

УДК 533.69.011:533.6.011.72

## ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОДОЛЬНОГО ВИХРЯ С НАКЛОННОЙ УДАРНОЙ ВОЛНОЙ

В. Н. Зудов, Е. А. Пимонов

Институт теоретической и прикладной механики СО РАН, 630090 Новосибирск

Рассмотрено взаимодействие сверхзвукового продольного вихря с наклонной ударной волной. Построена математическая модель продольного вихря. Выявлено три режима взаимодействия: слабый, умеренный и сильный. Численно показано, что при сильном взаимодействии возможно разрушение вихря. Исследовано влияние определяющих параметров на тип взаимодействия. Показано, что основное влияние на тип взаимодействия оказывают продольная скорость и угол клина, формирующего ударную волну. Обнаружен эффект расщепления основного вихря на ударной волне при умеренном и сильном режимах взаимодействия.

**Ключевые слова:** сверхзвуковое течение, продольный вихрь, ударная волна, разрушение вихря.

**Введение.** Взаимодействие продольного вихря с ударной волной — сложное трехмерное, чаще всего нестационарное явление, которое встречается как в задачах внешнего обтекания, так и при исследовании внутренних течений (воздухозаборники, сопла, камеры сгорания). Эта проблема является классической в теоретической газовой динамике и имеет большое значение при анализе внешнего обтекания сверхзвуковых самолетов, имеющих крылья большой стреловидности и малого удлинения. Особенностью таких течений является порождение вихревой пелены вблизи передней кромки крыла и последующее ее сворачивание в два изолированных продольных вихря, которые взаимодействуют с ударными волнами, формирующимися на элементах поверхности летательного аппарата. Возникновение вихрей наблюдается и при сверхзвуковом обтекании тела под углом атаки. В этом случае на головной части тела формируются вихревые жгуты, которые, распространяясь вниз по потоку, сворачиваются в изолированные продольные вихри. При обтекании треугольного крыла под углом атаки обычно образуется два изолированных продольных вихря [1]. Подобные продольные вихри образуются и при дозвуковых скоростях [2]. Для тел самолетной конфигурации такие вихревые образования могут попасть в воздухозаборник двигателя. При этом в зависимости от режима взаимодействия продольного вихря с ударной волной, которая всегда формируется перед сверхзвуковым воздухозаборником, возможно существенное изменение расходных характеристик, сопротивления и других параметров этого элемента силовой установки. Такие ситуации могут привести к катастрофическим последствиям для сверхзвукового самолета. В задачах внешнего обтекания тел сверхзвуковым потоком возможна также ситуация, когда продольный вихрь взаимодействует с поверхностью летательного аппарата, в результате чего существенно изменяются несущие и моментные характеристики крыльев и других элементов летательного аппарата. Результатом изменения силовых характеристик может быть потеря устойчивости и управляемости летательного аппарата.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 02-01-01265).

Задача о взаимодействии продольного вихря с ударной волной может возникнуть также при исследовании проблем смешения топлива и окислителя в камерах сгорания гиперзвуковых летательных аппаратов с воздушно-реактивным двигателем. Предполагается, что такие аппараты будут иметь сверхзвуковую скорость потока в камере сгорания. Проблема смешения топлива и окислителя при сверхзвуковых скоростях чрезвычайно сложна. Одним из способов интенсификации смешения является формирование вихревых жгутов на пилонах, установленных на входе в камеру сгорания, и дальнейшее их распространение в канале камеры сгорания, где и происходит взаимодействие вихревых жгутов с ударными волнами, которые являются обязательным элементом сверхзвуковой камеры сгорания.

В экспериментальных работах [3, 4] показано, что при воздействии на распространяющийся в потоке продольный вихрь сильного внешнего возмущения происходит так называемый взрыв вихря либо разрушение вихря. Это явление возникало как в несжимаемых течениях, содержащих вихри, так и в сжимаемых дозвуковых и сверхзвуковых течениях. Термин “взрыв вихря” означает образование точки (либо поверхности) полного торможения потока в зоне взаимодействия вихря с сильным возмущением, возникновение зоны возвратного течения (иногда достаточно протяженной) вблизи оси вихря. Отметим, что даже в случае течения несжимаемой жидкости задача о взрыве вихря окончательно не решена [3]. Для несжимаемой жидкости получены различные полуэмпирические критерии для определения условий разрушения вихря. В диапазоне сверхзвуковых скоростей существенны результаты, полученные в экспериментах [5], в которых сделано предположение о подобии механизмов взрыва вихря и отрыва пограничного слоя. Эта идея получила развитие в работе [6], в которой установлено, что разрушение вихря происходит при углах атаки крыла или тела вращения, достигающих  $5 \div 10^\circ$ , и интенсивностях скачка, близких к интенсивности прямого скачка, когда скорость за поверхностью разрыва становится дозвуковой. Там же, а также в работе [7] обнаружено возникновение нестационарных колебательных режимов в области взаимодействия продольного вихря с ударной волной. Количественные экспериментальные данные получены в [4, 8]. Результаты исследований подтвердили наличие рециркуляционных зон в области взаимодействия. В качестве параметра, определяющего режим взаимодействия, введено отношение окружной скорости к аксиальной, получены данные о структуре режимов взаимодействия. При этом исследовался только один тип взаимодействия вихря с прямым скачком уплотнения. В обоих случаях окружная составляющая скорости в невозмущенном вихре была дозвуковой. В [3] показано существование двух типов продольных вихрей, развивающихся в спутном потоке: вихрей типа струи и вихрей типа следа, характеризующихся соответственно максимумом и минимумом осевой компоненты вектора скорости на оси. При дозвуковом обтекании различных тел в экспериментах наблюдались оба типа вихрей [3]. Кроме перечисленных выше известны исследования [1], в которых рассматривались сверхзвуковые продольные вихри на подветренной стороне треугольного крыла и в следе за телом сложной формы. При этом в экспериментах зафиксированы сверхзвуковые окружные составляющие скорости и (как и в экспериментах [4, 8]) вихрь типа следа.

В случае пересечения продольного вихря с ударной волной возможны взаимодействия двух типов: 1) взаимодействие продольного вихря с ударной волной, перпендикулярной оси вихря; 2) взаимодействие продольного вихря с наклонной к оси вихря ударной волной. Первый тип взаимодействия исследован экспериментально в работах [4, 7, 9], второй — в [6, 9]. В этих работах показано, что в случае взаимодействия первого типа вихрь разрушается и появляется зона возвратного течения, в которой наблюдается нестационарность течения. Существует небольшое количество работ, в которых проводилось численное моделирование продольного вихря с ударной волной. Результаты этих работ противоречивы. Так, в некоторых из них получены режимы взаимодействия вихря с ударной волной, при которых

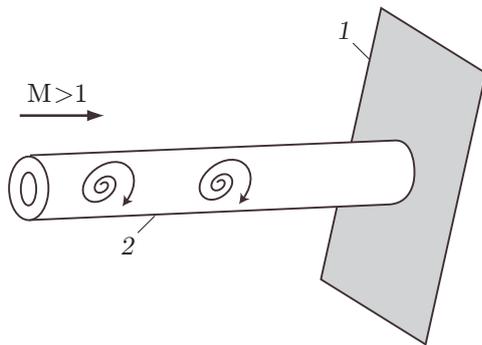


Рис. 1. Схема течения в момент времени  $t = 0$ :  
1 — ударная волна, 2 — вихрь

наблюдался взрыв вихря [10, 11], в других разрушения вихря не получено [12]. Поэтому возникает необходимость создания математической модели сложного пространственного (часто нестационарного) явления — взаимодействия продольного вихря с ударной волной.

Целью настоящей работы является численное моделирование различных типов взаимодействия продольного вихря с наклонной ударной волной с использованием трехмерных нестационарных уравнений Эйлера. Рассматривается математическая модель вихря. Приводятся некоторые элементы разработанной методики и результаты расчетов взаимодействия продольного вихря с наклонной ударной волной.

**1. Постановка задачи.** В сверхзвуковом потоке совершенного газа находится продольный вихрь, который распространяется в потоке слева направо. Предполагается, что скорости в ядре вихря и спутном потоке в начальном сечении сверхзвуковые. В поперечной плоскости, находящейся под некоторым углом к оси продольного вихря, расположена наклонная ударная волна (рис. 1). Для упрощения постановки задачи предполагается, что генератор ударной волны находится вне расчетной области. Ось симметрии вихря параллельна вектору скорости набегающего потока, и ее направление совпадает с направлением оси  $x$ . Считается, что сверхзвуковая скорость набегающего потока постоянна и не зависит от времени. Интенсивность продольного вихря характеризуется циркуляцией вихря  $\Gamma_0$  и относительной осевой скоростью  $\Phi$ . Величины  $\Phi$  и  $\Gamma_0$  являются определяющими параметрами, их значения заданы, т. е. заданы циркуляция вихря  $\Gamma_0$  и относительная осевая скорость  $\Phi = V_x^0/V_\infty$  ( $V_x^0$  — скорость потока на оси вихря;  $V_\infty$  — скорость потока на бесконечности). Требуется определить структуру течения при взаимодействии продольного вихря и наклонной ударной волны. При определении параметров на ударной волне считалось, что угол клина, генерирующий ударную волну, задан, и тем самым определен угол наклона ударной волны. Параметры потока на бесконечности также заданы.

Задача решалась в рамках течения невязкого идеального газа с использованием трехмерных нестационарных уравнений Эйлера. Такой подход выбран с учетом результатов работы [6], в которой показано, что начало разрушения вихревого шнура на ударной волне, по-видимому, не зависит от вязкости и определяется в основном относительной продольной составляющей скорости в ядре вихря и углом наклона ударной волны. Предполагается, что вязкие эффекты слабо влияют на геометрические размеры области взаимодействия, поэтому основные особенности структуры течения с учетом того, что вязкость неявно (так как используются результаты экспериментов) присутствует в модели вихря, учитываются в рамках используемого подхода. Более подробная структура течения выявляется с использованием уравнений Навье — Стокса. Для решения рассматриваемой системы уравнений используется схема типа метода Годунова. При определении численных потоков на гранях вычислительной ячейки применяется метод [13]. В описанном виде схема имеет второй порядок точности по пространственным переменным. Некоторые расчеты проведены с четвертым порядком точности по пространственным переменным.

**2. Модель вихря.** Для теоретического исследования взаимодействия продольного вихря с ударной волной необходимо построить математическую модель вихря. При этом желательно, чтобы вихрь (хотя бы в начальном сечении) был изолирован от внешнего спутного потока. Наиболее простые модели вихря строятся в рамках осесимметричного течения. Положение границы вихря в такой постановке может быть в определенной мере произвольным. При построении модели вихревого ядра необходимо, чтобы в нем содержалась основная часть завихренности. Такая модель позволяет поставить граничное условие на входе в расчетную область при решении трехмерной задачи о взаимодействии вихря с внешним возмущением (например, с ударной волной). В [7, 9] экспериментально изучена структура продольного вихря, формирующегося за ромбовидным телом, обтекаемым сверхзвуковым потоком. Результаты исследования показали, что структура формирующегося продольного вихря близка к структуре вихря Бюргерса. В данной работе модель вихря Бюргерса дополнялась экспериментальными зависимостями продольной осевой скорости в центре вихря от радиуса вихря и скорости потока на бесконечности [4]. Распределение величин поперек вихря подобно распределению параметров в классическом вихре Бюргерса, а в ядре вихря задаются линейное распределение скорости и экспоненциальное уменьшение скорости при удалении от ядра вихря. Тангенциальная компонента скорости  $V_\theta$  в вихре Бюргерса представляется в виде

$$V_\theta = \Gamma_0(1 - \exp[-(r/r_c)^2])/r,$$

где  $\Gamma_0$  — циркуляция вихря;  $r_c$  — радиус ядра вихря. Переходя от цилиндрической системы координат  $(x, r, \theta)$  к декартовой  $(x, y, z)$ , получаем выражения для скоростей  $v$  и  $w$

$$v = V_\theta \sin \theta, \quad w = -V_\theta \cos \theta.$$

Распределение аксиальной скорости в вихре определяется из обобщения, полученного на основе экспериментальных данных [4]:

$$V_x(r) = V_\infty + V_\infty(\Phi - 1) \exp[-(r/r_c)^2].$$

Здесь  $\Phi$  — отношение скорости на оси вихря к скорости на бесконечности. Давление в поперечном сечении вихря вычисляется из уравнения сохранения количества движения для радиальной компоненты

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\rho V_\theta^2}{r},$$

при записи которого принято, что радиальная компонента скорости равна нулю. При вычислении плотности в продольном вихре считалось, что полная температура в вихре и спутном потоке одинакова. Такое предположение подтверждается экспериментальными данными [4], из которых следует, что соотношение полных температур в вихре и спутном потоке находится в диапазоне  $0,95 \div 1,05$ . С учетом сделанных выше предположений дифференциальное уравнение для давления поперек вихря имеет следующий вид:

$$\frac{dp}{dr} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \frac{p}{H_0 - 0,5(V_x^2 + V_\theta^2)} \frac{V_\theta^2}{r}$$

( $H_0$  — полная энтальпия спутного потока). Полученное обыкновенное дифференциальное уравнение для давления решалось по схеме Рунге — Кутты шестого порядка точности.

На рис. 2 показано распределение плотности и тангенциальной составляющей скорости в вихре, который моделировался приведенным выше обыкновенным дифференциальным уравнением, по радиусу. Расчет выполнен при следующих параметрах: число Маха набегающего потока  $M_\infty = 3$ ,  $\Gamma_0 = 0,4$ ,  $\Phi = 0,6$ , показатель адиабаты  $\gamma = 1,4$ . На рис. 2

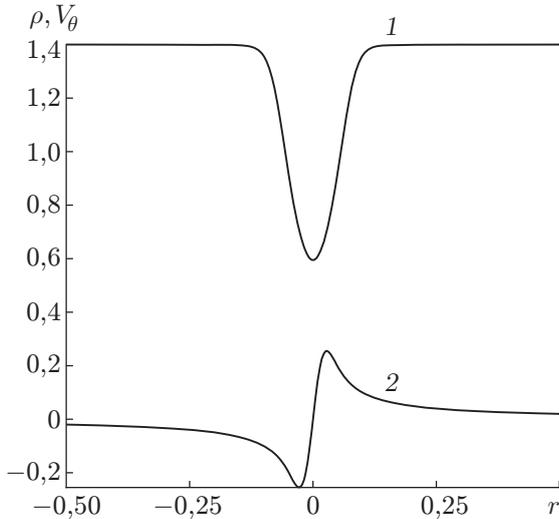


Рис. 2. Распределение плотности (1) и тангенциальной составляющей скорости (2) в поперечном сечении вихря

плотность отнесена к величине  $\rho_\infty/\gamma$ , скорость  $V_\theta$  — к скорости звука в потоке на бесконечности, величина  $r$  — к размеру расчетной области по оси  $y$  (равному 0,12 м). Из рис. 2 следует, что азимутальная компонента скорости увеличивается с увеличением радиуса, достигая максимума на границе ядра вихря, а затем экспоненциально уменьшается. В центре вихря плотность потока уменьшается в 2,7 раза. Статическое давление в ядре вихря меняется существенно слабее и приблизительно на 10 % меньше давления окружающего потока.

**3. Основные уравнения и граничные условия.** Пусть  $t$  — время;  $\rho, p$  — плотность и давление;  $u, v, w$  — компоненты вектора скорости в декартовой системе координат  $(x, y, z)$ ;  $\mathbf{Q}$  — вектор консервативных переменных;  $\mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}$  — векторы конвективных потоков. Трехмерные уравнения, описывающие течение сжимаемого газа в декартовой системе координат, можно записать в виде

$$\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial z} = 0.$$

Векторы  $\mathbf{Q}, \mathbf{F}, \mathbf{G}, \mathbf{H}$  для сжимаемого течения газа имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q} &= (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, E)^T, & \mathbf{F} &= (\rho u, \rho u^2 + p, \rho v u, \rho w u, (E + p)u)^T, \\ \mathbf{G} &= (\rho v, \rho v^2 + p, \rho w v, \rho h_0 v)^T, & \mathbf{H} &= (\rho w, \rho w^2 + p, \rho h_0 w)^T, \end{aligned}$$

где  $E$  — полная энергия;  $h_0$  — полная удельная энтальпия. Система уравнений дополняется уравнением состояния в виде

$$p = (\gamma - 1)[E - \rho(u^2 + v^2 + w^2)/2].$$

Для решения рассматриваемой системы уравнений применен метод Годунова. Определение численных потоков на гранях вычислительной ячейки  $\mathbf{F}_{i\pm 1/2,j,k}, \mathbf{G}_{i,j\pm 1/2,k}, \mathbf{H}_{i,j,k\pm 1/2}$  (т. е. решение задачи Римана) проведено с использованием метода HLLEM [13]. Рассмотрим методику вычисления численных потоков на примере вектора  $\mathbf{F}$ . Вычисление численных потоков по другим координатным направлениям выполнялось аналогично. При вычислении численных потоков на гранях вычислительной ячейки  $\mathbf{F}_{i\pm 1/2}$  использовалась TVD-методология, предложенная в [14]. На этом этапе использовался второй порядок аппроксимации для вычисления вектора  $\mathbf{q}_{i\pm 1/2}^{r,l} = (\rho, u, v, w, p)^T$ . Некоторые вычисления проведены с четвертым порядком аппроксимации вектора  $\mathbf{q}_{i\pm 1/2}^{r,l}$  [14]. На первом этапе чис-

ленные потоки на гранях ячеек определялись по формулам

$$\mathbf{F}_{i+1/2} = \frac{b^+ \mathbf{F}_i^l - b^- \mathbf{F}_{i+1}^r}{b^+ - b^-} + \frac{b^+ b^-}{b^+ - b^-} (\mathbf{Q}^r - \mathbf{Q}^l),$$

$$b_l = \min(\hat{U} - \hat{c}, U_i - c_i), \quad b_r = \max(\hat{U} + \hat{c}, U_{i+1} + c_{i+1}),$$

$$\delta = \hat{c}/(\hat{c} + |0,5(b_l + b_r)|), \quad b^+ = \max(b_r, 0), \quad b^- = \min(b_l, 0),$$

где  $U$  — компонента скорости, нормальная к грани ячейки; величины  $\hat{U}$ ,  $\hat{c}$  вычисляются с использованием осреднения по методу работы [15]. Индексы  $l, r$  соответствуют состояниям по обе стороны от границы, разделяющей ячейки. Для окончательного определения численного потока  $\mathbf{F}_{i+1/2}$  использована модификация метода [13]:

$$\mathbf{F}_{i+1/2}^{mod} = \mathbf{F}_{i+1/2} - (b^+ b^- / (b^+ - b^-)) [\delta_{i+1/2} (\alpha_{i+1/2}^2 \mathbf{R}_{i+1/2}^2 + \alpha_{i+1/2}^3 \mathbf{R}_{i+1/2}^3 + \alpha_{i+1/2}^4 \mathbf{R}_{i+1/2}^4)].$$

Здесь  $\mathbf{R}^k$  — правые собственные векторы матрицы  $\partial \mathbf{F} / \partial \mathbf{Q}$ ;  $\alpha^k$  — коэффициенты разложения  $\Delta \mathbf{Q} = \mathbf{Q}^r - \mathbf{Q}^l = \sum \alpha^k \mathbf{R}^k$  по правым собственным векторам  $\mathbf{R}^k$ . Интегрирование по времени нестационарных уравнений Эйлера выполнено по явной третьей порядка TVD-схеме Рунге — Кутты, предложенной в работе [16].

Слева на входной границе задавались постоянные параметры сверхзвукового потока. Левая граница удалена от области взаимодействия вихря с ударной волной, так чтобы возмущения от области взаимодействия не влияли на параметры набегающего потока. Условия на входной границе не менялись. На выходной и верхней границах вычислительной области использовались неотражающие граничные условия для гиперболических систем уравнений, предложенные в [17]. Разработана модификация этих граничных условий применительно к данной трехмерной задаче. При использовании идеологии неотражающих краевых условий, основанной на характеристических соотношениях, предполагалось, что на границе амплитуды входящих волн постоянны во времени, что эквивалентно утверждению об отсутствии входящих волн. На нижней границе, где имеется только входящий в область поток, дополнительно задано два слоя фиктивных ячеек с постоянными газодинамическими параметрами, равными их начальным значениям. Предполагалось, что боковые границы представляют собой твердые стенки, поэтому на них задавалось условие непротекания. При этом они были удалены на такое расстояние, чтобы отраженное возмущение не попадало в область взаимодействия вихря с ударной волной.

Задача решалась в области, имеющей форму параллелепипеда. Тестовые расчеты показали, что при вычислении взаимодействия вихря с ударной волной необходимо использовать адаптивную к структуре потока сетку. Исходя из решения обыкновенного дифференциального уравнения для вихря наибольшие градиенты параметров наблюдались в ядре вихря. Поэтому во всей расчетной области использовалось экспоненциальное распределение узлов сетки по осям  $y, z$  с началом в центре вихря. В результате такой процедуры сетка в ядре вихря была более мелкой. По оси  $x$  сетка строилась с равномерным шагом. Все вычисления проведены на сетке  $120 \times 90 \times 90$  по осям  $x, y, z$  соответственно.

**4. Результаты расчетов.** Численное моделирование структуры потока при взаимодействии продольного вихря с наклонной ударной волной выполнено в диапазоне чисел Маха набегающего потока  $M_\infty = 3 \div 5$ . Предполагалось, что продольное направление оси вихря совпадает с направлением оси  $x$ . Считалось также, что перед фронтом ударной волны направление вектора скорости потока совпадает с направлением оси  $x$ . При этом варьировались циркуляция вихря  $\Gamma_0$  и осевая продольная скорость вихря. Рассмотрены также режимы течения, в которых менялся угол клина, генерирующего ударную волну. Угол клина варьировался в диапазоне  $\theta = 23 \div 30^\circ$ , что приводило к увеличению интенсивности ударной волны. Вычисления проведены для следующих геометрических размеров области:

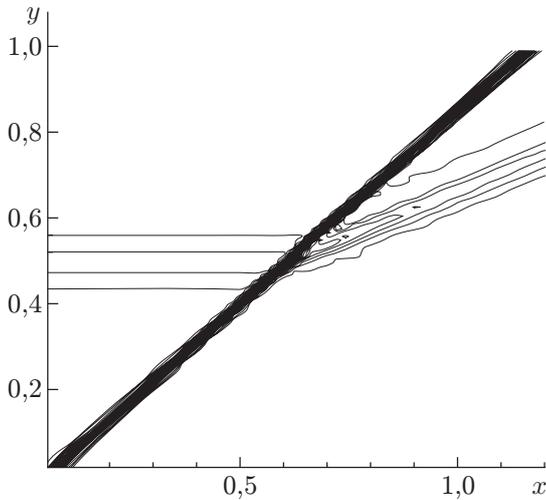


Рис. 3. Изолинии плотности в плоскости  $yx$  при слабом взаимодействии ( $M_\infty = 3$ )

длина области 0,24 м, высота и ширина области 0,12 м, радиус вихря  $r_c = 0,03$  м. В расчетах предполагалось, что абсолютные значения параметров набегающего потока (давление, плотность) не меняются во времени:  $p = 1171,84$  Н/м<sup>2</sup>,  $\rho = 0,01476$  кг/м<sup>3</sup>. Неизменны также геометрические параметры набегающего продольного вихря. Экспериментальные и численные исследования взаимодействия вихря с ударной волной показывают, что резкое увеличение поперечного сечения вихря (разрушение вихря) в области взаимодействия его с ударной волной зависит в основном от дефицита скорости. Поэтому одним из основных параметров задачи является относительная продольная скорость  $\Phi$ . В зависимости от  $\Phi$  существенно менялась структура взаимодействия. В результате расчетов выявлено три режима взаимодействия продольного вихря с ударной волной (слабый, умеренный и сильный) в зависимости от комбинации определяющих параметров  $M_\infty$ ,  $\Gamma_0$ ,  $\Phi$ ,  $\theta$ .

*Слабое взаимодействие.* На рис. 3 показан типичный пример слабого режима взаимодействия продольного вихря с наклонной ударной волной. Структура течения показана в плоскости  $yx$ , проходящей через ось набегающего вихря. Расчет выполнен при следующих значениях параметров течения:  $M_\infty = 3$ ,  $\Gamma_0 = 0,4$ ,  $\Phi = 1,0$ ,  $\gamma = 1,4$ . Ударная волна на рис. 3 имеет вид сгущения изолиний плотности, представляющих собой почти прямые линии, наклоненные к горизонтальной оси под постоянным углом. Угол клина, формирующего ударную волну, равен  $23,3^\circ$ . Набегающий на ударную волну вихрь представлен в виде отрезков горизонтальных прямых вблизи оси симметрии. Из рис. 3 следует, что вихрь проходит через ударную волну и при взаимодействии с ней поворачивается на некоторый угол, при этом его ось симметрии становится параллельной вектору скорости за ударной волной (фактически вихрь распространяется вдоль клина, порождающего ударную волну). Из результатов расчетов следует, что вихрь, проходя через ударную волну, почти не искажается. Форма вихря в сечении  $yz$  за фронтом ударной волны изменяется слабо и близка к круговой. При этом форма ударной волны существенно не меняется. Угол наклона ударной волны также практически не меняется. В результате слабого взаимодействия течение во всей расчетной области остается сверхзвуковым. Таким образом, слабое взаимодействие характеризуется малым искажением фронта ударной волны, минимальным изменением структуры вихря и сверхзвуковой скоростью во всей области течения. При этом структура потока не изменяется во времени. Это согласуется с экспериментальными данными [4], из которых также следует, что структура потока при слабом взаимодействии остается неизменной во времени.

*Умеренное взаимодействие.* С уменьшением продольной скорости на оси симметрии набегающего вихря, т. е. с уменьшением параметра  $\Phi$ , при взаимодействии продольного

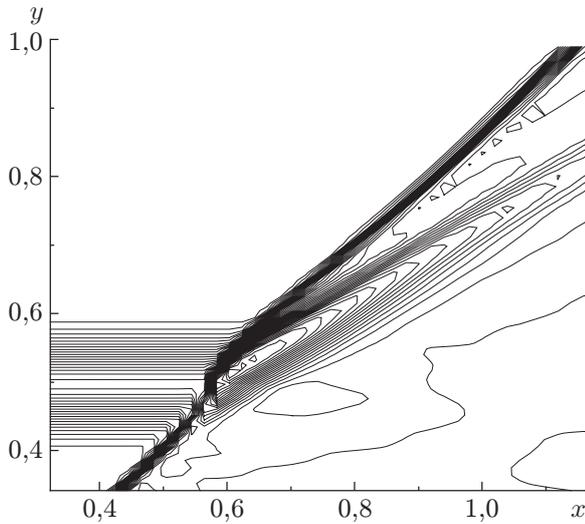


Рис. 4

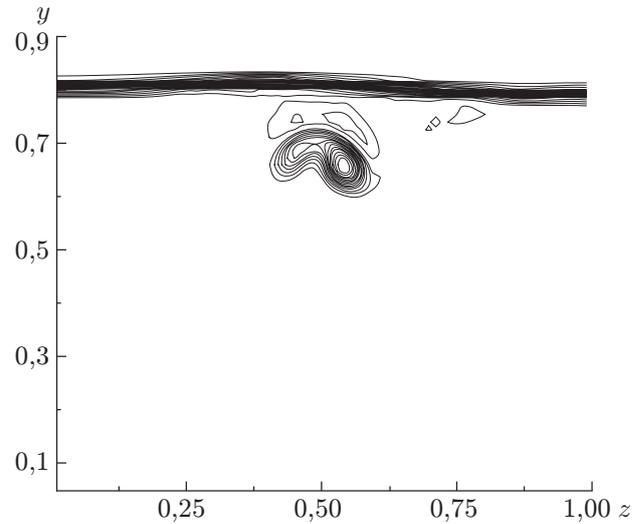


Рис. 5

Рис. 4. Изолинии числа Маха в плоскости  $yx$  при умеренном взаимодействии ( $M_\infty = 3$ )

Рис. 5. Изолинии числа Маха в плоскости  $yz$  при умеренном взаимодействии ( $M_\infty = 3$ )

вихря с ударной волной наблюдается другой тип взаимодействия. По результатам воздействия на ударную волну его можно охарактеризовать как умеренный. В качестве примера умеренного режима взаимодействия приведем результаты расчета для следующих исходных параметров:  $M_\infty = 3$ ,  $\Gamma_0 = 0,4$ ,  $\Phi = 0,8$ ,  $\gamma = 1,4$ . На рис. 4, 5 приведены результаты расчета для умеренного типа взаимодействия вихря с ударной волной. Видно, что в этом случае фронт ударной волны существенно искривляется (см. рис. 4). Наибольшее отклонение от формы головной ударной волны наблюдается в месте пересечения оси вихря с ударной волной, где фронт ударной волны, искривляясь, становится перпендикулярным оси вихря. Это свидетельствует о том, что в данной области формируется прямая ударная волна, за которой должна возникать зона дозвукового течения.

Расчеты показывают, что локальная трехмерная зона дозвукового течения возникает за передним фронтом ударной волны и распространяется вниз по потоку под некоторым положительным углом к оси набегающего вихря. В замкнутой зоне дозвукового течения не наблюдается обратных потоков, продольная компонента скорости в ней всегда положительна. Средний угол отклонения оси дозвуковой зоны на  $3 \div 4^\circ$  превышает угол клина. Наличие дозвуковой зоны обусловлено тем, что на оси вихря число Маха минимальное. Статическое давление в ядре вихря близко к давлению набегающего потока. Когда поток с локально низким числом Маха набегаает на ударную волну, перепад давления на ней должен быть существенно меньше, чем на невозмущенной ударной волне. Для того чтобы получить тот же уровень давления за областью взаимодействия вихря с ударной волной, что и в невозмущенном потоке, необходима перестройка течения в области интерференции. Переход от низкого давления к существенно более высокому можно осуществить либо в системе ударных волн, либо в прямом скачке уплотнения. Поэтому в результате взаимодействия вихря с ударной волной в окрестности ядра вихря происходит структурная перестройка течения. В частности, в режиме умеренного взаимодействия это приводит к появлению прямой ударной волны в ядре вихря.

Из численных результатов для режимов умеренного взаимодействия следует, что повышение статического давления вдоль оси вихря в невозмущенном потоке по сравнению

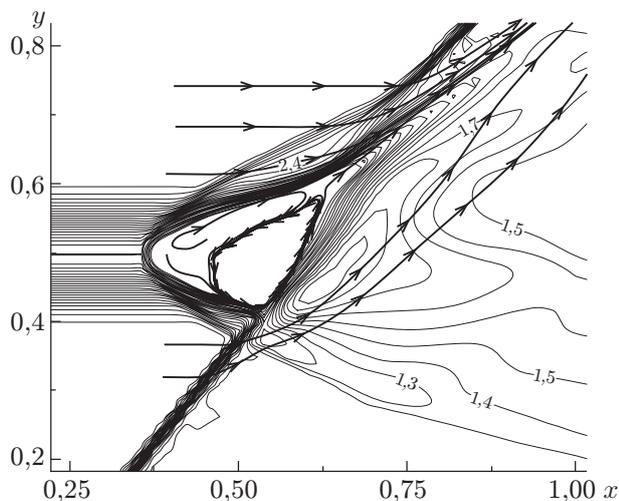


Рис. 6

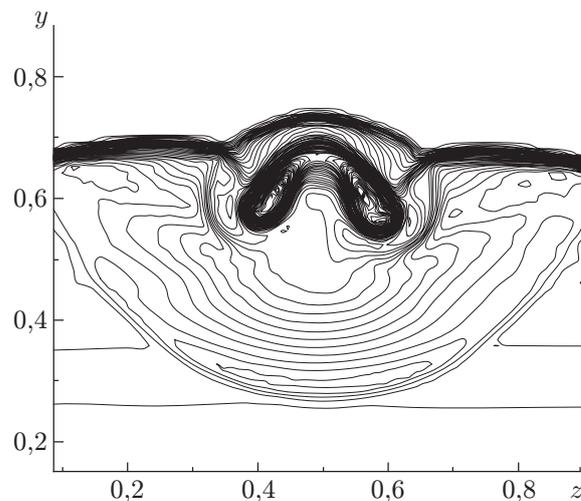


Рис. 7

Рис. 6. Изолинии числа Маха и линии тока в плоскости  $yx$  при сильном взаимодействии ( $M_\infty = 3$ )

Рис. 7. Изолинии числа Маха в плоскости  $yz$  при сильном взаимодействии ( $M_\infty = 3$ )

с давлением в дозвуковой зоне соответствует перепаду на прямом скачке уплотнения. В плоскости  $yz$  (при  $x = 0,94$ ) можно отметить следующие особенности структуры течения. Выбранное сечение находится за фронтом основной ударной волны. В отличие от режима слабого взаимодействия в плоскости  $yz$  имеются следующие особенности (см. рис. 5): основной продольный вихрь, проходя через фронт ударной волны, разделяется на два слабо связанных вихря. Вихри вращаются в противоположных направлениях. Правый вихрь вращается по часовой стрелке, левый — против часовой стрелки. Вихри равноудалены от плоскости симметрии и имеют почти эллипсоидальную форму. При умеренном взаимодействии в одном вихре ядро сверхзвуковое, а в другом вихре дозвуковое. С увеличением координаты  $x$  (т. е. по мере удаления от ударной волны) площадь, занимаемая дозвуковым течением в вихре в сечении  $yz$ , уменьшается. Обнаруженный эффект разделения вихря подтверждается экспериментальными данными работы [8].

*Сильное взаимодействие.* На рис. 6, 7 представлены результаты расчетов сильного взаимодействия продольного вихря с наклонной ударной волной. Видно, что в этом случае резко меняются форма ударной волны и параметры набегающего продольного вихря перед ударной волной. Из-за низких значений полного давления, числа Маха в ядре вихря и угла наклона вектора скорости потока в вихре к ударной волне существенно меняются фронт ударной волны и структура течения в области взаимодействия перед фронтом. При сильном взаимодействии форма фронта ударной волны в области интерференции отличается от прямолинейной. Формируется локальная зона дозвукового рециркуляционного течения, которая располагается вверх по потоку от начального положения фронта ударной волны на некотором расстоянии, зависящем от определяющих параметров.

На рис. 6 показана структура течения при сильном взаимодействии продольного вихря с ударной волной в плоскости  $yx$  при  $M_\infty = 3$ ,  $\Gamma_0 = 0,4$ ,  $\Phi = 0,6$ ,  $\theta = 29^\circ$ . В плоскости  $yx$  перед основной ударной волной видны рециркуляционные зоны потока. Из результатов расчетов следует, что течение в них дозвуковое. Статическое давление в рециркуляционной зоне превышает давление набегающего потока в 2–3 раза. Вокруг рециркуляционной зоны формируется ударная волна. Эту область можно рассматривать как некоторое

твердое затупленное тело, обтекаемое сверхзвуковым неравномерным потоком. В случае обтекания затупленного тела сверхзвуковым потоком перед ним (на некотором расстоянии) формируется отошедшая ударная волна с дозвуковой зоной течения за ней. При взаимодействии продольного вихря с ударной волной вблизи оси симметрии расположена несимметричная замкнутая дозвуковая зона рециркуляционного течения. Между прямым скачком уплотнения и рециркуляционной зоной на оси вихря существует точка, в которой скорость потока равна нулю. Угол наклона фронта ударной волны, формирующейся вокруг зоны рециркуляционного течения, к оси вихря переменный, так как число Маха в ядре вихря существенно увеличивается в направлении от его оси (на оси симметрии фронт ударной волны перпендикулярен ей). При удалении от оси симметрии угол наклона фронта ударной волны уменьшается. При выходе из ядра вихря форма ударной волны становится близкой к конической. Затем происходит взаимодействие конической ударной волны с основной ударной волной, сформированной клином.

Таким образом, при сильном взаимодействии перед фронтом основной ударной волны появляется трехмерная зона возвратного дозвукового течения, которая по своей структуре подобна области отрывного течения, возникающей, например, при обтекании вязким сверхзвуковым потоком угла сжатия. Появление зоны возвратного течения приводит к существенному расширению поперечного сечения вихря. Во всех исследованных режимах сильного взаимодействия наблюдалась дозвуковая зона возвратного течения, которая была отделена по всему периметру от зоны сверхзвукового течения поверхностью контактного разрыва.

В области между контактной поверхностью и ударной волной, сформировавшейся перед рециркуляционной зоной, течение сверхзвуковое, ниже контактной поверхности течение дозвуковое. Контактная линия тока (если рассматривать структуру течения в плоскости  $yx$ ) выходит из точки на сформировавшейся конической ударной волне, в которой за фронтом число Маха  $M = 1$ . Наличие контактной поверхности подтверждается результатами расчетов, из которых следует, что плотность и число Маха выше и ниже контактного разрыва существенно различаются, в то время как значения давления почти совпадают. Размер зоны возвратного течения зависит от интенсивности ударной волны, т. е. от угла клина, генерирующего ударную волну. Длина локальной области дозвукового течения в определенной мере может служить характеристикой режима сильного взаимодействия. Как и в случае слабого взаимодействия, при сильном взаимодействии в области за ударной волной возникают зоны разрежения. Это приводит к уменьшению давления на поверхности клина по сравнению с давлением, возникающим при обтекании клина равномерным сверхзвуковым потоком, причем более существенному в случае сильного взаимодействия. Таким образом, давление на клине в случае сильного взаимодействия меньше, чем при слабом взаимодействии.

За областью рециркуляционного течения ( $x = 0,74$ ) в плоскости  $yz$  можно отметить следующие особенности структуры течения. В сечении  $yz$  видны коническая ударная волна, возникающая перед рециркуляционной зоной, с центром  $z = 0,5$  и примыкающая к ней основная ударная волна (см. рис. 7). Наблюдается также расщепление основного продольного вихря на два вихря (см. рис. 7). Наличие двух вихрей подтверждается значительным уменьшением плотности в них и изменением направления вектора скорости по периметру вихря. Вихри вращаются в противоположных направлениях: правый вихрь вращается по часовой стрелке, левый — против часовой стрелки. Вихри равноудалены от плоскости симметрии и имеют почти эллипсоидальную форму. В отличие от режима умеренного взаимодействия при сильном взаимодействии ядро обоих вихрей дозвуковое. Сравнивая положения правого или левого расщепленного вихря в плоскости  $yz$  на различных расстояниях  $x$ , необходимо отметить следующее: 1) ось расщепленных вихрей отклонена от

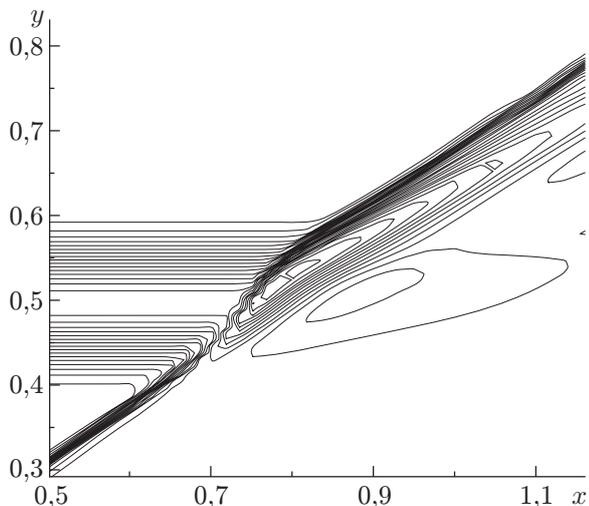


Рис. 8

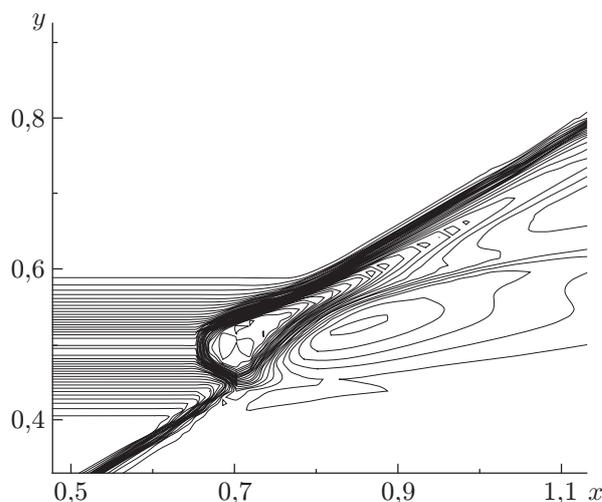


Рис. 9

Рис. 8. Изолинии числа Маха в плоскости  $yx$  при слабом взаимодействии ( $M_\infty = 5$ ,  $\Gamma_0 = 0,4$ )

Рис. 9. Изолинии числа Маха в плоскости  $yx$  при сильном взаимодействии ( $M_\infty = 5$ ,  $\Gamma_0 = 2$ )

оси  $x$  на положительный угол; 2) с увеличением координаты  $x$  главная ось эллипса левого вихря начинает поворачиваться против часовой стрелки, при этом главная ось эллипса правого вихря поворачивается по часовой стрелке. С увеличением координаты  $x$  (т. е. по мере удаления от фронта ударной волны) площадь, занимаемая дозвуковым течением в вихре в сечении  $yz$ , уменьшается.

В работе исследовано влияние циркуляции  $\Gamma_0$  продольного вихря на тип его взаимодействия с ударной волной. Вычисления проведены при  $M_\infty = 5$ ,  $\Phi = 0,8$ ,  $\theta = 23,3^\circ$ . Результаты расчетов показали, что циркуляция вихря влияет на тип взаимодействия. Так, при  $\Gamma_0 = 0,4$  реализуется слабый тип взаимодействия (рис. 8), при  $\Gamma_0 = 2$  — сильный тип взаимодействия (рис. 9). Однако следует отметить, что “взрыва” вихря (т. е. значительного увеличения его сечения) при этом не происходит (рис. 9). Из рис. 9 следует, что рециркуляционная зона находится в ядре вихря. Это согласуется с результатами экспериментов [8], в которых такой же результат получен при взаимодействии продольного вихря с прямой ударной волной. Результаты расчетов показывают, что влияние параметра  $\Gamma_0$  на тип взаимодействия значительно слабее, чем воздействие параметра  $\Phi$ .

Более существенно влияние на структуру течения угла клина  $\theta$ , формирующего ударную волну. Воздействие этого параметра на структуру течения при взаимодействии продольного вихря с ударной волной аналогично воздействию параметра  $\Phi$ . Влияние параметра  $\theta$  исследовалось при  $M_\infty = 3$ ,  $\Phi = 0,8$ ,  $\Gamma_0 = 0,4$ . Результаты расчетов показали, что при  $\theta = 23,3^\circ$  структуру течения можно охарактеризовать как слабый тип взаимодействия. Однако уже при  $\theta = 25^\circ$  реализуется сильный тип взаимодействия, а при  $\theta = 27^\circ$  в потоке наблюдаются рециркуляционные зоны значительной протяженности. Дальнейшее увеличение  $\theta$  приводит к появлению дозвукового течения на левой границе расчетной области. Полученные результаты расчетов согласуются с экспериментальными данными [9].

**5. Выводы.** Представлены результаты численного исследования взаимодействия продольного вихря с наклонной ударной волной. Построена математическая модель продольного вихря. Выявлено три режима взаимодействия: слабый, умеренный и сильный. Пока-

зано, что при сильном взаимодействии возможно разрушение вихря. Эффект разрушения вихря характеризуется значительным изменением его структуры: появляется рециркуляционная дозвуковая зона, существенно увеличивается диаметр вихря. Показано, что основное влияние на тип взаимодействия оказывают продольная скорость и угол клина, формирующего ударную волну. Обнаружен эффект расщепления основного вихря на ударной волне при умеренном и сильном режимах взаимодействия.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Бродецкий М. Д., Краузе Э., Никифоров С. Б. и др.** Развитие вихревых структур на подветренной стороне треугольного крыла // ПМТФ. 2001. Т. 42, № 2. С. 68–80.
2. **Луговцов Б. А.** Дальняя асимптотика турбулентных спутных вихрей // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 2. С. 13–23.
3. **Leibovich S.** Vortex stability and breakdown: survey and extension // AIAA J. 1983. V. 22, N 9. P. 1192–1206.
4. **Delery J. M.** Aspects of vortex breakdown // Progress in aerospace sciences. Oxford: Pergamon Press, 1994. V. 30. P. 1–59.
5. **Затолока В. В., Иванюшкин А. К., Николаев А. В.** Интерференция вихрей со скачками уплотнения в воздухозаборнике. Разрушение вихрей // Учен. зап. ЦАГИ. 1975. Т. 6, № 2. С. 134–138.
6. **Глотов Г. Ф.** Интерференция вихревого шнура со скачками уплотнения в свободном потоке и неизобарических струях // Учен. зап. ЦАГИ. 1989. Т. 20, № 5. С. 21–32.
7. **Kalkhoran I.** Vortex distortion during vortex-surface interaction in a Mach 3 stream // AIAA J. 1994. V. 32, N 1. P. 123–129.
8. **Cattafesta L. N., Settles G.** Experiments on shock vortex interaction. N. Y., 1992. (Paper / AIAA; N 92-0315).
9. **Smart M. K., Kalkhoran I.** Effect of shock strength on oblique shock-wave vortex interaction // AIAA J. 1995. V. 33, N 11. P. 2137–2143.
10. **Nedungadi A., Lewis M. J.** Computational study of the flowfields associated with oblique shock vortex interactions // AIAA J. 1996. V. 34, N 12. P. 2545–2553.
11. **Rizzetta D. P.** Numerical investigation of supersonic wing-tip vortices // AIAA J. 1996. V. 34, N 6. P. 1203–1208.
12. **Corpening G., Anderson J. D.** Numerical solutions to three-dimensional shock wave/vortex interaction at hypersonic speeds. N. Y., 1989. (Paper / AIAA; N 89-0674).
13. **Einfeldt B.** On Godunov-type methods for gas dynamics // SIAM J. Numer. Anal. 1988. V. 25, N 2. P. 294–318.
14. **Yamamoto S., Daiguji H.** Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier — Stokes equations // Comput. Fluids. 1993. V. 22. P. 259–270.
15. **Roe P. L.** Approximate Riemann solvers, parameter vectors, and difference schemes // J. Comput. Phys. 1981. V. 43, N 2. P. 357–372.
16. **Shu C.-W., Osher S.** Efficient implementation of essentially non-oscillatory shock-capturing schemes // J. Comput. Phys. 1988. V. 77, N 2. P. 439–471.
17. **Thompson K. W.** Time-dependent boundary conditions for hyperbolic systems // J. Comput. Phys. 1987. V. 68, N 1. P. 1–24.