

14. Зырянов В. Я. // Горение конденсированных и гетерогенных систем.— Черног-  
ловка, 1986.
15. Ковалев О. Б., Петров А. П., Фольц А. В. ФГВ, 1987, 23, 2, 17.
16. Cohen N. S., Fleming B. W., Derr R. L. AIAA J., 1974, 12, 2, 242.
17. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред.— М.: Наука, 1978.
18. Kubota N., Kuwahara T., Mjuzaki S. et al. J. Propulsion and Power, 1986, 4, 296.
19. Shanon L. J., Deverall L. I. AIAA J., 1969, 7, 3, 497.
20. Полищук Д. И., Шевчук В. Г., Великанова В. Л. и др. ФГВ, 1978, 14, 2, 53.

*Поступила в редакцию 29/IX 1987,  
после доработки — 19/II 1988*

УДК 536.46

## ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ И НЕАДИАБАТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ ПРИ ГОРЕНИИ ДИССОЦИИРУЮЩИХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СИСТЕМ

*А. П. Алдушин, В. П. Филипенко  
(Черноголовка)*

Элементарная модель горения конденсированных систем с диссоциирующими продуктами реакции, базирующаяся на экспериментальном изучении самораспространяющегося высокотемпературного синтеза нитридов и гидридов металлов [1], построена в [2]. В теоретическом плане эта модель представляет интерес в связи с тем, что она является удобным объектом, позволяющим исследовать характерные особенности распространения волн горения в системах с фиксированной температурой прекращения тепловыделения (так называемые модели горения второго рода [2]). В отличие от детально изученных моделей горения первого рода, которые связывают прекращение действия источников тепла с полным выгоранием реагентов, модели второго рода теоретически исследованы значительно меньше.

Анализ устойчивости стационарных волн [3] и влияния теплотерь на фронт горения [4, 5], проведенный в приближении Зельдовича — Франк-Каменецкого, выявил специфические эффекты распространения волн горения в системах, описываемых моделями первого и второго рода. В настоящей работе приведены результаты численного решения задачи, выполненного с целью проверки выводов приближенной теории, а также исследования нестационарных режимов, возникающих вследствие неустойчивости стационарного фронта либо в результате внешних воздействий.

### Постановка задачи

Распространение фронта горения в конденсированной среде с диссоциирующим продуктом реакции в простейшем случае описывается уравнениями теплового баланса и выгорания исходного вещества

$$\begin{aligned} \frac{\partial T}{\partial t} &= \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + qw(T, \eta) - \alpha(T - T_0), \\ \frac{\partial \eta}{\partial t} &= w(\eta, T), \quad q = Q/c. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь  $t$  — время;  $x$  — координата;  $T$  — температура;  $Q$  — тепловой эффект реакции;  $\kappa, c$  — температуропроводность и теплоемкость среды;  $\eta$  — глубина превращения;  $\alpha$  — коэффициент теплотерь;  $T_0$  — начальная температура. Специфика рассматриваемой задачи проявляется в задании источника тепловыделения. Скорость химического превращения в диссо-

цилирующей системе можно представить в виде

$$w = k_0 \exp(-E/RT) (p - p_*)^\nu \varphi(\eta), \quad (2)$$

где  $k_0$  — предэкспонент;  $E$  — энергия активации;  $p_*$  — упругость паров продукта;  $p$  — внешнее давление;  $A$ ,  $\nu$  — коэффициенты;  $\varphi$  — кинетическая функция. Предполагается, что температура диссоциации  $T_r$ , определяемая условием  $p = p_*(T_r)$ , достигается прежде, чем произойдет полное выгорание вещества, т. е. величина  $T_r$  существенно ниже адиабатической температуры сгорания;  $T_1^0 = T_0 + Q/c$  без учета эффекта диссоциации.

При стационарном распространении адиабатической волны горения глубина превращения за фронтом реакции  $\eta_r$ , определяемая балансом энтальпии вещества в исходном и конечном состояниях, равна величине  $\eta_r^0 = (T_r - T_0)c/Q$  [2]. В нестационарном процессе температура горения фиксирована внешним давлением ( $T_r = T_r(p)$ ), тогда как  $\eta_r$  может быть больше или меньше ее стационарного значения  $\eta_r^0$  в зависимости от условий распространения фронта реакции.

Это обстоятельство определяет принципиальное отличие рассматриваемой задачи от хорошо изученной о безгазовом горении [6], в которой фиксирована глубина выгорания ( $\eta_r = 1$ ), а температура во фронте реакции может не совпадать с ее стационарным значением  $T_r^0$ .

Система (1) решалась на полуоси  $x > 0$  при граничных и начальных условиях

$$t = 0, x > 0: T = T_0, \eta = 0, \quad (3)$$

$$x = 0: T = T_s (0 < t < t_i), \frac{\partial T}{\partial x} = 0 (t_i < t),$$

предполагающих иницирование волны реакции тепловым импульсом от накаливаемой стенки. Температура зажигания  $T_s$  выбиралась близкой к  $T_r$  для сокращения времени выхода процесса на установившийся режим.

Для численного исследования система (1)–(3) приводилась к безразмерному виду

$$\frac{\partial \Theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \xi^2} + w(\eta, \Theta) - \alpha(\Theta + \Theta_0), \quad (4)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \gamma w(\eta, \Theta), w = [1 - \exp(\mu\Theta/1 + \beta\Theta)]^\nu e^{\Theta/1 + \beta\Theta} \varphi(\eta);$$

$$\tau = 0, \Theta = -\Theta_0, \Theta_0 = (T_r - T_0) E/RT_r^2, \quad (5)$$

$$\xi = 0, \Theta = \Theta_s (0 < \tau < \tau_i), \partial\Theta/\partial\xi = 0 (\tau > \tau_i).$$

В качестве безразмерных значений температуры, координаты и времени выбраны величины

$$\Theta = (T - T_r) E/RT_r^2, \xi = x/\sqrt{\chi t_*}, \tau = t/t_*,$$

$$t_* = (cRT_r^2/Ek_0p^\nu) \exp(E/RT_r), \alpha = \alpha_0 t_*.$$

На временах, существенно превышающих времена зажигания, решение системы (4) определяется безразмерными параметрами  $\Theta_0$ ,  $\gamma = RT_r^2 c/Q$ ,  $\beta = RT_r/E$ ,  $\mu = Q/E$ ,  $\nu$ , а также характеристиками кинетической функции  $\varphi(\eta)$ . В качестве кинетических функций рассматривались зависимости  $\varphi(\eta)$ , соответствующие реакциям нулевого ( $m=0$ ) и первого ( $n=1$ ) порядков, а также степенному торможению реакции с глубиной превращения  $\varphi = (\eta + \eta_0)^{-n}$ ,  $\eta_0 \ll 1$ .

Дифференциальные уравнения (4) аппроксимировались разностными, которые решались методом прогонки с использованием подвижной неравномерной сетки. Находили пространственно-временное распределение температуры и глубины превращения, а также безразмерную скорость перемещения фронта горения  $\omega$ , которую определяли как скорость

перемещения точки с фиксированной температурой  $\Theta_*$  ( $\omega = d\xi(\Theta_*)/d\tau$ ). Конкретные задачи исследования: определение границ устойчивости адиабатического ( $\alpha = 0$ ) стационарного фронта и их сопоставление с результатами приближенного анализа, изучение нестационарных режимов горения в области неустойчивости, анализ отклика системы на нестационарное внешнее воздействие, расчет характеристик фронта горения с учетом тепловых потерь.

### Устойчивость стационарного фронта. Автоколебательные режимы горения

Наличие избыточного теплосодержания в прогретом слое непрореагировавшего вещества при высокой чувствительности скорости горения к  $T_0$  приводит к неустойчивости стационарного режима горения [7]. В конденсированных системах с фиксированной глубиной превращения потеря устойчивости носит колебательный характер — температура и скорость горения осциллируют в процессе распространения фронта [6]. Этот результат получается как при численном решении нестационарной задачи [8], так и при анализе устойчивости горения в приближении бесконечно тонкой зоны реакции [9, 10]. Границы устойчивости, найденные аналитическими и численными методами, хорошо согласуются между собой.

Расчет устойчивости горения конденсированных систем с фиксированной температурой продуктов сгорания в том же приближении бесконечно тонкой зоны реакции указывает на иной характер разрушения стационарного режима. Возмущения нарастают не колебательно, а монотонно, причем с бесконечно большой скоростью (инкремент возмущения  $\Omega = \infty$ ) [3]. Аналогичный результат получается при исследовании устойчивости горения порохов с постоянной температурой поверхности [11].

Как показано в [3], критерий Зельдовича [7]

$$\partial u^0 / \partial f < 0, \quad (6)$$

связывающий устойчивость горения порохов с необходимостью уменьшения стационарной скорости  $u^0$  при увеличении градиента температуры  $f$ , справедлив и для систем с конденсированными продуктами реакции, т. е. является универсальным для моделей горения второго рода. Условие (6) можно записать в виде ограничения на температурный коэффициент скорости горения  $k = (\partial \ln u^0 / \partial T_0) (T_r - T_0)$ :

$$k < 1. \quad (6')$$

Параметр  $k$  — индивидуальная характеристика стационарного фронта горения. В случае конденсированной среды с диссоциирующими продуктами значение  $k$  определяется кинетической функцией  $\varphi(\eta)$  в соответствии с выражением [3]

$$k = 1 - b, \quad b = \int_0^{\eta_r^0} (\eta_r^0 - 2\eta) \varphi^{-1}(\eta) d\eta.$$

При торможении скорости реакции с глубиной превращения ( $\varphi'_\eta < 0$ ) величина  $b$  всегда отрицательна (т. е.  $k > 1$ ) и в силу критерия (6') стационарное горение не может осуществляться.

Численное решение нестационарной задачи (4), (5) не подтвердило этот вывод приближенного анализа. Для реакций нулевого ( $k = 1$ ) и первого ( $k > 1$ ) порядков в исследованном диапазоне параметров  $0,1 < \eta_r^c < 0,9$ ,  $5 < \Theta_0 < 50$  этап зажигания завершался выходом на стационарный режим распространения волны горения с постоянной температурой  $\Theta_r = 0$ , глубиной превращения  $\eta_r^0 = 1 - \gamma\Theta_0$  и скоростью горения  $\omega_0$ . Величина  $\omega_0$  хорошо соответствовала ее приближенному значению,

вычисленному в асимптотике бесконечно узкой реакционной зоны:

$$\omega_0^2 = \gamma^2 \int_0^1 (1 - x^u)^\nu dx \int_0^{\eta_0} (1 - \eta) \varphi^{-1} d\eta. \quad (7)$$

При  $\nu = 0$  выражение (7) совпадает с результатом работы [2]. Развитие неустойчивости стационарного режима распространения обнаружено в случае степенной кинетики торможения реакции:

$$\varphi = \eta^{-n}, \quad k = 1 + n/2.$$

Для заданного значения  $k > 1$  (т. е.  $n > 0$ ) нестационарное горение возникало лишь при сверхкритических значениях параметра  $\Theta_0 = \Theta_0^*(k)$ , характеризующего ширину зоны реакции ( $\Theta_0$  есть отношение полного перепада температур к температурному интервалу зоны реакции). Граница устойчивости стационарного горения в плоскости параметров  $k, \Theta_0$ , полученная в результате численного эксперимента, представлена на рис. 1. Стационарному горению отвечает область под кривой  $k = k_*(\Theta_0)$ . Штриховая линия ( $k = 1$ ) соответствует условию устойчивости в приближении бесконечно тонкой (безынерционной) зоны реакции. Из рис. 1 видно, что реальная граница устойчивости лишь асимптотически стремится к этой прямой (при  $\Theta_0 \rightarrow \infty$ ), оставаясь существенно выше. При слабом торможении скорости реакции с глубиной превращения (например, реакция первого порядка) величина  $k$  незначительно превышает единицу и потеря устойчивости возникает лишь при нереально больших значениях  $\Theta_0$ .

В отличие от колебательно неустойчивых конденсированных систем с фиксированной глубиной превращения, для которых малая инерционность зоны реакции  $t_p$  практически не проявляется (граница устойчивости, найденная численно, очень хорошо совпадает с ее асимптотическим положением при  $t_p = 0$ ), в системах с фиксированной температурой горения роль инерционности реакционной зоны существенная. Последнее становится понятным, если принять во внимание, что большие значения инкремента возмущений  $\Omega$  на границе устойчивости, получающиеся при аналитическом расчете [3]:

$$\Omega = ku_0^2/\kappa(k-1)^2, \quad \Omega_{k \rightarrow 1} \rightarrow \infty,$$

предполагают абсолютную безынерционность реакционного слоя, закладываемую в модель бесконечно тонкой зоны реакции.

В отличие от колебательно неустойчивых безгазовых систем, где время роста возмущений определяется инерционностью прогретого слоя [9, 10], в конденсированных системах, описываемых моделями горения второго рода, развитие нестационарности определяется временными характеристиками зоны реакции. Аппроксимируя кривую  $k_*(\Theta_0)$  на рис. 1 выражением

$$\Theta_0^{-1} = 0,1(k_* - 1)^2/k_*,$$

можно заключить, что на пределе устойчивости время релаксации зоны реакции  $t_p = \kappa/u_0^2\Theta_0$  должно быть на порядок меньше времени развития малых возмущений  $t_n = \kappa(k-1)^2/u_0^2k$ , рассчитанного в приближении бесконечно тонкой зоны реакции [3].

Инерционность реакционной зоны не только стабилизирует фронт горения, расширяя границы стационарного режима, но и влияет на характер потери устойчивости, которая оказывается не монотонной, как в модели бесконечно тонкой зоны реакции, а колебательной. На рис. 2 показана бифуркация режимов распространения фронта горения при изменении параметра  $\Theta_0$  в окрестности критического значения для параболической кинетики скорости тепловыделения.

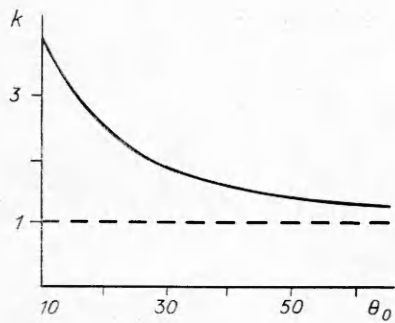


Рис. 1. Граница устойчивости стационарного режима горения.

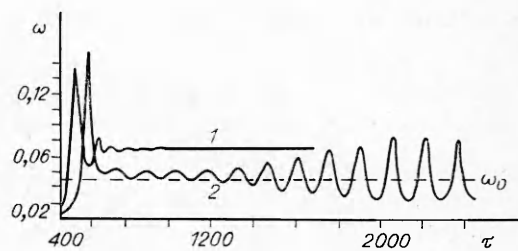


Рис. 2. Переход от стационарного к автоколебательному горению при  $\Theta_0 = 40$  (1) и 50 (2);  $n = 1$ ,  $\gamma = 10^{-2}$ ,  $\Theta_* = -1$ ,  $\mu = 1$ ,  $k = 1,5$ ,  $\nu = 1$ .

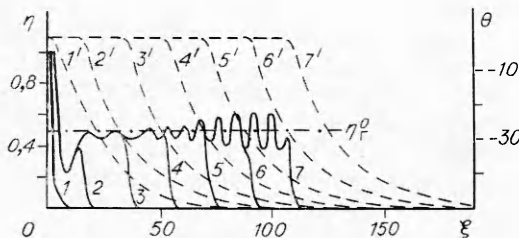


Рис. 3. Распределения температуры ( $I'-7'$ ) и глубины превращения ( $I-7$ ) в различные моменты времени при автоколебательном горении ( $\Theta_0 = 50$ ).

В области неустойчивости стационарного режима процесс зажигания завершается выходом на автоколебательный режим горения, при котором  $\omega$  периодически меняется во времени (см. рис. 2). Пульсации скорости сопровождаются изменениями глубины выгорания. Ускоренное продвижение фронта ( $\omega > \omega_0$ ) приводит к уменьшению глубины превращения по сравнению со стационарным

значением ( $\eta_r < \eta_r^0$ ), на этапе торможения фронта ( $\omega < \omega_0$ ) достигается повышенная по сравнению с  $\eta_r^0$  глубина превращения. Так как диффузия в конденсированной среде практически отсутствует, состав продуктов адиабатического сгорания оказывается переменным в направлении автоколебательного распространения фронта реакции (рис. 3). С удалением в область неустойчивости (увеличение  $k$  при фиксированном  $\Theta_0$ ) квазипериодические колебания сменялись релаксационными и приобретали более сложный характер, сохраняя регулярность.

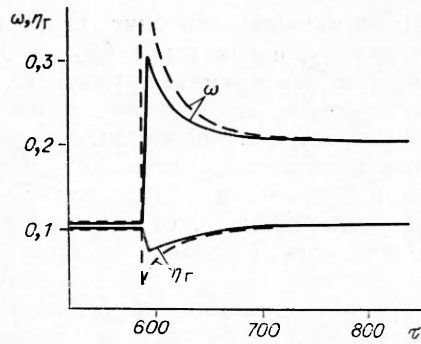
Физическая природа колебательного горения в рассматриваемых системах, в конечном счете, представляется той же, что и в случае горения безгазовых систем с переменной температурой горения (температурные автоколебания [8]). В обоих случаях причиной нестационарности является положительная обратная связь между избыточным теплосодержанием прогретого слоя и скоростью продвижения фронта реакции. При постоянстве температуры горения такая связь осуществляется по глубине превращения (концентрации реагентов), которая наряду с температурой определяет скорость химической реакции.

### Эффекты вынужденной нестационарности. Перестройка режима нестационарного горения при резком повышении давления

Помимо спонтанной нестационарности, обусловленной неустойчивостью внутренней структуры фронта реакции, при горении диссоциирующих систем могут иметь место нелинейные нестационарные эффекты, вызванные внешним воздействием. Предпосылкой к этому служит наличие инерционного прогретого слоя, который обладает избыточной энтальпией. В роли вынуждающей силы, управляющей процессом горения, может выступать давление, величина которого определяет температуру диссоциации  $T_d$ , а вместе с ней и скорость стационарного горения:

$$u^2 \sim p^{\nu+E/Q}.$$

Рис. 4. Изменение скорости и глубины выгорания в переходном процессе;  $\Theta_0 = 10$ ,  $\mu = \nu = 1$ ,  $\gamma = 10^{-2}$ ,  $m = n = 0$ .



Характер нестационарного процесса, вызванного колебаниями давления, определяется соотношением между периодом изменения вынуждающей силы  $p(t)$  и временем релаксации тепловой волны, т. е. временем сгорания прогретого слоя  $t_p = \kappa/u^2$ . При медленном (в масштабе  $t_p$ ) изменении давления тепловой слой перед зоной реакции успевает подстраиваться под меняющуюся вместе с  $T_d(p)$  скорость тепловыделения. В результате осуществляется квазистационарный процесс — скорость волны однозначно определяется мгновенным значением  $p(t)$ .

Иначе обстоит дело при быстром сбросе или росте давления и температуры  $T_d$  в зоне реакции. Инерционность прогретого слоя не позволяет ему мгновенно подстроиться под новое значение скорости тепловыделения, поэтому распространение фронта горения будет протекать в нестационарных тепловых условиях со скоростью, отличной от квазистационарной  $u(p)$ . Подобные эффекты хорошо известны из теории горения порохов, где они подробно изучены [7, 11, 12]. Своеобразие нестационарного горения диссоциирующих систем заключается в том, что изменение скорости движения фронта влечет за собой непостоянство глубины выгорания вещества. Именно этот показатель представляет основной интерес для технологического горения.

На рис. 4 представлены результаты численного расчета переходного процесса, возникающего при мгновенном увеличении давления в 2 раза. Скачок давления осуществляется после установления стационарного режима горения путем замены в момент времени  $\tau_*$  множителя  $[1 - \exp(\mu\Theta/1 + \beta\Theta)]$  в выражении для  $w$  на множитель  $[2 - \exp(\mu\Theta/1 + \beta\Theta)]$ . Рост давления приводит к увеличению температуры и скорости горения. Стационарное значение скорости  $\omega_1$ , отвечающее новому уровню давления, в 2 раза выше прежнего  $\omega_0$ . Нестационарная скорость  $\omega$  в процессе перестройки структуры фронта, как видно из рис. 4, существенно превышает  $\omega_1$ . Этапу ускоренного движения фронта соответствует функция  $\eta_r(\tau)$ , характеризующая распределение глубины превращения в продуктах сгорания. Минимальное значение  $\eta_{\min}$  связано с максимальной скоростью  $\omega_{\max}$  соотношением:  $\eta_{\min}\omega_{\max} = \eta_1\omega_1$ , где  $\eta_1$  — глубина превращения при стационарном горении с  $\omega_1$ .

Результаты численного эксперимента интересно сопоставить с приближенным расчетом, основанным на представлении о бесконечно узкой зоне реакции и использовании метода интегральных соотношений для решения уравнения теплопроводности. Подобный прием ранее применялся для анализа переходных нестационарных процессов при горении порохов [11—13]. Изложенная в Приложении процедура расчета дает следующее уравнение для нестационарной скорости горения:

$$\omega_0\omega_1(\tau - \tau_*) = \frac{(\omega_1 - \omega_0) \ln \left( \frac{\omega - \omega_0}{\omega - \omega_1} \right) + \Theta_0^{-1} \ln(\omega_0/\omega_1)}{\omega - \omega_0}. \quad (8)$$

Глубина выгорания выражается через мгновенное значение скорости и стационарные величины  $\eta_1$ ,  $\omega_1$  с помощью соотношения

$$\eta(\tau) = \eta_1\omega_1/\omega(\tau). \quad (9)$$

Результаты расчета  $\omega$ ,  $\eta$  по формулам (8), (9), показанные на рис. 4 штриховыми кривыми, свидетельствуют о большой погрешности приближенного расчета в начальные моменты нестационарного процесса.

Максимальное значение скорости (при  $\tau = \tau_*$ ), определяемое выражением (8), почти втрое ( $\omega_{\max} = 0,89$ ) превышает  $\omega_{\max}$ , полученное в численном эксперименте. Соответствующее различие наблюдается и в величинах  $\eta_{\min}$ . Причина столь сильного расхождения, по-видимому, заключается в инерционности реакционной зоны, которая в приближенном расчете не учитывалась. Следует отметить, что величина нестационарной скорости  $\omega(\tau)$  в численном эксперименте зависит от способа ее определения, т. е. от  $\Theta_*$ , принимаемой за координату фронта реакции. Взятое для расчетов значение  $\Theta_* = -3$  соответствует началу зоны интенсивного тепловыделения. Получаемое при этом значение скорости хорошо удовлетворяет балансному соотношению (9). Заметим, что в отличие от  $\omega(\tau)$  значение глубины выгорания  $\eta(\tau)$  не связано с выбором величины  $\Theta_*$ .

### Действие тепловых потерь на фронт горения

Вопрос о тепловых потерях при горении диссоциирующих систем имеет принципиальное значение, так как непосредственно связан с проблемой выхода целевого продукта. В адиабатических условиях реакция прекращается после того, как система разогрелась до  $T_d$ , отвечающей термодинамическому равновесию. Тепловые потери не позволяют системе находиться в высокотемпературном состоянии с нулевой скоростью тепловыделения. В реальных условиях  $T_d$  не достигается, а глубина превращения непрерывно увеличивается, частично компенсируя потери тепла в окружающую среду. Конечная глубина выгорания, получающаяся после остывания продуктов реакции, оказывается сугубо макрокинетической характеристикой, заведомо превышающей термодинамическое значение глубины реакции  $\eta_r^0$ . В этом заключается принципиальное отличие горения диссоциирующих и недиссоциирующих систем, для которых всегда  $\eta_r \leq \eta_r^0$ .

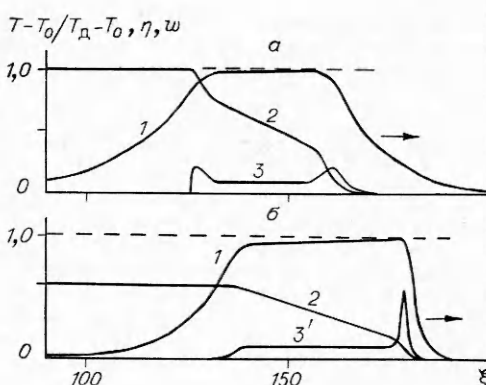
Поддерживая конечную скорость реакции, теплоотвод открывает принципиальную возможность достижения полноты превращения. В то же время слишком интенсивное охлаждение может привести к закалке непрореагировавшего вещества либо к невозможности распространения волны реакции.

Приближенная теория неадиабатических волн горения диссоциирующих систем построена в [4, 5], где показано, что широкая зона квазиизотермического превращения, возникающая вслед за узкой зоной интенсивной реакции, — специфический элемент структуры таких волн. В пределах температурного плато реакция протекает со скоростью теплоотвода при температуре, незначительно отличающейся от  $T_d$ . Процесс изотермического реагирования завершается охлаждением вещества, в ходе которого может произойти полное догорание либо закалка непрореагировавшего вещества. Ширина изотермического участка сокращается с увеличением теплоотвода, исчезновению температурного плато отвечает срыв горения. Соответствующие расчетные формулы, оценивающие параметры волн горения в зависимости от интенсивности теплопотерь, полученные в приближении Зельдовича — Франк-Каменецкого, приведены в [4].

Результаты численных экспериментов подтвердили качественные выводы приближенной теории. Как видно из рис. 5, а, уже в головном фронте реакции, прогревающим исходное вещество, глубина превращения существенно более высокая ( $\eta_1 \approx 0,32$ ), чем термодинамически равновесная величина ( $\eta_r^0 = 0,1$ ). На изотермическом участке приращение  $\Delta\eta$  почти такое же, как и в переднем фронте ( $\Delta\eta = \eta_2 - \eta_1 = 0,48$ ). При охлаждении продуктов реакции достигается полнота реагирования  $\eta_r = 1$ . Скорость реакции на этом этапе снова возрастает вследствие дополнительного отвода тепла в остывшие продукты сгорания. Параметры волны, полученные в численном эксперименте, удовлетворительно (с точ-

Рис. 5. Распределение температуры, глубины превращения и скорости реакции в волне горения при наличии теплопотерь;  $\mu = \nu = 1$ ,  $\gamma = 10^{-2}$ ,  $\Theta_0 = 10$ .

а)  $n = 0$ ,  $\alpha = 6 \cdot 10^{-3}$ ; б)  $n = 1$ ,  $\alpha = 4 \cdot 10^{-2}$ .  
 $1 - (T - T_0)/(T_d - T_0)$ ;  $2 - \eta$ ;  $3 - w$ ;  $3' - 0,2w$ .



ностью до 20 %) соответствуют рассчитанным по приближенным формулам [4].

Для нулевого порядка реакции превращение вещества за фронтом охлаждения всегда оказывается полным вплоть до срыва распространения. Однако при наличии даже слабого кинетического торможения, начиная с некоторого уровня теплопотерь, во фронте охлаждения осуществляется закалка продуктов неполного превращения. Этот эффект иллюстрируется рис. 5, б, на котором показана структура волны горения в диссоциирующей системе при параболическом законе торможения реакции слоем продукта ( $\varphi(\eta) \sim \eta^{-1}$ ). В отличие от предыдущего случая глубина превращения в зоне охлаждения практически не увеличивается, т. е. непрореагировавшее вещество закаляется. Следует отметить, что в рамках приближенного (асимптотического) анализа, предполагающего бесконечно большую энергию активации реакции, изотермический участок всегда должен заканчиваться узкой реакционной зоной, в пределах которой происходит скачок глубины превращения (второй фронт реакции). Величина скачка, согласно [4], в точности равна приращению глубины превращения в переднем фронте ( $\Delta\eta = \eta_r - \eta_2 = \eta_1 - \eta_r^0$ ) независимо от кинетики реакции. При малых  $\Delta\eta$  и конечных значениях энергии активации химическое превращение не локализуется в узкой зоне — второй фронт вырождается. Это обстоятельство существенно снижает точность асимптотических формул для оценок параметров волны горения.

Авторы благодарят А. И. Вольперта и Вл. А. Вольперта за консультации и помощь в работе.

## Приложение

Рассмотрим нестационарный процесс горения диссоциирующей системы при быстром повышении внешнего давления  $p$ . Пусть при  $t < 0$  имело место стационарное распространение реакции нулевого порядка ( $\varphi(\eta) = 1$ ) при начальной температуре  $T_0$ , температуре продуктов  $T_{д0}$  со скоростью  $u_0$  и глубиной превращения  $\eta_r^0 = (T_{д0} - T_0)/q$ . В момент  $t = 0$  быстро (за время  $\Delta t \ll \kappa/u_0^2$ ) повысились давление и температура продуктов реакции до некоторых значений  $p_1$ ,  $T_{д1}(p_1)$ , которые далее поддерживаются неизменными. Расчет нестационарного перехода к новому стационарному режиму горения со скоростью  $u_1$  сводится к решению системы уравнений теплопроводности и выгорания вещества

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(t) \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + qw(T), \quad (I)$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + u(t) \frac{\partial \eta}{\partial x} = w(T). \quad (II)$$

Выражения (I), (II) записаны в системе координат, движущейся вместе с фронтом горения со скоростью  $u(t)$ . Рассматривая тонкий реакционный слой вещества, разделяющий свежую смесь ( $x < 0$ ) и продукты реакции ( $x > \epsilon$ ,  $T \equiv T_{д1}$ ), в (I), (II) следует оставить лишь старшие члены, обращающиеся в бесконечность при уменьшении толщины зоны реакции  $\epsilon$ :

$$\kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = -qw, \quad (I')$$

$$u \frac{\partial \eta}{\partial x} = w. \quad (II')$$



Интегрируя уравнения (I), (II) в пределах реакционной зоны с учетом изотермичности области продуктов ( $T(x > \delta) = T_{д1}$ ), можно определить скорость выгорания  $m$  и тепловой поток в свежую смесь:

$$\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = qm, \quad m = 2\kappa q^{-1} \int_{T_0}^{T_{д1}} w dT, \quad m = u\eta. \quad (\text{III})$$

Формулы (I), (II), (III) справедливы как в стационарных, так и нестационарных условиях, т. е. выгорание вещества в переходном процессе протекает с постоянной скоростью, равной скорости стационарного процесса  $m_1(T_{д1})$ . Эффект нестационарности проявляется в отличии  $u(t)$  и  $\eta_r(t)$  от их стационарных значений  $u_1$  и  $\eta_1$ :

$$m = m_1, \quad u(t)/u_1 = \eta_1/\eta_r(t). \quad (\text{IV})$$

Учитывая стационарную связь  $\eta_1 = (T_{д1} - T_0)/q$ , можно записать выражение для потока тепла из зоны реакции

$$\kappa \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0} = u_1 (T_{д1} - T_0). \quad (\text{V})$$

Дальнейший расчет сводится к решению уравнения теплопроводности (I) в зоне прогрева ( $x \leq 0$ )

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u(t) \frac{\partial T}{\partial x} = \kappa \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \quad (\text{VI})$$

с граничными условиями  $T(-\infty) = T_0$ ,  $T(0) = T_{д1}$  и дополнительными соотношениями (IV), (V), позволяющими определить скорость  $u(t)$  и глубину реакции  $\eta_r(t)$ .

Для решения задачи воспользуемся методом интегральных соотношений, предполагающим замену истинного температурного профиля каким-либо подходящим приближением [13]. В течение переходного процесса распределение температур перед зоной реакции меняется от исходного стационарного профиля  $T^0(x) = T_0 + (T_{д0} - T_0) \exp(u_0 x/\kappa)$  к новому  $T^1(x) = T_0 + (T_{д1} - T_0) \exp(u_1 x/\kappa)$ . При нестационарном движении фронта тепловой слой состоит из двух участков. К зоне реакции примыкает подслой, срелаксировавший к новому значению  $m_1(T_{д1})$ , за ним следует остаток исходного прогретого слоя с меньшим значением градиента. Процесс нестационарной перестройки заключается в расширении зоны релаксации и одновременном исчезновении первичного прогретого слоя.

Аппроксимируем реальный температурный профиль  $T(x, t)$  двумя экспонентами, одна из которых описывает распределение температур в области релаксации  $x_* < x < 0$  с фиксированным условием (V) градиентом при  $x = 0$ :

$$x_* < x < 0: \quad T_1(x) = T_0 + (T_{д1} - T_0) \exp(u_1 x/\kappa), \quad (\text{VII})$$

а другая — в исчезающем со скоростью  $u_1 - u_0$  остатке первичного прогретого слоя

$$-\infty < x < x_*: \quad T_2(x, t) = T_0 + (T_{д0} - T_0) \exp\left\{\frac{u_0}{\kappa} [x - (u - u_0)t]\right\}. \quad (\text{VIII})$$

Температура  $T_*$  отвечающая границе области релаксации, определяется условием непрерывности  $T(x)$

$$T_1(x_*) = T_2(x_*) = T_*,$$

$$\ln \frac{T_* - T_0}{T_{д1} - T_0} = \frac{u_1}{u_0 - u_1} \left[ \ln \frac{T_{д0} - T_0}{T_{д1} - T_0} - t(u - u_0) u_0 \kappa^{-1} \right]. \quad (\text{IX})$$

Подставляя распределения (VII), (VIII) в проинтегрированное по области  $-\infty < x < 0$  уравнение (VI)

$$\int_{-\infty}^0 \frac{\partial T}{\partial t} dx + u (T_{д1} - T_0) = \kappa \frac{\partial T}{\partial x} \Big|_{x=0},$$

получим связь между  $u(t)$  и распределением температур в прогретом слое:

$$u = \kappa \frac{\left( \frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_0 - \left( \frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x_*}}{T_{д1} - T_*}.$$

Раскрывая значение градиентов, перепишем последнее выражение

$$\frac{T_* - T_0}{T_{д1} - T_0} = \frac{u - u_1}{u - u_0}.$$

Эта связь позволяет исключить  $T_*$  из (IX) и получить уравнение скорости распространения фронта в переходном процессе

$$\left(1 - \frac{u_0}{u_1}\right) \ln \frac{u - u_1}{u - u_0} = \ln \frac{T_{\text{д0}} - T_0}{T_{\text{д1}} - T_0} - t(u - u_0)u_0\kappa^{-1}. \quad (\text{X})$$

Вводя безразмерные величины

$$v = \frac{u}{u_1}, \quad v_0 = \frac{u_0}{u_1}, \quad \Theta_1 = \frac{T_{\text{д1}} - T_{\text{д0}}}{T_{\text{д0}} - T_0}, \quad \tau = tu_0u_1/\kappa,$$

приведем (X) к виду, удобному для численных оценок:

$$\tau = (v - v_0)^{-1} \{ (1 - v_0) \ln [(v - v_0)/(v - 1)] - \ln (1 + \Theta_1) \}.$$

Параметр  $\Theta_1$  можно связать со скачком давления и изменением стационарной скорости  $v_0$ :

$$\begin{aligned} p_0/p_1 &= \exp(Q/RT_{\text{д1}} - Q/RT_{\text{д0}}) = \exp(-\Theta_1/\gamma_Q), \\ \gamma_Q &= RT_{\text{д0}}T_{\text{д1}}/Q(T_{\text{д0}} - T_0), \quad v_0 = u_0/u_1 = (p_0/p_1)^\alpha, \\ \alpha &= 0,5(v + E/Q), \quad \Theta_1 = -\gamma \ln v_0, \quad \gamma = \gamma_Q/\alpha. \end{aligned}$$

Учитывая малые значения параметра  $\gamma$ , окончательно имеем выражение

$$\tau = (v - v_0)^{-1} \{ (1 - v_0) \ln [(v - v_0)/(v - 1)] + \gamma \ln v_0 \},$$

которое в безразмерных переменных, использованных при записи уравнений и проведении численных экспериментов принимает вид (8).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Долуханян С. К., Нерсисян М. Д., Налбандян А. Б. и др. Докл. АН СССР, 1976, 231, 3, 675.
2. Мержанов А. Г. Докл. АН СССР, 1977, 233, 6, 1130.
3. Алдушин А. П. ФГВ, 1982, 18, 3, 47.
4. Алдушин А. П. ФГВ, 1984, 20, 3, 10.
5. Алдушин А. П. // Теплообмен — VII. — Минск, 1984. — Т. 3. — С. 8.
6. Хайкин Б. И. // Процессы горения в химической технологии и металлургии. — Черноголовка, 1975.
7. Зельдович Я. Б. ЖЭТФ, 12, 11, 498.
8. Шкадинский К. Г., Хайкин Б. И., Мержанов А. Г. ФГВ, 1974, 7, 1, 19.
9. Максимов Э. И., Шкадинский К. Г. ФГВ, 1971, 7, 3, 454.
10. Махвиладзе Г. М., Новожилов Б. В. ПМТФ, 1971, 5, 128.
11. Новожилов Б. В. Нестационарное горение твердых ракетных топлив. — М.: Наука, 1973.
12. Зельдович Я. Б., Лейпунский О. И., Либрович В. Б. Теория нестационарного горения пороха. — М.: Наука, 1975.
13. Истратов А. Г., Либрович В. Б., Новожилов Б. В. ПМТФ, 1964, 5, 38.

Поступила в редакцию 14/V 1987

УДК 536.46

### НОРМАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ ПЛАМЕНИ ПРОПАНОВОЗДУШНЫХ СМЕСЕЙ ПРИ ВЫСОКИХ ДАВЛЕНИЯХ И ТЕМПЕРАТУРАХ

В. С. Бабкин, В. Н. Бухаров, В. В. Мольков  
(Новосибирск, Москва)

Нормальная скорость распространения пламени (скорость горения) наряду с тепловым эффектом реакции — важнейшая характеристика реакционной способности горючих смесей при решении задач в газодинамическом приближении. Этим обусловлено ее широкое использование для описания различных явлений и процессов горения — пределов распространения пламени, турбулентного горения, зажигания и т. д. Данные по нормальным скоростям необходимы также в практической сфере при расчетах промышленных огнепреградителей, систем аварийной раз-