

УДК 532.51; 536.223

Анализ линейной устойчивости смешанного конвективного течения Марангони для наножидкостей в горизонтальном открытом канале

Л. Бамму¹, Х. Сухар¹, С. Алами¹, М. Федон¹, И. Ле Гер²

¹Университет Ибн Зоур, Агадир, Марокко

²Университет По региона Адур, По, Франция

E-mail: lahcen.bammou@uiz.ac.ma

В работе представлен анализ линейной устойчивости ламинарного смешанного конвективного течения при наличии термокапиллярного эффекта в горизонтальном равномерно нагретом снизу бесконечном канале. Рассматриваются чистая вода и наножидкость на водной основе, содержащая различные объемные доли наночастиц Al_2O_3 и Ag. Результаты представлены для объемных долей, не превышающих 3 %. Реализован спектральный метод коллокации, основанный на многочленах Чебышева, и решена алгебраическая задача на собственные значения. Численно определены пороги возникновения конвективной неустойчивости в виде продольных и поперечных валиков. Сравнение течений чистой воды и наножидкости позволяет исследовать влияние наночастиц на критические параметры возникновения конвективных валиков. Изучено совместное влияние сил плавучести и термокапиллярных эффектов на неустойчивость течения и показано, что вследствие антогонизма этих двух эффектов снижаются критические характеристики устойчивости потока для чистой воды и для наножидкости. Также приводятся критические волновые числа, характеризующие размер конвективных ячеек в наножидкости, которые затем анализируются и сопоставляются с таковыми в потоке чистой воды без наночастиц. Кроме того, изучается влияние типа и объемной доли наночастиц на устойчивость системы.

Ключевые слова: смешанная конвекция, термоконвективная неустойчивость, термокапиллярный эффект, наножидкость.

Введение

Явления термической неустойчивости в жидких пленках привлекают внимание исследователей вследствие широкого применения жидких пленок в теплообменниках, испарительных охлаждающих устройствах и химических парогазовых процессах. Режимы термогравитационной неустойчивости широко изучались для течений в горизонтальных каналах, где реализуется комбинация вынужденного осевого течения и естественной термогравитационной конвекции в вертикальном направлении. В настоящей работе планируется исследовать неустойчивое течение, известное как течение Пуазейля–Рэлея–Бенара (ПРБ), которое структурно похоже на течение жидкости в открытом канале (со свободной поверхностью). При определенных условиях возникающие силы плавучести вызывают развитие вторичного течения в виде нескольких тепловых структур, способствующих интенсификации теплообмена [1]. Это явление определяет первую стадию

перехода к турбулентности. Указанные тепловые структуры имеют вид продольных, поперечных, колебательных и наклонных валиков, которые являются результатом совместного действия сдвигового напряжения в основном течении и вертикального градиента температуры. Они зависят от чисел Рэлея, Рейнольдса и Прандтля, а также от соотношения геометрических размеров канала (отношение ширины к высоте). Данные линейной теории гидродинамической устойчивости показывают, что термически стратифицированное течение Пуазейля остается устойчивым до тех пор, пока число Рэлея (Ra) не превысит некоторого критического значения [2, 3]. За пределами этого критического значения основной поток становится неустойчивым, и могут возникнуть два вида термокапиллярных структур: продольные валики с осями, перпендикулярными направлению осредненного течения, и поперечные валики с осями вдоль осредненного течения. Возникновение вторичного течения в виде продольных валиков происходит вблизи критического числа Рэлея $Ra_c = 1708$ [4, 5]. Первые исследования неустойчивостей подобного типа для течений с градиентным нагревом были начаты в 60-70-х годах прошлого столетия [6–9]. Валикоподобные структуры возникают в результате конвективной неустойчивости за счет развития нарастающих возмущений [10]. В случае реального течения этот вид возмущений порождают боковые стенки канала, т.е. продольные валики растут благодаря боковому ограничению потока.

Граница устойчивости для продольных валиков не зависит от числа Рейнольдса [11]. Другими словами, критические параметры для продольных валиков те же, что и в задаче о конвекции Рэлея–Бенара (КРБ). Развитие и поведение устойчивых продольных валиков в случае ПРБ изучалось в ряде численных и экспериментальных исследований [12–14]. Хорошо известный классический механизм зарождения продольных валиков связан со случаем, когда свободная конвекция порождается боковой стенкой канала (эффект ограниченности течения в поперечном ему направлении). Этот эффект генерирует два продольных валика вблизи боковых стенок, затем вязкостный механизм вызывает распространение серии таких парных валиков по всему сечению канала. Авторы [13] провели экспериментальное исследование и численное моделирование влияния различных параметров (наличие боковых стенок, входная температура, граничные условия первого или второго рода на боковых и верхних стенках канала) на эволюцию устойчивых продольных валиков. В работах [2, 15, 16] было доказано существование неустойчивых термоконвективных структур в виде поперечных валиков для течений с малым числом Рейнольдса. Критическое число Рэлея, соответствующее зарождению поперечных валиков, зависит от числа Рейнольдса. Было показано, что оно также является функцией относительного удлинения канала и числа Прандтля [2, 16]. В работах [16, 17] было показано, что течение с поперечными валиками меняется на течение с продольными валиками. Смена режимов течения в координатах (Re - Ra) также отмечалась в экспериментальных работах [16, 17] и в численном моделировании [18]. В случае бесконечно широких каналов вначале появляются продольные валики. Для конечных прямоугольных каналов боковое ограничение способствует появлению поперечных валиков уже при низких числах Рейнольдса, а в основном течении при больших числах Рейнольдса обычно наблюдаются продольные валики. В работе [19] исследовалась линейная конвективная устойчивость Рэлея–Бенара для течения в поперечно ограниченном канале. Авторы обнаружили, что продольные валики соответствуют сверхкритической бифуркации. При этом поперечные валики связаны с сверхкритической или субкритической бифуркацией, что зависит от числа Прандтля, геометрии канала и граничных условий на боковых стенках. В работе [20] наблюдался переход к двумерным поперечным валикам, возникающим при малых числах Рейнольдса в течении с КРБ в горизонтальном канале конечной протяженности. Также было установлено, что критическое число Рэлея зависит от числа Пекле и длины области потока.

При наличии свободной поверхности жидкости разница в поверхностном натяжении, определяемая градиентом температуры вдоль поверхности, может индуцировать

движение внутри жидкости. Такое явление называют термокапиллярным течением или конвекцией Марангони. Подобная задача, связанная со свободной поверхностью или границей раздела между двумя жидкостями, исследовалась в работах [21, 22] при соответствующих граничных условиях. В работе [23] было установлено, что если силы плавлучести, термокапиллярные эффекты и вынужденные конвективные течения соизмеримы, то развитие неустойчивостей в виде продольных валиков происходит аналогично тому, как это наблюдается в течении Пуазейля–Рэлея. Наличие термокапиллярного воздействия на смешанную конвекцию изменяет направление вращения валиков вблизи боковых стенок канала и усиливает теплоперенос. В работе [24] авторы показали, что верхняя свободная поверхность дестабилизирует течение с продольными валиками. Однако для случая поперечных валиков возможен эффект как стабилизации, так и дестабилизации, в зависимости от чисел Био и Рейнольдса. Исследование термокапиллярного эффекта в основном рассматривалось в тонких слоях жидкости, стекающей по нагреваемой наклонной пластине [25–27]. Для этого случая были обнаружены два типа термокапиллярной неустойчивости: короткие продольные валики и длинные поперечные волны [28]. Обе неустойчивости обусловлены градиентом поверхностного натяжения на границе раздела фаз. Для первого режима термокапиллярной неустойчивости наличие деформируемой свободной поверхности не обязательно: здесь нестабильность вызвана градиентом температуры в основном течении и полем возмущений скорости потока.

Впервые неустойчивость первого типа исследовалась в работе [29]. Здесь была проанализирована устойчивость горизонтального слоя с недеформируемой свободной поверхностью. Жидкая фаза моделировалась с помощью классических уравнений механики жидкости, а газовая фаза включалась в эту модель через граничное условие на границе раздела жидкость–газ (теплообмен на границе описывался числом Био). Было показано, что линейный анализ устойчивости позволяет вычислять критический порог и критическое число Марангони, при котором жидкий слой становится неустойчивым из-за спонтанно возникающего термокапиллярного конвективного движения. В работах [30, 31] применялось точное решение уравнений конвекции для изучения двухслойного течения жидкости с испарением на термокапиллярной границе раздела фаз. При этом в парогазовой фазе учитывались эффекты Дюфура и Соре. Было установлено, что возмущения основного течения могут приводить к образованию вихревых и термокапиллярных структур. Включив испарение в свою модель, авторы наблюдали превращение вихревой структуры в термокапиллярную структуру за счет перехода от длинноволновых возмущений к коротковолновым. Совместное действие термокапиллярного эффекта и подъемной силы наблюдалось для течения без принудительной конвекции. Авторы [32] изучали вклад подъемной силы для течения при низком числе Прандтля (Pr), а в работе [33] исследовались течения с числом Прандтля менее 10. Авторами [34] было установлено, что конвекция, вызванная термокапиллярным эффектом и подъемной силой, может генерировать различные картины неустойчивого течения (в зависимости от разности температур и глубины бассейна d). При малых значениях d в системе наблюдались гидротермальные волны, а при больших значениях d — стационарные продольные валики.

В большинстве работ по тепловой неустойчивости рассматривались чистые жидкости. В последние годы создан новый тип жидкости, который характеризуется тем, что здесь базовая жидкость содержит дисперсию наночастиц. Этот новый класс жидкости называется наножидкостью и имеет широкое применение в промышленном секторе. Использование наночастиц с высокой теплопроводностью (например, меди, алюминия, серебра и др.) позволяет повысить теплопроводность чистой (базовой) жидкости и, следовательно, улучшить ее теплообменные характеристики [35]. Теплообмен в наножидкостях зависит от теплофизических свойств как твердой, так и жидкой фазы. В работах [36–39] изучалось течение наножидкостей в естественных, вынужденных или

смешанных режимах конвекции. Результаты показали, что интенсивность теплопередачи возрастает с увеличением объемной доли наночастиц. Авторами [40] теоретически изучался вынужденный конвективный теплообмен для наножидкости в кольцевом канале с использованием модели Бонжорно для конвективного теплообмена. Было обнаружено, что для числа Нуссельта для наножидкости «оксид алюминия – вода» существует оптимальное значение средней объемной доли наночастиц. Однако для наножидкостей «оксид титана – вода» число Нуссельта монотонно возрастает увеличением объемной доли наночастиц. В работах [41, 42] было проведено численное моделирование ламинарного конвективного теплообмена наножидкости «вода + Al_2O_3 » в круглой трубке с равномерным тепловым потоком с использованием двухфазной неоднородной модели Бонжорно. Авторы пришли к выводу, что термофорез снижает концентрацию наночастиц только в пристенном пограничном слое. По сравнению с однофазной моделью, двухфазная модель обеспечивает более высокие значения коэффициента теплопередачи. Эта разница между коэффициентами теплопередачи не превышала 10 % и имела тенденцию к исчезновению при увеличении числа Пекле. В работах [43, 44] исследовались термоконвективные неустойчивости при естественной конвекции наножидкостей между двумя пластинами (нагрев снизу) с использованием метода разложений по собственным функциям. Автор отметил, что присутствие наночастиц оказывает дестабилизирующее действие, которое может уменьшить критическое число Рэлея на два порядка по сравнению с критическим числом для обычных жидкостей без наночастиц.

Наряду со значительным количеством публикаций о конвекции, обусловленной подъемной силой, термокапиллярная конвекция в наножидкостях до сих пор практически не исследована. В работе [45] было показано, что взвесь углеродных нанотрубок в объеме воды приводит к увеличению поверхностного натяжения. В литературе имеется несколько публикаций, посвященных изучению комбинированного воздействия термокапиллярного эффекта и подъемной силы на течения наножидкости. Конвективное течение наножидкости на основе силиконового масла ($Pr_f = 16,08$) с наночастицами Al_2O_3 , обусловленное комбинацией термокапиллярного эффекта и подъемной силы, изучалось в зоне плавуемости методами численного моделирования [46]. Авторы показали, что увеличение объемной доли наночастиц приводит к снижению коэффициента теплопередачи наножидкости (к снижению механизмов термокапиллярного эффекта и подъемной силы) и, как следствие, к снижению числа Нуссельта для наножидкости. В работе [47] представлены результаты численного моделирования для случая конвекции, вызванной комбинацией подъемной и термокапиллярных сил. Здесь также оценивалась генерация энтропии в трехмерной полости, заполненной наножидкостью на основе Al_2O_3 . Авторы наблюдали интенсификацию течения, рост теплообмена и генерации полной энтропии при увеличении объемной доли наночастиц для всего интервала чисел Марангони.

В связи с отсутствием до настоящего времени работ, посвященных одновременно воздействию подъемной силы, термокапиллярного эффекта и вынужденной конвекции, в настоящей работе представлено исследование термоконвективных неустойчивостей наножидкостей для случая течения в горизонтальном открытом канале бесконечной поперечной протяженности с равномерным нагревом дна. Верхняя свободная поверхность считается плоской и подверженной термокапиллярному воздействию. В работе используются наножидкости на водной основе, содержащие различные объемные доли наночастиц Al_2O_3 и Ag. Для получения результатов, касающихся значений критических безразмерных параметров термоконвективных неустойчивостей для рассматриваемого случая, применяется линейный анализ устойчивости. Исследуются как продольные, так и поперечные валики. Цель работы — изучение влияния наночастиц на развитие термоконвективных неустойчивостей и сравнение с данными для чистой воды. Анализ сводится к задаче на собственные значения, которая решается численно с использованием псевдоспектрального метода Чебышева.

1. Математическая модель

Рассматривается пленка наножидкости высотой H , текущая по горизонтальной плоскости бесконечного в поперечном направлении канала со свободной верхней поверхностью (рис. 1). Система координат выбрана таким образом, что вектор силы тяжести направлен против оси Oz . Нижняя стенка поддерживается при постоянной и равномерной температуре T_h , превышающей температуру наножидкости на входе T_0 ($T_h > T_0$). Температура окружающего воздуха вокруг течения наножидкости также фиксируется на уровне T_0 .

Предполагается, что наножидкость является ньютоновской (т.е. при низкой концентрации частиц), несжимаемой и перемещается в виде стационарного ламинарного течения. Теплофизические свойства жидкости предполагаются постоянными, за исключением плотности и поверхностного натяжения. Принимается положение Буссинеска, и зависимость плотности ρ от температуры T учитывается только в выражении для подъемной силы. При этом задается линейная зависимость $\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0))$, где β — коэффициент теплового расширения, $\rho_0 = \rho(T_0)$ — базовое значение плотности при базовой температуре T_0 . Данное положение оправдано при достаточно слабом перепаде температуры в жидкости [48]. Изменение поверхностного натяжения в зависимости от температуры задается с помощью следующего линейного соотношения: $\zeta = \zeta_0 - \gamma(T - T_0)$, где ζ_0 — поверхностное натяжение при температуре T_0 , а $\gamma = -\partial\zeta/\partial T$. Свободная поверхность считается плоской и имеет конвективный теплообмен с окружающим воздухом, который описывается коэффициентом теплопередачи h . Используя полувысоту канала $H/2$, среднюю скорость течения U_m , динамическое давление ρU_m^2 и $H/(2U_m)$ в качестве характерных величин для длин, скоростей, давления и времени соответственно, а также вводя приведенную температуру $\theta = (T - T_0)/(T_h - T_0)$, запишем уравнения сохранения массы, импульса и энергии в безразмерном виде:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = -\vec{\nabla}P + \frac{2}{1 - \varphi} \frac{\vec{\nabla}^2 \vec{V}}{\text{Re} + (1 - \varphi)^{2,5} \varphi \rho_s \text{Re} / \rho_f} + \frac{\text{Ra}}{2 \text{Pr} \text{Re}^2} \left(1 - \varphi + \varphi \frac{\beta_s}{\beta_f} \right) \theta \vec{k}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \theta = \frac{2}{\text{Pr} \text{Re}} \frac{\lambda_{nf} / \lambda_f}{1 - \varphi + \varphi (\rho C_p)_s / (\rho C_p)_f} \vec{\nabla}^2 \theta, \quad (3)$$

здесь безразмерными параметрами являются число Рейнольдса $\text{Re} = U_m H / \nu_f$, число Рэлея $\text{Ra} = g \beta_f (T_h - T_0) H^3 / (\nu_f \alpha_f)$ и число Прандтля $\text{Pr} = \nu_f / \alpha_f$, где ν_f и α_f обозначают кинематическую вязкость и температуропроводность соответственно. Нижние индексы f , s и nf обозначают базовую жидкость, твердые наночастицы и наножидкость соответственно; φ — объемная доля твердых наночастиц.

Деформацией свободной поверхности можно пренебречь, если аналог капиллярного числа (crispation number) много меньше единицы: $\text{Cr} = \rho \nu \alpha / (\zeta H) \ll 1$ [49]. Число Галилея $\text{Ga} = g H^3 / (\nu \alpha) \gg 1$ характеризует относительный вклад гравитации и диффузии (g — ускорение

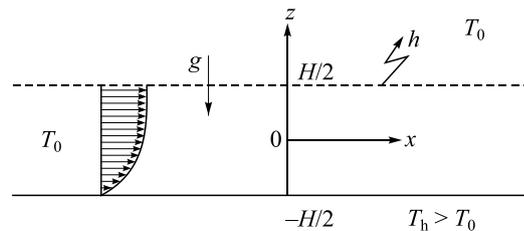


Рис. 1. Схема исследуемой конфигурации задачи с граничными условиями.

свободного падения). Высокое значение числа Галилея указывает на то, что гравитация стабилизирует длинноволновую моду деформации свободной поверхности. Показано, что для рассматриваемой задачи такие условия выполняются. В самом деле, для частного случая течения в канале высотой 1 см с параметрами жидкости при безразмерных критериях ($Pr = 7$, $Ra = 5000$ и $Ma = 500$) получим следующие значения аналога капиллярного числа и числа Галилея: $Cr = 1,95 \cdot 10^{-7}$ и $Ga = 7 \cdot 10^7$. Кроме того, предположения относительно значений чисел Cr и Ga справедливы для всех диапазонов изменения параметров, рассматриваемых в настоящей работе. Таким образом, применимы следующие граничные условия:

$$\vec{V} = \vec{0}, \quad \theta = 1 \quad \text{при } Z = -1, \quad (4)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V_X}{\partial Z} &= -(1-\varphi)^{2,5} \frac{Ma}{Re} \frac{\partial \theta}{\partial X} \\ \frac{\partial V_Y}{\partial Z} &= -(1-\varphi)^{2,5} \frac{Ma}{Re} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \\ V_Z &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{при } Z = 1, \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial Z} = -\left(\frac{\lambda_f}{\lambda_{nf}}\right) \frac{Bi}{2} \theta \quad \text{при } Z = 1, \quad (6)$$

здесь $Ma = \frac{\partial \zeta}{\partial T} \cdot \frac{\Delta TH}{\mu_f \alpha_f}$, $Bi = \frac{hH}{\lambda_f}$ и $Re = \frac{U_m H}{\alpha_f}$ — числа Марангони, Био и Пекле соответ-

ственно. Первые два граничных условия в системе (5) соответствуют напряжению сдвига, полученному из баланса между силами поверхностного натяжения и вязкими напряжениями в жидкости. Третье условие — это условие для вертикальной составляющей скорости V_z на недеформированной свободной поверхности (условие непроницаемости).

Плотность, теплоемкость и коэффициент теплового расширения наножидкостей определяются соотношениями

$$\rho_{nf} = (1-\varphi)\rho_f + \varphi\rho_s, \quad (7)$$

$$(\rho C_p)_{nf} = (1-\varphi)(\rho C_p)_f + \varphi(\rho C_p)_s, \quad (8)$$

$$\beta_{nf} = (1-\varphi)\beta_f + \varphi\beta_s. \quad (9)$$

Динамическая вязкость наножидкостей, заданная согласно [50], составляет

$$\mu_{nf} = \mu_f / (1-\varphi)^{2,5}. \quad (10)$$

Теплопроводность наножидкостей определяется по формуле Максвелла–Гарнетса, которая справедлива для малых объемных долей наночастиц в базовой жидкости [51]:

$$\frac{\lambda_{nf}}{\lambda_f} = \frac{\lambda_s + 2\lambda_f + 2(\lambda_s - \lambda_f)\varphi}{\lambda_s + 2\lambda_f + (\lambda_s - \lambda_f)\varphi}. \quad (11)$$

Теплофизические свойства базовой жидкости и различных типов наночастиц, рассмотренных в данном исследовании, приведены в таблице.

Таблица
Теплофизические свойства базовой жидкости и наночастиц

Физические свойства	Вода	Ag	Al ₂ O ₃
C_p , Дж·кг ⁻¹ ·К ⁻¹	4179	235	765
ρ , кг·м ⁻³	997,1	10500	3970
λ , Вт·м ⁻¹ ·К ⁻¹	0,613	429	40
β , К ⁻¹	$21 \cdot 10^{-5}$	$1,8910^{-5}$	$0,8510^{-5}$

2. Анализ линейной устойчивости и валидация численного решения

Когда решение находится вблизи основного состояния, то переменные, описывающие течение (скорость, давление и температура), раскладывают на основные невозмущенные величины и их бесконечно малые возмущения в виде $\mathbf{V} = \bar{\mathbf{V}} + \mathbf{V}'$, $P = \bar{P} + P'$ и $\theta = \bar{\theta} + \theta'$, где надстрочные индексы $'$ и $\bar{}$ относятся соответственно к основному состоянию и возмущению. Затем возмущенные компоненты переменных подставляют в уравнения (1)–(3), а нелинейными членами пренебрегают. При отсутствии боковых границ можно получить безразмерное стационарное решение для основного состояния, которое описывается линейной температурой и полупуазейлевским профилем скорости в плоскости:

$$\bar{\theta}(Z) = \frac{2 + \text{Bi} \lambda_f / \lambda_{nf}}{2[\text{Bi} \lambda_f / \lambda_{nf} + 1]} - \frac{(\lambda_f / \lambda_{nf}) \text{Bi}}{2 \cdot [\text{Bi} \lambda_f / \lambda_{nf} + 1]} Z, \quad (12)$$

$$V_x = 3(Z^2 - 2Z - 3)/8. \quad (13)$$

Трехмерные бесконечно малые возмущения будем принимать в виде нормальных мод

$$(V'_x, V'_y, V'_z, P', \theta') = (\hat{V}_x, \hat{V}_y, \hat{V}_z, \hat{P}, \hat{\theta}) e^{i(k_x X + k_y Y - \sigma t)}. \quad (14)$$

Линейный анализ устойчивости уравнений (1)–(3) приводит к следующим двум обыкновенным дифференциальным уравнением, записанным для амплитуды нормальных мод возмущений вертикальной составляющей скорости \hat{V}_z и амплитуды температурного возмущения $\hat{\theta}$

$$\frac{2}{(1-\varphi)^{2.5}(1-\varphi)\text{Re} + (1-\varphi)^{2.5}\varphi(\rho_s/\rho_f)\text{Re}} (D^2 - k^2)^2 \hat{V}_z = \\ = i \left[(k_x \bar{V}_x - \sigma)(D^2 - k^2 - k_x D^2 \bar{V}_x) \right] \hat{V}_z + \frac{\text{Ra}}{2 \text{Pr Re}^2} \left(1 - \varphi + \varphi \frac{\beta_s}{\beta_f} \right) k^2 \hat{\theta}, \quad (15)$$

$$-i\sigma \hat{\theta} + ik_x \bar{V}_x + \hat{V}_z D \bar{\theta} = \frac{2}{\text{Pr Re}} \cdot \frac{\lambda_{nf}/\lambda_f}{1 - \varphi + \varphi(\rho C_p)_s/(\rho C_p)_f} (D^2 - k^2) \hat{\theta}, \quad (16)$$

со следующими граничными условиями:

$$\hat{V}_z = 0, \quad D\hat{V}_z = 0, \quad \hat{\theta} = 0 \quad \text{при } Z = -1, \quad (17)$$

$$\left. \begin{aligned} & \hat{V}_z = 0 \\ & D^2 \hat{V}_z + (1-\varphi)^{2.5} k^2 \frac{\text{Ma}}{\text{Pe}} \hat{\theta} = 0 \\ & D\hat{\theta} + \left(\frac{\lambda_f}{\lambda_{nf}} \right) \frac{\text{Bi}}{2} \hat{\theta} = 0 \end{aligned} \right\} \text{при } Z = 1, \quad (18)$$

где $k^2 = k_x^2 + k_y^2$ и $D = \partial/\partial Z$. Уравнение (15) представляет собой линейное обыкновенное дифференциальное уравнение 4-го порядка, которое сводится к классическому уравнению Орра–Зоммерфельда при $\text{Ra} = 0$ [52], а уравнение (16) — линейное обыкновенное дифференциальное уравнение второго порядка для энергии возмущений. Эти два урав-

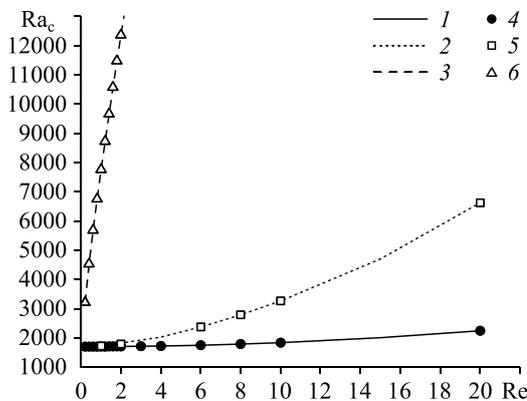
нения вместе с граничными условиями (17) и (18) описывают задачу на собственные значения, в которой σ является собственным значением. Такой подход позволяет провести численный расчет дисперсионного соотношения

$$D(k_x, k_y, \sigma, Ra, Ma, Bi, Re, Pr, \varphi) = 0. \tag{19}$$

Данное дисперсионное соотношение получено численно путем дискретизации задачи на собственные значения с использованием псевдоспектрального метода Чебышева [53]. Указанный метод основан на аппроксимации неизвестных функций интерполирующими полиномами Чебышева в точках Гаусса–Лобатто, определенных как

$$Z_j = \cos(\pi j/N), j = 0, 1, \dots, N. \tag{20}$$

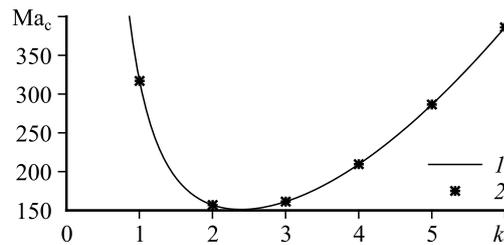
Вычислительная программа реализована в среде Matlab, а собственные значения системы (15)–(18) упорядочены в соответствии с уменьшением мнимой части σ . Когда $\text{Im}(\sigma)$ становится положительной, основное состояние неустойчиво. Число точек сетки Гаусса–Лобатто для расчетов составляет $N = 131$. Показано, что результаты вычислений не зависят от размеров сетки. Программа была тщательно протестирована на основе экспериментальных и численных результатов. Настоящие разработки оригинальны и авторам не известно о существовании опубликованных работ, с которыми можно было бы провести сравнение. Исходя из этого, будем действовать в два этапа. Сначала обоснуем реализацию уравнений (15) и (16), а на втором этапе проверим правильность граничных условий в уравнениях (17) и (18). Будем искать подтверждение численному решению при $\varphi = 0$ (чистая жидкость). Первая проверка касается устойчивости течения Пуазейля–Рэлея–Бенара (ПРБ) в поперечно-неограниченном канале с равномерным нагревом снизу. В этом случае имеем те же основные уравнения (уравнения (15) и (16)), но с жестким граничным условием вместо условия плоской свободной поверхности [3]. Для этого варианта определены критерии устойчивости возникновения продольных валиков и проведено их сравнение с опубликованными ранее [3, 54]. Полученные результаты хорошо согласуются с литературными данными и показывают, что основное течение становится неустойчивым к возникновению продольных валиков при критическом числе Рэлея $Ra_c = 1707,8$ и при критическом волновом числе $k_y = 3,116$. Эти критические значения не зависят от чисел Рейнольдса и Прандтля. Проверка работы программы также проведена на неустойчивостях в виде поперечных валиков. Пороги неустойчивости, полученные в настоящей работе, сравнивались с данными, полученными экспериментально для $Pr = 453$ (силиконовое масло) [55] и численно для $Pr = 1$ и $Pr = 7$ [56]. Эволюция Ra_c в зависимости от Re показана на рис. 2. Из рисунка видно, что решение хорошо согласуется с другими опубликованными данными. Второй этап валидации тестового случая касается конвекции Марангони в нагреваемом снизу бесконечном слое жидкости с конвективным теплообменом на свободной поверхности. В этом случае сохраняются прежние граничные условия (17) и (18), но сами уравнения для потока изменены (отсутствие вынужденной и естественной конвекции) [57]. На рис. 3 представлена кривая нейтральной устойчивости для случая термоконвективной неустойчивости



ные условия (17) и (18), но сами уравнения для потока изменены (отсутствие вынужденной и естественной конвекции) [57]. На рис. 3 представлена кривая нейтральной устойчивости для случая термоконвективной неустойчивости

Рис. 2. Критическое число Рэлея для неустойчивости в виде поперечных валиков в течении ПРБ как функция Re при $Pr = 1, 7$ и 453 .
 Вода без наночастиц ($\varphi = 0$); $Pr = 1$ (1), 7 (2), 453 (3) — данные настоящей работы, $Pr = 1$ (4), 7 (5) — данные [50] и $Pr = 453$ (6) — данные [49].

Рис. 3. Сравнение численных результатов для нейтральной кривой устойчивости при наличии конвекции Марангони с аналитическими результатами [29] и [57] для $Ra = 0$, $Bi = 2$ и $Pr = 7$.
1 — аналитические данные исследований [29], [57],
2 — численные результаты настоящей работы.



в зависимости от волнового числа k при $Bi = 2$. Полученные результаты хорошо согласуются с аналитическими результатами [29, 57], представленными в виде следующего выражения:

$$Ma_c = \frac{16k(k \cdot \cosh k + Bi \sin k)(2k - \sinh 2k)}{4k^3 \cosh k + 3 \sinh k - \sin 3k}. \quad (21)$$

3. Результаты и обсуждение

Для изучения возникновения тепловых неустойчивостей в равномерно нагретом снизу горизонтальном канале со свободной поверхностью рассмотрим результаты расчета линейной устойчивости для двух различных наножидкостей, а именно: вода + Al_2O_3 и вода + Ag. Остановимся на двух видах тепловой неустойчивости. Первый — это тепловая конвективная неустойчивость в виде стационарных продольных валиков ($k_x = 0$, $k_y \neq 0$) с $Re(\sigma) = 0$. Продольные валики имеют оси, параллельные среднему течению. Вторым видом — тепловая конвективная неустойчивость в виде нестационарных поперечных валиков, оси которых перпендикулярны среднему течению ($k_x \neq 0$, $k_y = 0$ и $Re(\sigma) \neq 0$). Проведены расчеты критериев неустойчивости для широкого диапазона определяющих параметров, таких как число Рэлея, число Марангони, число Био и число Рейнольдса. Объемная доля наночастиц в жидкости, моделируемой в данной работе, очень низкая ($\varphi \leq 0,03$). Число Прандтля основной жидкости поддерживается постоянным на уровне 6,2. Для иллюстрации закономерностей течения на рис. 4 представлен график для случая наножидкости оксид алюминия/вода с объемной долей наночастиц $\varphi \leq 0,03$. Наиболее

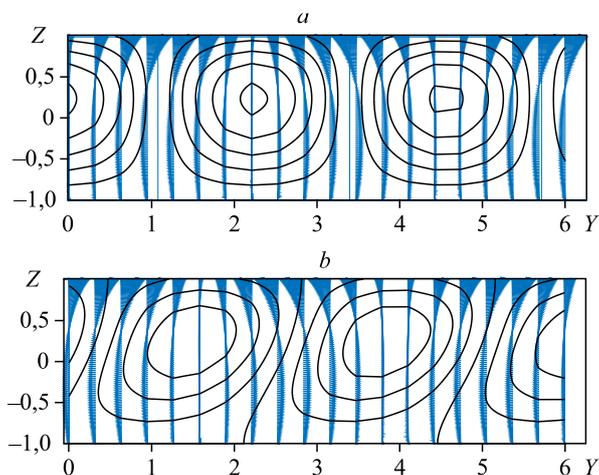


Рис. 4. Поперечные сечения компонентов \hat{V} (голубые стрелки) и $\hat{\theta}$ (контуры) для наиболее неустойчивых собственных мод в виде продольных (a) и поперечных (b) валиков для случая течения наножидкости оксид алюминия/вода ($\varphi = 0,03$, $Ma = 500$, $Re = 2$, $Bi = 10$).

a — продольные валики ($Ra_c = 105,70$ и $k_y^c = 1,35$),

b — поперечные валики ($Ra_c = 206,65$ и $k_x^c = 1,34$).

неустойчивые собственные моды представляют термоконвективные неустойчивости в виде продольных и поперечных валиков (см. соответственно рис. 4а и 4b). Ключевые параметры были заданы следующим образом: $Pr = 6,2$, $Ma = 500$, $Re = 2$, и $Bi = 10$, а полученные критические параметры составили $Ra_c = 105,7$, $k_y^c = 1,35$ — для продольных валиков и $Ra_c = 206,65$, $k_x^c = 1,34$ — для поперечных валиков. Видно, что центры для обоих термоконвективных валиков больше смещены в сторону свободной поверхности. Поперечные валики слегка деформированы и менее симметричны относительно оси Z . Этот эффект непосредственно связан с термокапиллярными силами, действующими на поверхности жидкости, которые параллельны направлению течения в случае поперечных валиков.

3.1. Продольные валики

Обсудим результаты расчета линейной устойчивости при зарождении продольных валиков. Они показали, что критические значения (Ra_c и Ma_c), связанные с появлением продольных валиков, не зависят от чисел Рейнольдса и Прандтля при любой объемной доле наночастиц в наножидкости. На рис. 5 приведены результаты для числа Рейнольдса $Re = 20$, при котором реализуется режим течения со стабильными продольными валиками. При $Ma = 0$ продольные валики генерируются подъемной силой, а термокапиллярные силы

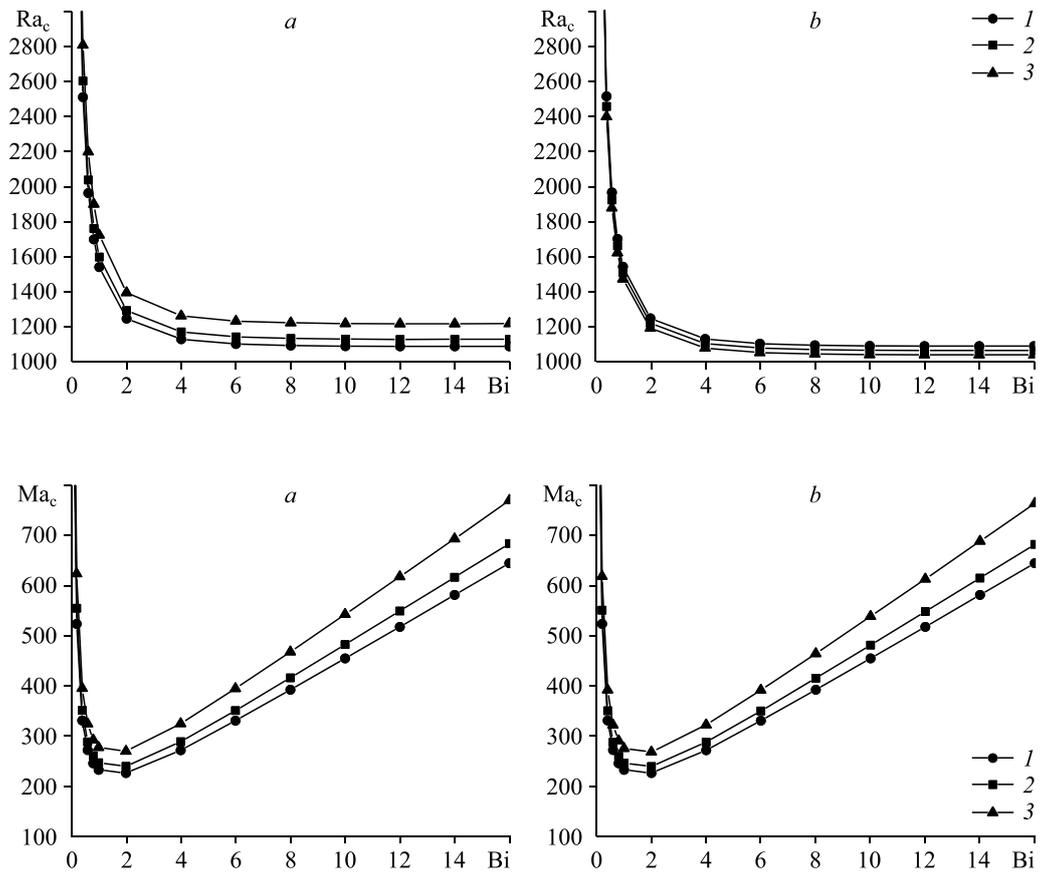


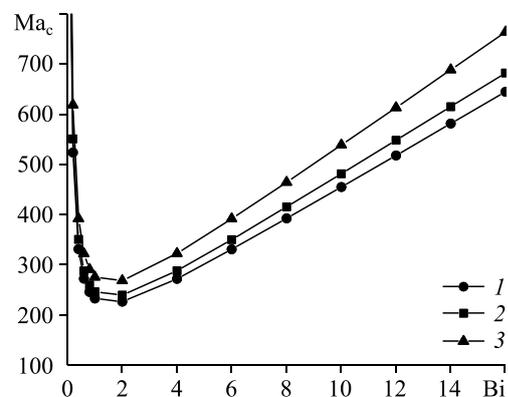
Рис. 5. Изменение критического числа Рэлея Ra_c (возникновение продольных валиков) в наножидкостях оксид алюминия/вода (а) и серебро/вода (b) в зависимости от числа Bi для различных объемных долей φ и сравнение со случаем чистой воды.

Чистая вода (1), наножидкости: $\varphi = 0,01$ (2), 0,03 (3).

пренебрежимо малы. Для этого случая показано изменение критического числа Рэлея как функции числа Био при различных значениях объемной доли наночастиц для наножидкостей оксид алюминия/вода (рис. 5a) и серебро/вода (рис. 5b) по сравнению с чистой водой. Во всех случаях (для чистой воды или наножидкости) видно, что при $Bi = 0$ течение все еще устойчиво из-за постоянной температуры основного состояния течения $\bar{\theta}(Z) = 1$, что соответствует случаю, когда свободная поверхность является теплоизолирующей. Для умеренного числа Био критическое число Рэлея сильно понижается до тех пор, пока не достигнет окрестности $Bi = 2$, а затем продолжает слабо уменьшаться до достижения асимптотического значения. Это можно объяснить тепловыми граничными условиями на свободной поверхности, влияющими на температурные возмущения в объеме. Действительно, при малых значениях Bi эти возмущения очень чувствительны к изменению теплообмена на свободной поверхности. При больших значениях Bi граничное условие по теплообмену на свободной поверхности можно рассматривать как заданную постоянную температуру, которая заставляет критическое число Рэлея стремиться к этому асимптотическому значению. Можно отметить, что при всех значениях числа Био в случае наножидкости оксид алюминия/вода критическое число Рэлея растет при увеличении объемной доли наночастиц. Однако в случае с наножидкостью серебро/вода критическое число Рэлея уменьшается при увеличении объемной доли наночастиц. Что касается более высокого значения Ra_c при зарождении неустойчивости потока, то наножидкость оксид алюминия/вода более устойчива к возмущениям, чем чистая вода, в то время как наножидкость серебро/вода менее устойчива, чем чистая вода. Это можно объяснить отношением теплоемкости наночастиц к теплоемкости базовой жидкости $(\rho C_p)_{ratio} = (\rho C_p)_s / (\rho C_p)_f$, которое является большим в случае наножидкости оксид алюминия/вода $((\rho C_p)_{ratio}(Al_2O_3) = 0,73)$ по сравнению с наножидкостью серебро/вода $((\rho C_p)_{ratio}(Ag) = 0,59)$, а также соотношением коэффициентов теплопроводности самих наночастиц в базовой жидкости $(\lambda_{ratio} = \lambda_s / \lambda_f)$, которое больше в случае наножидкости серебро/вода $(\lambda_{ratio}(Ag) = 699,8)$ по сравнению с таковым для наножидкости оксид алюминия/вода $(\lambda_{ratio}(Al_2O_3) = 65,3)$. Можно сделать вывод о том, что более высокая теплопроводность способствует термодиффузии за счет проводимости в объеме наножидкости, а ограниченная теплоемкость приводит к ранней генерации конвективных валиков.

Изменение поверхностного натяжения как функции температуры (эффект Марангони или термокапиллярный эффект) способствует течению на свободной поверхности от горячих областей к холодным. Выбор случая, когда $Ra = 0$, позволяет анализировать только эффект Марангони без учета эффекта подъемной силы. На рис. 6 показано изменение критического числа Марангони в зависимости от числа Био при различных значениях объемной доли наночастиц оксид алюминия/вода по сравнению с чистой водой. В случае наножидкости серебро/вода поведение числа Ma_c как функции числа Bi следует той же тенденции, что и в случае наножидкости оксид алюминия/вода, поэтому для краткости эти графики здесь не приводятся. Для любого случая (чистая вода или наножидкость) можно видеть,

Рис. 6. Изменение критического числа Марангони Ma_c (возникновение продольных валиков) в наножидкостях оксид алюминия/вода (a) и серебро/вода (b) в зависимости от числа Bi для различных объемных фракций φ и сравнение со случаем чистой воды. Обозначения см. на рис. 5.



что при $Bi = 0$ течение всегда устойчиво благодаря теплоизливающей поверхности, которая предотвращает создание горизонтальных градиентов температуры для развития термокапиллярных сил. Для умеренного числа Био критическое число Марангони сильно уменьшается приблизительно до $Bi = 1,5$, а затем линейно увеличивается с ростом Bi . Это объясняется тем, что при меньших значениях Bi горизонтальные градиенты температуры на свободной поверхности больше, что, в свою очередь, способствует развитию неустойчивости. В то же время при больших значениях Bi на свободной поверхности наблюдаются слабые горизонтальные градиенты температуры, которые имеют тенденцию линейно увеличивать критическое число Марангони с ростом Bi . В отличие от неустойчивости, возникающей за счет подъемной силы, здесь увеличение объемной доли наночастиц стабилизирует течение для всех значений числа Био независимо от типа наночастиц (оксид алюминия или серебро). Следовательно, присутствие наночастиц влияет на зависимость поверхностного натяжения от температуры. Как показано в работе [58], поверхностное натяжение для наножидкости возрастает с увеличением концентрации и размеров наночастиц. Это может увеличить сдвиговое напряжение на свободной поверхности, тем самым нарушая генерацию конвективных валиков.

Рассмотрим сочетание влияния подъемной силы и термокапиллярного эффекта на неустойчивость течения. Чтобы проанализировать влияние термокапиллярных сил и объемной доли наночастиц на зарождение продольных валиков, обратимся к рис. 7а и 7б, где показано поведение критического числа Рэлея в зависимости от числа Марангони для различных значений объемной доли наночастиц для наножидкостей оксид алюминия/вода и серебро/вода по сравнению с чистой водой при $Bi = 10$. Видно, что во всех случаях Ra_c уменьшается с увеличением Ma . Таким образом, сила плавучести и термокапиллярный эффект усиливают друг друга, вызывая неустойчивость системы. В случае наножидкости оксид алюминия/вода увеличение объемной доли наночастиц делает течение более стабильным по сравнению с чистой водой независимо от числа Марангони. Однако в случае наножидкости серебро/вода добавление наночастиц оказывает стабилизирующий эффект на течение для чисел Марангони выше $Ma \approx 116$. Отсюда следует вывод, что присутствие наночастиц за пределами этого значения числа Марангони делает эффект поверхностного натяжения очень важным для преодоления подъемной силы, которая стабилизирует течение.

На рис. 8 представлено сравнение кривых устойчивости для наножидкостей на водной основе с наночастицами алюминия и серебра, а также чистой воды при $Ma = 0$ (эффект подъемной силы). Объемная доля наночастиц $\phi = 0,03$. Видно, что нейтральные кривые имеют минимум при ненулевом значении волнового числа для всех

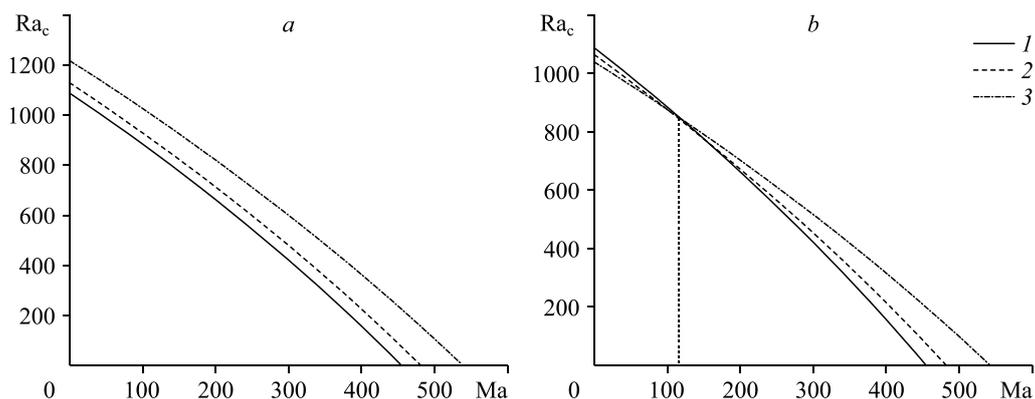
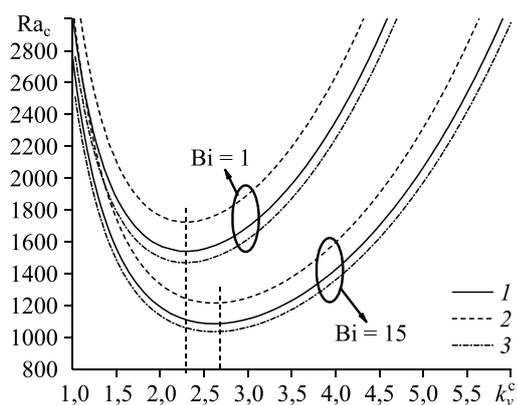


Рис. 7. Изменение критического числа Рэлея Ra_c (порождение продольных валиков) в наножидкостях оксид алюминия/вода (а) и серебро/вода (б) в зависимости от числа Ma для различных объемных долей ϕ и сравнение со случаем чистой воды.

Обозначения см. на рис. 5.

Рис. 8. Кривые предельной устойчивости в координатах $k_y - Ra$ для наножидкостей на водной основе с наночастицами оксида алюминия (1) и серебра (2) при $\varphi = 0,03$ по сравнению с чистой водой (3) при $Ma = 0$ и $Bi = 1$ и 15.



рассматриваемых случаев. Этот минимум соответствует критическому числу Рэля Ra_c , которое отвечает возникновению продольных валиков и связанному с ним волновому числу k_y^c . Каким бы ни был исследуемый случай (вода или наножидкость на водной основе), критическое значение числа Рэля имеет место при $k_y^c = 2,327$, когда число Био мало ($Bi = 1$), и при $k_y^c = 2,633$, когда число Био больше ($Bi = 15$). Результаты показывают, что для случая неустойчивости неколебательного типа критическое значение волнового числа k_y^c (следовательно, и размер продольных валиков в начале неустойчивости) не зависит от теплофизических свойств различных наножидкостей. Однако при очень низком теплообмене на верхней поверхности ($Bi = 1$) температура жидкой пленки в общем случае возрастает, что уменьшает тепловые градиенты и заметно уменьшает число конвективно порожденных валиков, описываемых через k_y , по сравнению с высокими значениями Bi . Сочетание воздействия подъемной силы и термокапиллярного эффекта на критическое волновое число продольных валиков будет обсуждаться в следующем разделе «Поперечные валики», поскольку оно оказывает одинаковое влияние на оба конвективно порожденных валика.

3.2. Поперечные валики

Исследование устойчивости течения с образованием поперечных валиков начнем, как и в предыдущем разделе, с изучения неустойчивости, возникающей вследствие влияния подъемной силы при нулевом термокапиллярном эффекте ($Ma = 0$). На рис. 9a и 9b представлено значение критического числа Рэля, связанного с генерацией поперечных валиков как функции числа Био при различных значениях объемной доли наночастиц

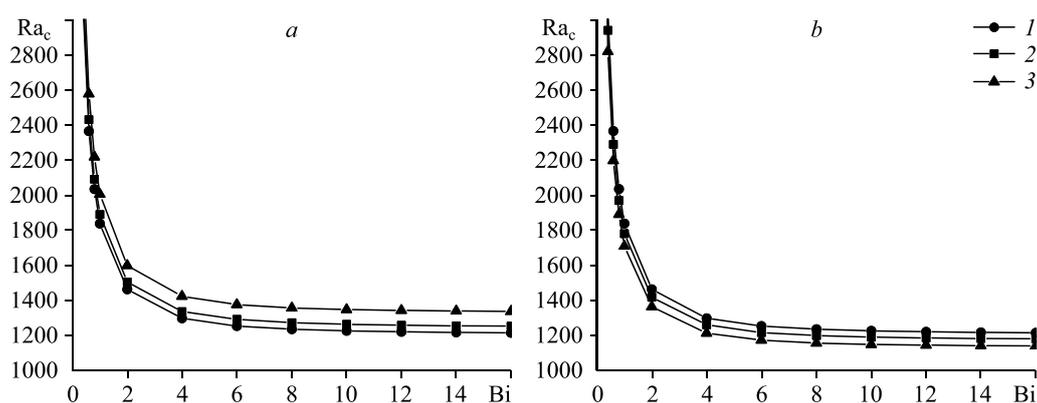


Рис. 9. Изменение критического числа Рэля Ra_c (порождение поперечных валиков) в наножидкостях оксид алюминия/вода (a) и серебро/вода (b) в зависимости от числа Bi для различных объемных долей φ и сравнение со случаем чистой воды.

Обозначения см. на рис. 5.

в наножидкостях оксид алюминия/вода и серебро/вода по сравнению с водой при числе Рейнольдса $Re = 2$. Из рисунка видно, что число Рэлея (соответствующее неустойчивости в виде поперечных валиков) демонстрирует то же поведение, что и закономерности неустойчивости в виде продольных валиков. Во всех случаях (чистая вода или наножидкости) критическое число Рэлея резко уменьшается при низких значениях числа Био вплоть до $Bi = 4$, а затем продолжает незначительно уменьшаться к асимптотическому значению. Следует отметить, что влияние наночастиц на зарождение поперечных валиков носит такой же характер, как и в случае зарождения продольных валиков. Как показано в предыдущем разделе, для всех значений числа Био критическое число Рэлея, связанное с зарождением поперечных валиков, увеличивается за счет увеличения объемной доли для наножидкости оксид алюминия/вода. Однако в случае наножидкости серебро/вода критическое число Рэлея уменьшается при росте объемной доли наночастиц.

Для случая чистой термокапиллярной конвекции ($Ra = 0$) результаты моделирования представлены на рис. 10 в виде критического числа Марангони (зарождение поперечных валиков) как функции числа Био при различных значениях объемной доли наночастиц в наножидкости оксид алюминия/вода по сравнению с чистой водой при числе Рейнольдса $Re = 2$. Как и в случае с генерацией продольных валиков критическое число Марангони также сильно уменьшается при низких значениях числа Био приблизительно до $Bi = 1,5$, а затем линейно возрастает с ростом Bi . В случае наножидкости серебро/вода поведение числа Ma_c как функции числа Bi совпадает со случаем наножидкости оксид алюминия/вода, поэтому для краткости эти графики здесь не приводятся. Как было показано в случае генерации продольных валиков, добавление наночастиц откладывает возникновение термокапиллярных неустойчивостей в виде поперечных валиков для всех типов наночастиц (оксида алюминия или серебра).

Для иллюстрации влияния сопряженных термогравитационных и термокапиллярных сил на пороги возникновения поперечных валиков на рис. 11 представлено критическое число Рэлея (генерация поперечных валиков) как функция числа Марангони при различных значениях объемной доли наночастиц в наножидкостях оксид алюминия/вода и серебро/вода по сравнению с чистой водой при числах Рейнольдса $Re = 2$ и Био $Bi = 10$. Как видно из графиков, связь между этими двумя силами демонстрирует тот же эффект, что и в случае неустойчивости, порождающей продольные валики, для которых увеличение числа Марангони делает систему менее устойчивой во всех исследованных случаях (чистая вода или наножидкости). В случае наножидкости оксид алюминия/вода увеличение объемной доли наночастиц задерживает начало зарождения поперечных валиков независимо от числа Марангони. Однако в случае наножидкости серебро/вода добавление наночастиц задерживает возникновение поперечных валиков только при числах Марангони со значениями от $Ma \approx 180$.

На рис. 12 показано критическое число Рэлея (порождение поперечных валиков)

как функция числа Рейнольдса для водных наножидкостей с наночастицами алюминия или серебра по сравнению с чистой водой для чисел Марангони $Ma = 200$ и Био $Bi = 10$. Во всех наножидкостях,

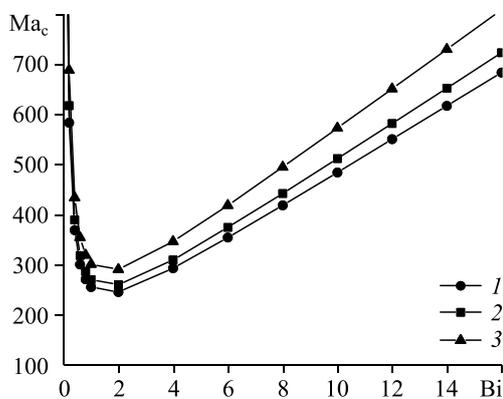


Рис. 10. Изменение критического числа Марангони Ma_c (возникновение поперечных валиков) в наножидкостях оксид алюминия/вода (a) и серебро/вода (b) в зависимости от числа Био для различных объемных фракций ϕ и сравнение со случаем чистой воды. Обозначения см. на рис. 5.

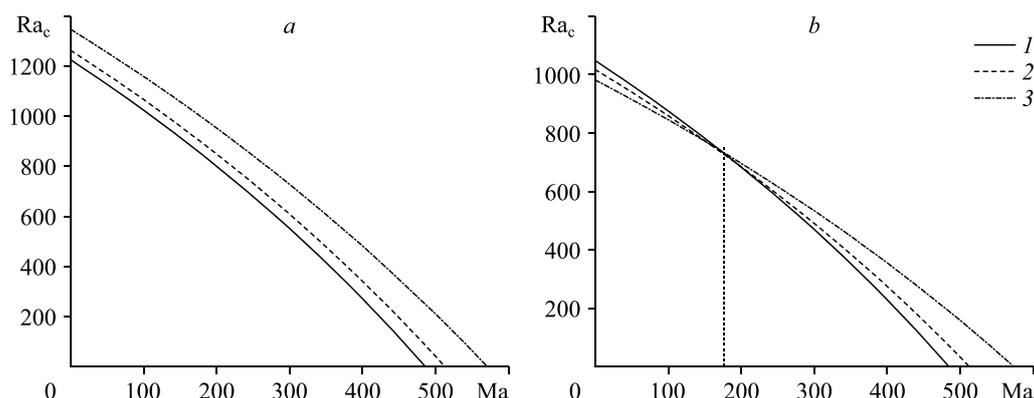


Рис. 11. Изменение критического числа Рэля Ra_c (возникновение поперечных валиков) в наножидкостях оксид алюминия/вода (а) и серебро/вода (б) в зависимости от числа Ма для различных объемных долей φ и сравнение со случаем чистой воды.

Обозначения см. на рис. 5.

как и в чистой воде, критическое число Рэля при возникновении поперечных валиков возрастает с ростом числа Рейнольдса. На рисунке видно, что добавление наночастиц Al_2O_3 задерживает зарождение поперечных валиков независимо от числа Рейнольдса. В случае наножидкости серебро/вода добавление наночастиц Ag немного подавляет возникновение поперечных валиков при малых числах Рейнольдса ($Re < 3$) и дестабилизирует течение при больших значениях числа Рейнольдса ($Re > 3$).

На рис. 13 изображены графики критического волнового числа для поперечных валиков k_x^c в зависимости от числа Марангони Ма для случаев воды, наножидкостей серебро/вода и оксид алюминия/вода с $\varphi = 0,03$ при числах Рейнольдса $Re = 2$ и Био $Bi = 10$. Во всех случаях волновое число для поперечных валиков незначительно увеличивается с ростом числа Марангони. Это указывает на то, что сила плавучести и термокапиллярные эффекты усиливают друг друга и создают больше конвективных поперечных валиков. Можно отметить, что добавление наночастиц (Ag или Al_2O_3) не оказывает никакого влияния на потоковое критическое волновое число при низком числе Марангони ($Ma < 250$).

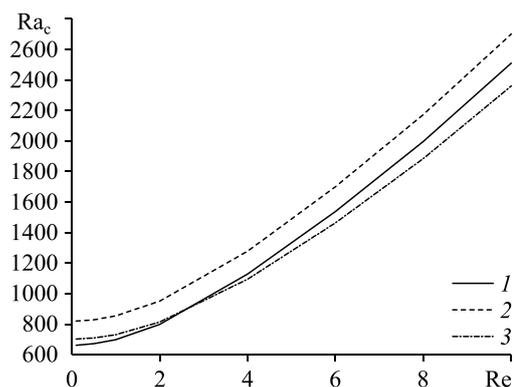


Рис. 12. Критическое число Рэля Ra_c (возникновение поперечных валиков) в зависимости от числа Re для наножидкостей на водной основе с наночастицами оксида алюминия (1) и серебра (2) при $\varphi = 0,03$ по сравнению с чистой водой (3) при $Ma = 200$ и $Bi = 10$.

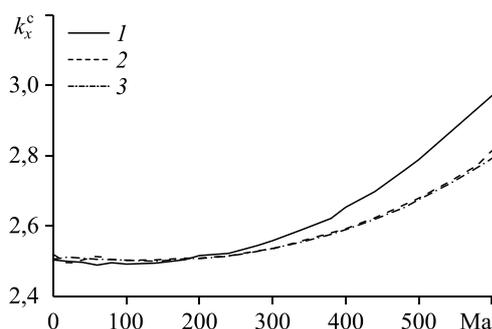


Рис. 13. Критическое потоковое волновое число для поперечных валиков как функция числа Марангони для чистой воды (1) и для наножидкостей оксид алюминия/вода (2) и серебро/вода (3) при $\varphi = 0,03$, $Re = 2$, $Bi = 10$.

Однако при высоком числе Марангони ($Ma > 250$) добавление наночастиц уменьшает критическое волновое число. Это означает, что при больших числах Марангони мы имеем больше конвективных поперечных валиков в потоке чистой воды, чем в течениях наножидкости. На самом деле, как было показано ранее, добавление наночастиц уменьшает термокапиллярные силы, которые затрудняют генерацию валиков. Такие же результаты подтверждены и для продольных валиков.

Заключение

В настоящей работе впервые проведен анализ устойчивости смешанного конвективного течения в сочетании с термокапиллярным эффектом для случая горизонтальной жидкой пленки, протекающей по открытому каналу с равномерным нагревом снизу. Рассмотрены чистая вода и наножидкость на водной основе, содержащая наночастицы Al_2O_3 или Ag. Результаты анализа линейной устойчивости представлены в виде нейтральных кривых устойчивости, из которых можно определить критические параметры, приводящие к генерации валиков, порожденных термоконвекцией. Основным интересом представляет тепловая неустойчивость, которая развивается в виде стационарных продольных валиков или неустойчивых поперечных валиков. В работе рассмотрено и проанализировано влияние чисел Био и Рейнольдса на критические параметры возникновения продольных и поперечных валиков. При наличии только влияния сил плавучести течение менее устойчиво к генерации продольных и поперечных валиков при большем числе Био ($Bi > 5$) независимо от изучаемого случая (чистая вода или наножидкость). Однако если учитывать только термокапиллярный эффект, то для обоих видов конвективных валиков течение менее стабильно уже при умеренном числе Био ($1 < Bi < 3$).

Сравнение течений чистой воды (без наночастиц) и наножидкостей на водной основе показывает, что присутствие наночастиц может стабилизировать или дестабилизировать течение (порождение валиков), что, очевидно, зависит от типа и объемной доли наночастиц. Также показано, что подъемные и термокапиллярные силы усиливают друг друга. Это приводит к тому, что система становится менее устойчивой. Однако при определенном значении числа Марангони добавление наночастиц делает эффект поверхностного натяжения очень важным для преодоления сил плавучести и, таким образом, вызывает стабилизацию течения. Увеличение числа Био приводит к росту валиков как для чистой воды, так и для течения наножидкостей. Кроме того, полученные результаты показали, что критическое значение волнового числа конвективных валиков не зависит от теплофизических свойств различных наножидкостей и равно значению, характерному для чистой воды (особенно при низком числе Марангони). Наконец, при высоких числах Марангони в потоке чистой воды конвективных валиков возникает больше, чем в наножидкости.

Список литературы

1. Imura H., Gilpin R.R., Cheng K.C. An experimental investigation of heat transfer and buoyancy induced transition from laminar forced convection to turbulent free convection over a horizontal isothermally heated plate // J. Heat Transfer. 1978. Vol. 100, No. 3. P. 429–434.
2. Luijckx J.M., Platten J.K., Legros J.C. On the existence of thermoconvective rolls, transverse to a superimposed mean Poiseuille flow // Int. J. Heat Mass Transfer. 1981. Vol. 24, No. 7. P. 1287–1291.
3. Platten J.K., Legros J.C. Convection in liquids. Berlin: Springer-Verlag, 1984. 679 p.
4. Akiyama M., Hwang G.J., Cheng K.C. Experiments on the onset of longitudinal vortices in laminar forced convection between horizontal plates // J. Heat Transfer. 1971. Vol. 93, No. 4. P. 335–341.
5. Yasuo M., Yutaka U. Forced convective heat transfer between horizontal flat plates // Int. J. Heat Mass Transfer. 1966. Vol. 9, No. 8. P. 803–808.
6. Busse F.H. On the stability of two-dimensional convection in a layer heated from below // J. Math. Phys. 1967. Vol. 46, No. 1–4. P. 140–150.
7. Busse F.H., Clever R.M. Instabilities of convection rolls in a fluid of moderate Prandtl number // J. Fluid Mech. 1979. Vol. 91, No. 2. P. 319–335.

8. Busse F.H., Whitehead J.A. Instabilities of convection rolls in a high Prandtl number fluid // *J. Fluid Mech.* 1971. Vol. 47, No. 2. P. 305–320.
9. Gage K.S., Reid W.H. The stability of thermally stratified plane Poiseuille flow // *J. Fluid Mech.* 1968. Vol. 33, No. 1. P. 21–32.
10. Carrière P., Monkewitz P.A. Convective versus absolute instability in mixed Rayleigh–Poiseuille convection // *J. Fluid Mech.* 1999. Vol. 384. P. 243–262.
11. Mori Y., Uchida Y. Forced convective heat transfer between horizontal flat plates // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1966. Vol. 9, No. 8. P. 803–817.
12. Chang M.Y., Lin T.F. Experimental study of aspect ratio effects on longitudinal vortex flow in mixed convection of air in a horizontal rectangular duct // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1998. Vol. 41, No. 4. P. 719–733.
13. Mergui S., Nicolas X., Hirata S. Sidewall and thermal boundary condition effects on the evolution of longitudinal rolls in Rayleigh–Bénard–Poiseuille convection // *Phys. Fluids.* 2011. Vol. 23, No. 8. P. 084101-1–084101-9.
14. Taher R., Abid C. Experimental determination of heat transfer in a Poiseuille–Rayleigh–Bénard flow // *Heat Mass Transfer.* 2018. Vol. 54, No. 5. P. 1453–1466.
15. Ouazzani M.T., Caltagirone J.P., Meyer G., Mojtabi A. Etude numérique et expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1989. Vol. 32, No. 2. P. 261–269.
16. Ouazzani M.T., Platten J.K., Mojtabi A. Etude expérimentale de la convection mixte entre deux plans horizontaux à températures différentes // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1990. Vol. 33, No. 7. P. 1417–1427.
17. Ouazzani M.T., Platten J.K., Mojtabi A. Intermittent patterns in mixed convection // *Appl. Sc. Res.* 1993. Vol. 51, No. 4. P. 677–685.
18. Nicolas X., Mojtabi A., Platten J.K. Two-dimensional numerical analysis of the Poiseuille–Bénard flow in a rectangular channel heated from below // *Phys. Fluids.* 1997. Vol. 9, No. 2. P. 337–348.
19. Kato Y., Fujimura K. Prediction of pattern selection due to an interaction between longitudinal rolls and transverse modes in a flow through a rectangular channel heated from below // *Phys. Rev. E.* 2000. Vol. 62, No. 1. P. 601–611.
20. Hamed H.B., Bennacer R., Sammouda H. Poiseuille–Rayleigh–Bénard problem in a horizontal duct of finite length in streamwise direction: stability analysis // *Prog. Comput. Fluid Dynamics.* 2008. Vol. 8, No. 6. P. 342–350.
21. Andreev V.K., Gaponenko Y.A., Goncharova O.N., Pukhnachev V.V. *Mathematical models of convection.* Berlin: Walter de Gruyter, 2012. 432 p.
22. Джозеф Д. Устойчивость движений жидкости. М.: Мир, 1981. 639 с.
23. Bammou L., El Omari K., Blancher S., Le Guer Y., Benhamou B., Mediouni T. A numerical study of the longitudinal thermoconvective rolls in a mixed convection flow in a horizontal channel with a free surface // *Int. J. Heat Fluid Flow.* 2013. Vol. 42. P. 265–277.
24. Bammou L., Blancher S., Le Guer Y., El Omari K., Benhamou B. Linear stability analysis of Poiseuille–Bénard–Marangoni flow in a horizontal infinite liquid film // *Int. Commun. Heat Mass Transfer.* 2014. Vol. 54. P. 126–131.
25. Bankoff S.G. Stability of liquid flow down a heated inclined plane // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1971. Vol. 14, No. 3. P. 377–385.
26. Hu J., Hadid B., Henry D., Mojtabi A. Linear temporal and spatio-temporal stability analysis of a binary liquid film flowing down an inclined uniformly heated plate // *J. Fluid Mech.* 2008. Vol. 599. P. 269–298.
27. Thiele U., Knobloch E. Thin liquid films on a slightly inclined heated plate // *Phys. D: Nonlin. Phen.* 2004. Vol. 190, No. 3–4. P. 213–248.
28. Goussis D.A., Kelly R.E. Surface wave and thermocapillary instabilities in a liquid film flow // *J. Fluid Mech.* 1991. Vol. 223. P. 25–45.
29. Pearson J.R.A. On convection cells induced by surface tension // *J. Fluid Mech.* 1958. Vol. 4, No. 5. P. 489–500.
30. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Stability of exact solutions describing twolayer flows with evaporation at the interface // *Fluid Dyn. Res.* 2016. Vol. 48, No. 6. P. 061408-1–061408-27.
31. Bekezhanova V.B., Goncharova O.N. Analysis of the exact solution for the evaporative convection problem and properties of the characteristic perturbations // *Int. J. Therm. Sci.* 2018. Vol. 130. P. 323–332.
32. Laure P., Roux B. Linear and non-linear analysis of the Hadley circulation // *J. Cryst. Growth.* 1989. Vol. 97, No. 1. P. 226–234.
33. Parmentier P.M., Regnier V.C., Lebon G. Buoyant-thermocapillary instabilities in medium-Prandtl-number fluid layers subject to a horizontal temperature gradient // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1993. Vol. 36, No. 9. P. 2417–2427.
34. Burguete J., Mukolobwiz N., Daviaud F., Garnier N., Chiffaudel A. Buoyant thermocapillary instabilities in extended liquid layers subjected to a horizontal temperature gradient // *Phys. Fluids.* 2001. Vol. 13, No. 10. P. 2773–2787.
35. Li Q., Xuan Y., Wang J. Investigation on convective heat transfer and flow features of nanofluids // *J. Heat Transfer.* 2003. Vol. 125, No. 1. P. 151–155.
36. Buongiorno J. Convective transport in nanofluids // *J. Heat Transfer.* 2006. Vol. 128, No. 3. P. 240–250.
37. Ghanbarpour M., Khodabandeh R., Vafai K. An investigation of thermal performance improvement of a cylindrical heat pipe using Al_2O_3 nanofluid // *Heat Mass Transfer.* 2017. Vol. 53, No. 3. P. 973–983.
38. Haddad Z., Oztop H.F., Abu-Nada E., Mataoui A. A review on natural convective heat transfer of nanofluids // *Renew. Sust. Energy Rev.* 2012. Vol. 16, No. 7. P. 5363–5378.

39. **Trisaksri V., Wongwises S.** Critical review of heat transfer characteristics of nanofluids // *Renew. Sust. Energy Rev.* 2007. Vol. 11, No. 3. P. 512–523.
40. **Yang C., Li W., Nakayama A.** Convective heat transfer of nanofluids in a concentric annulus // *Int. J. Therm. Sci.* 2013. Vol. 71. P. 249–257.
41. **Ryzhkov I.I., Minakov A.V.** The effect of nanoparticle diffusion and thermophoresis on convective heat transfer of nanofluid in a circular tube // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2014. Vol. 77. P. 956–969.
42. **Kozlova S.V., Ryzhkov I.I.** The influence of nanoparticle migration on forced convective heat transfer of nanofluid under heating and cooling regimes // *Eur. Phys. J. E.* 2014. Vol. 37, No. 9. Art. No. 87. 16 p.
43. **Tzou D.Y.** Thermal instability of nanofluids in natural convection // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2008. Vol. 51, No. 11. P. 2967–2979.
44. **Tzou D.Y.** Instability of nanofluids in natural convection // *J. Heat Transfer.* 2008. Vol. 130, No. 7. P. 072401-1–072401-9.
45. **Xue H.S., Fan J.R., Hu Y.C., Hong R.H., Cen K.F.** The interface effect of carbon nanotube suspension on the thermal performance of a two-phase closed thermosiphon // *J. Appl. Phys.* 2006. Vol. 100, No. 10. P. 104909-1–104909-5.
46. **Aminfar H., Mohammadpourfard M., Mohseni F.** Numerical investigation of thermocapillary and buoyancy driven convection of nanofluids in a floating zone // *Int. J. Mech. Sci.* 2012. Vol. 65, No. 1. P. 147–156.
47. **Kolsi L., Lajnef E., Aich W., Alghamdi A., Aichouni M.A., Borjini M.N., Aissia H.B.** Numerical investigation of combined buoyancy-thermocapillary convection and entropy generation in 3D cavity filled with Al_2O_3 nanofluid // *Alex. Eng. J.* 2017. Vol. 56, No. 1. P. 71–79.
48. **Gray D.D., Giorgini A.** The validity of the Boussinesq approximation for liquids and gases // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 1976. Vol. 19, No. 5. P. 545–551.
49. **Davis S.H.** Thermocapillary instabilities // *Annu. Rev. Fluid Mech.* 1987. Vol. 19, No. 1. P. 403–435.
50. **Brinkman H.C.** The viscosity of concentrated suspensions and solutions // *J. Chem. Phys.* 1952. Vol. 20, No. 4. P. 571–571.
51. **Buongiorno J., Venerus D.C., Prabhat N. et al.** A benchmark study on the thermal conductivity of nanofluids // *J. Appl. Phys.* 2009. Vol. 106, No. 9. P. 094312-1–094312-14.
52. **Drazin P.G., Reid W.H.** *Hydrodynamic stability.* Cambridge University Press. 2004. 605 p.
53. **Canuto C., Hussaini M.Y., Quarteroni A., Zang T.A.** *Spectral methods in fluid dynamics.* New York–Heidelberg–Berlin: Springer-Verlag, 1987. 557 p.
54. **Nicolas X.** Bibliographical review on the Poiseuille–Rayleigh–Bénard flows: the mixed convection flows in horizontal rectangular ducts heated from below // *Int. J. Therm. Sci.* 2002. Vol. 41, No. 10. P. 961–1016.
55. **Luijckx J.M.** Influence de la présence de parois latérales sur l'apparition de la convection libre, forcée et mixte // Thèse de doctorat, Université de Mons-Hainaut. Belgique. 1983.
56. **Nicolas X., Luijckx J. M., Platten J.K.** Linear stability of mixed convection flows in horizontal rectangular channels of finite transversal extension heated from below // *Int. J. Heat Mass Transfer.* 2000. Vol. 43, No. 4. P. 589–610.
57. **Colinet P., Legros J.C., Velarde M.G., Prigogine I.** *Nonlinear dynamics of surface tension driven instabilities.* Berlin: Wiley Online Library, 2001. 512 p.
58. **Bhuiyan M.H.U., Saidur R., Amalina M.A., Mostafizur R.M., Islam A.** Effect of nanoparticles concentration and their sizes on surface tension of nanofluids // *Procedia Eng.* 2015. Vol. 105. P. 431–437.

*Статья поступила в редакцию 26 декабря 2018 г.,
после доработки — 17 июля 2019 г.,
принята к публикации 6 ноября 2019 г.,
после дополнительной доработки — 12 апреля 2021 г.*