предполагая течение стационарным, после интегрирования получим

$$[\rho u] = 0, \quad [\rho u^2 - \sigma_1] = 0, \quad [H + u^2/2] = 0, \quad H = \mathcal{E} - \sigma_1/\rho, \quad [\varphi] = \varphi_+ - \varphi_-, \quad H = H(\sigma_1, S),$$

где  $H$  — энтальпия;  $u = v - D$ ;  $D$  — скорость УВР;  $S$  — энтропия. Данные уравнения совпадают с соотношениями на ударной волне в газовой динамике, если в них произвести замену  $\sigma_1 \rightarrow -p$ . Поэтому для определения скачка энтропии  $[S]$  в слабой УВР можно воспользоваться соответствующей формулой из газовой динамики [16]. После замены  $p$  на  $\sigma$  имеем

$$S_+ - S_- = \frac{1}{12T_-} \left( \frac{\partial^2 V}{\partial \sigma^2} \right) (\sigma_+ - \sigma_-)^3 \quad (5)$$

( $V = 1/\rho$ ). Зависимость  $\sigma = \sigma(V, S)$  приведена на рис. 7, откуда следует, что обратная функция  $V = V(\sigma, S)$  двухзначная. При фиксированном  $\sigma$  одно значение  $V$  лежит на ударной адиабате нагрузки, а другое — на адиабате разгрузки. В волне разгрузки все состояния лежат на адиабате разгрузки, поэтому, выбирая адиабату разгрузки, получим, что  $V = V(\sigma)$  здесь является однозначной функцией. Из рис. 7 видно, что в точке  $A$  функция  $V = V(\sigma)$  имеет излом. Поэтому, для того чтобы применить формулу (5), необходимо сначала «размазать»  $\sigma = \sigma(V)$  в окрестности точки  $A$ . В результате получим

$$\frac{\partial^2 \sigma}{\partial V^2} \approx \frac{\left( \frac{\partial \sigma}{\partial V} \right)_+ - \left( \frac{\partial \sigma}{\partial V} \right)_-}{V_+ - V_-}.$$

Отсюда вытекает, что в точке  $A$  ( $\sigma = -p_z$ ) производная  $\partial^2 V/\partial \sigma^2 < 0$ , и при  $\sigma_+ < \sigma_-$  будет выполняться неравенство  $S_+ > S_-$ , т. е. энтропия в УВР возрастает. (Знак производной  $\partial^2 V/\partial \sigma^2$  следует из соотношения  $\partial^2 V/\partial \sigma^2 = -(1/(\partial \sigma/\partial V)^3)(\partial^2 \sigma/\partial V^2)$  и неравенств  $\partial \sigma/\partial V < 0$ ,  $\partial^2 \sigma/\partial V^2 < 0$ .) УВР при фазовых переходах теоретически были предсказаны в [15] и наблюдались экспериментально в металлах [17] и в газожидкостных средах вблизи критической точки жидкость — пар [18]. Отметим, что УВР в железе [17] связана с полиморфным фазовым переходом, происходящим при давлении порядка 150 ГПа, которое более чем в 3 раза превосходит максимальное давление, рассмотренное в данной работе. Возникновение УВР в [17, 18] связано с существованием точек, где  $\partial^2 V/\partial p^2 < 0$ , которые, в свою очередь, имеют место при фазовых переходах. В данном случае возникновение точки с  $\partial^2 V/\partial \sigma^2 < 0$  обусловлено прочностными свойствами пористого тела.

Под действием давления  $p$  в окрестности поры происходит концентрация микронапряжений  $\sigma'_{ij}$  с отличным от нуля девиатором  $S'_{ij}$ . Если давление  $|p| > |p_0|$ , то возникает пластическая зона, которая растет с увеличением давления и при  $|p| > |p_z|$  занимает весь объем. В результате предел текучести  $Y$  и девиатор средних напряжений  $S_{ij}$  равны нулю. В этом случае механическое поведение пористого материала аналогично поведению жидкости ( $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij}$ ) и скорость звука  $a = \sqrt{K/\rho}$ . При уменьшении давления ниже  $|p_z|$  в пористом теле появляются упругие области, так что девиатор средних напряжений  $S_{ij}$  становится отличным от нуля, а  $\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + S_{ij}$ . В результате скорость звука скачком возрастает до  $a = \sqrt{(K + (4/3)\mu)/\rho}$ , и возникает УВР.

Возникновение УВР в пористом теле происходит только в случае неполного затекания пор в УВ и связано с зависимостью предела текучести  $Y$  пористого тела от давления  $p$ . Если в УВ происходит полное затекание пор ( $m_1 = 0$ ), то УВР не возникает, так как  $Y = Y_s = \text{const}$ . Расчеты, проведенные при  $v_p = 0,642$  мм/мкс и  $m_1^0 = 10^{-2}$ , показали, что разгрузка в этом случае происходит так же, как в сплошном упругопластическом материале.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шермергор Т. Д. Теория упругости микронеоднородных сред. М.: Наука, 1977.
2. Хашин З. Упругие модули неоднородных материалов // Прикл. механика: Сб. пер. 1962. Т. 29, № 1.
3. Эшелби Дж. Континуальная теория дислокаций. М.: Изд-во иностр. лит., 1963.
4. Хилл Р. Упругие свойства составных сред, некоторые теоретические принципы // Механика: Сб. пер., 1964.
5. Гарсон А. Л. Континуальная теория вязкого разрушения, обусловленного образованием и ростом пор. Ч. 1. Критерий текучести и законы течения для пористой пластической среды // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Теорет. основы инж. расчетов: Пер. журн. Trans. ASME: J. Basic Eng. 1975. № 1. С. 1-16.
6. Tvergaard V. Numerical study of localisation in a void-sheet // Int. J. Solids and Struct. 1989. V. 25, N 10. P. 1143.
7. Jonson J. N., Adessio F. L. Tensile plasticity and ductile fracture // J. Appl. Phys. 1988. V. 64. P. 6699-6712.
8. Carrol M. M., Holt A. C. Static and dynamic pore collapse relations for ductile porous materials // J. Appl. Phys. 1972. V. 43. P. 1626-1635.
9. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах / С. П. Киселев, Г. А. Руев, А. П. Трунев и др. Новосибирск: ВО Наука, 1992.
10. Киселев С. П., Фомин В. М. О модели пористого материала с учетом пластической зоны, возникающей в окрестности поры // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 6. С. 125-133.
11. Киселев С. П. Численное моделирование распространения упругопластических волн в пористом материале. Новосибирск, 1994. (Препр. / ИТПМ СО РАН; № 6-94).
12. Аптуков В. Н., Николаев П. К., Романченко В. И. Структура ударных волн в пористом железе при низких давлениях // ПМТФ. 1988. № 4. С. 92-98.
13. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. М.: Мир, 1967. С. 212-263.
14. Киселев С. П. О динамическом пике пластичности при высокоскоростном разрушении металлических оболочек // ПМТФ. 1991. № 2. С. 122-127.

15. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Наука, 1966.
16. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
17. Иванов А. Г., Новиков С. А., Тарасов Ю. И. Откольные явления в железе и стали, вызванные взаимодействием ударных волн разрежения // ФТТ. 1962. № 4. С. 87.
18. Кутателадзе С. С., Борисов Ал. А., Борисов А. А., Накоряков В. Е. Экспериментальное обнаружение ударной волны разрежения вблизи критической точки жидкость — пар // Докл. АН СССР. 1980. Т. 252, № 3. С. 595–598.

*Поступила в редакцию 24/II 1995 г.*

---