

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛУЧЕВЫХ СКОРОСТЕЙ В ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ ПО СЕЙСМОГРАММАМ ОБЩЕГО ПУНКТА ПРИЕМА

С.Н. Медведев

Тихоокеанский океанологический институт ДВО РАН, 690041, Владивосток, ул. Балтийская, 43, Россия

Установлено соотношение между пластовой скоростью в слое двумерно-неоднородной среды и кажущейся скоростью отраженной волны. Слой предполагается тонким по сравнению с толщиной покрывающей среды. В случае анизотропного слоя это соотношение дает зависимость эффективной лучевой скорости от расстояния источник—приемник, играющую роль индикатора типа анизотропии. В основе подхода, названного точечной инверсией, лежат свойства двух лучей, отраженных от границ слоя и соединяющих одну и ту же пару точек излучения и приема. После определения толщины слоя точечная инверсия позволяет построить индикатрису лучевой скорости, а затем найти горизонтальную скорость и коэффициент анизотропии для каждого из имеющихся слоев. Приводятся результаты численного моделирования и обработки экспериментальных данных, получаемых с помощью сейсмоакустических радиобуев. Результаты обработки показали наличие существенной (до 16 %) анизотропии второго типа в слоях морских осадков.

Лучевая скорость, индикатриса скорости, анизотропия, инверсия.

RAY VELOCITIES IN TRANSVERSELY ISOTROPIC MEDIA, FROM COMMON-OFFSET REFLECTION DATA

S.N. Medvedev

The relationship between layer and apparent reflection velocities obtained for a layer much thinner than the overlying in a 2D transversely isotropic medium can be used to plot offset dependence of effective ray velocity indicative of anisotropy type. This approach, called point inversion, is based on the properties of two rays which are reflected from the layer top and bottom and connect the same source-receiver pair. Point inversion is applied, after constraining the layer thickness, to obtain the indicator ellipsoid of ray velocity and then to find the horizontal velocity and anisotropy in each layer. Processing of seismoacoustic radio buoy experimental data and numerical modeling show up to 16 percent anisotropy of type II in marine sediments.

Ray velocity, velocity indicatrix, anisotropy, inversion

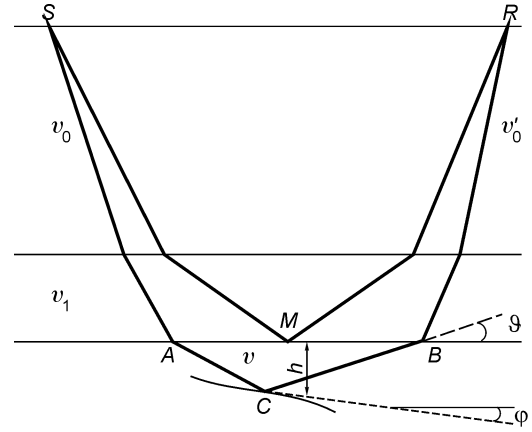
ВВЕДЕНИЕ

Традиционный подход к решению обратных кинематических задач для анизотропных сред основан на представлении годографа отраженной или проходящей (в системе данных ВСП) волны в виде ряда по степеням расстояния источник—приемник. Такой подход можно назвать глобальным из-за стремления описать свойства всего множества лучей, имеющих при выбранной базе наблюдений, при помощи двух-трех коэффициентов соответствующего ряда. Известно, что каждый слой трансверсально-изотропной (ТИ) среды определяется пятью упругими параметрами. Тем самым задача восстановления этих параметров по трем коэффициентам разложения годографа отраженной волны в ряд Тейлора оказывается недоопределенной. Для устранения этой недоопределенности авторы работ [1, 2] предложили одновременно использовать информацию о нескольких типах волн. Однако эту идею невозможно реализовать при проведении морских сейсмических работ, поскольку на поверхности наблюдения регистрируются только продольные волны. Еще один вариант глобального подхода основан на использовании приближенных выражений для лучевой скорости [3—5]. При этом обратная задача сводится к задаче трехпараметрической оптимизации. Такое число неизвестных делает невозможным получение устойчивого решения по исходным данным с помехами и с учетом того обстоятельства, что строение реальной среды в той или иной степени наверняка отличается от горизонтально-слоистой модели. В подтверждение сказанного сошлемся на работу [6], в которой с помощью численного моделирования исследована устойчивость нескольких алгоритмов решения обратной задачи для ТИ среды. Из всех известных в настоящее время методов обработки отраженных волн в ТИ среде достаточно устойчивыми являются лишь методы, основанные на свойствах τ - p преобразования. Однако эти методы фактически не дают решения обратной задачи, так как получаемые скоростные параметры среды (например, „эллиптические“ скорости в работе [7]) лишены физической прозрачности и не могут быть использованы для определения истинного положения отражающих границ.

В данной статье решение обратной задачи строится на основе свойств двух лучей, отраженных от границ некоторого слоя и соединяющих одну и ту же пару точек излучения и приема. Такой локальный способ решения обратной задачи оказывается гораздо эффективнее глобального подхода и позволяет получить практически реализуемые решения как в системе данных ВСП, так и в системе данных метода отраженных волн.

© С.Н. Медведев, 2005

Рис. 1. Траектории двух отраженных лучей, соединяющих одну и ту же пару точек излучения и приема.



ВСПОМОГАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ФУНКЦИИ $\tau(p)$

Пусть t — время распространения волны, X — дистанция, $p = dt/dX$ — производная годографа (лучевой параметр). Получим два вспомогательных уравнения для функции

$$\tau(p) = t(p) - pX(p), \quad (1)$$

которые нам понадобятся в дальнейшем. Рассмотрим два луча, выходящих из источника S (рис. 1), отраженных от границ некоторого слоя и приходящих в одну и ту же точку приема R . Будем считать горизонтальными все границы среды, кроме нижней границы слоя. Пусть t — время распространения, а X — величина горизонтальной проекции лучей, выходящих из точки S и падающих на границу AB . Два таких луча SA и SM показаны на рис. 1. Такие же обозначения мы будем использовать и для лучей, выходящих из точки R как из источника (см. рис. 1, лучи RM и RB). Величина X в этом случае отсчитывается от точки R . Дифференцирование равенства (1) дает

$$d\tau/dp = -X(p), \quad (2)$$

$$d^2\tau/dp^2 = -dX/dp. \quad (3)$$

Выберем некоторое значение $p = p_1$ производной p . Учитывая равенства (2), (3), запишем ряд Тейлора для функции (1):

$$\tau(p) = \tau(p_1) - X(p - p_1) - \frac{1}{2} \frac{dX}{dp} (p - p_1)^2 + \dots, \quad (4)$$

где $X = X(p_1)$, а производная dX/dp вычисляется в точке $p = p_1$.

Обозначим через δt время распространения отраженной волны вдоль луча ACB (см. рис. 1), а через δX длину отрезка AB . Пусть

$$q = \frac{\cos \vartheta}{v}, \quad (5)$$

где v — скорость в слое, а ϑ — угол между лучом CB и границей AB (см. рис. 1). Обозначим через h длину вертикального отрезка между средней точкой отрезка AB и касательной (в точке отражения C) к нижней границе слоя. В дальнейшем мы будем называть величину h толщиной слоя. Имеет место соотношение [8]

$$\Delta T_v = \frac{\delta t}{\sqrt{1 - q^2 v^2}}, \quad (6)$$

где

$$\Delta T_v = 2h/v, \quad (7)$$

$$\delta \tau = \delta \tau(q) = \delta t - q \delta X. \quad (8)$$

Равенство (6) нетрудно получить, используя понятие мнимого источника и закон Бенндорфа.

ОСНОВНОЕ СООТНОШЕНИЕ МЕЖДУ ПЛАСТОВОЙ И КАЖУЩЕЙСЯ СКОРОСТЯМИ В ИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Пусть X'_1 и X''_1 — горизонтальные проекции лучей SM и RM (см. рис. 1), а X — расстояние SR источник—приемник. Тогда

$$X = X'_1 + X''_1. \quad (9)$$

Обозначим через $t_1 = t_1(X)$ время распространения отраженной волны вдоль луча SMR и пусть t'_1 и t''_1 — время распространения волны вдоль лучей SM и RM соответственно. Тогда

$$t_1 = t'_1 + t''_1. \quad (10)$$

Введем обозначение

$$p_1 = \frac{\cos \vartheta_1}{v_n}, \quad (11)$$

где ϑ_1 — угол между лучом MR и границей AB в точке M , а v_n — скорость в слое выше границы AB . Если точку R рассматривать как источник, а границу AB как линию наблюдения, то по закону Бенндорфа величина p_1 будет равна производной dt/dX от времени распространения волны при $t = t'_1, X = X''_1$. В силу равенства углов падения и отражения величина p_1 будет равна также и производной dt/dX при $t = t'_1, X = X'_1$ для волны от источника S , наблюдаемой на линии AB .

Учитывая изложенное, равенство (9) и определение функции $\tau(p)$, запишем равенство (10) в следующем виде

$$t_1 = t'_1 - p_1 X'_1 + t''_1 - p_1 X''_1 + p_1 X = \tau'_1(p_1) + \tau''_1(p_1) + p_1 X. \quad (12)$$

Обозначим через $t = t(X)$ время распространения отраженной волны вдоль луча SCR (см. рис. 1) и пусть t' и t'' — время распространения волны вдоль лучей SA и RB . Тогда

$$t = t' + \delta t + t''. \quad (13)$$

Пусть X' и X'' — горизонтальные проекции лучей SA и RB . Представим величину X в виде суммы

$$X = X' + \delta X + X''. \quad (14)$$

Смысл величин δt и δX был указан выше. Обозначим

$$p = \frac{\cos \vartheta_n}{v_n}, \quad (15)$$

где ϑ_n — угол между лучом RB и границей AB вблизи точки B . Рассматривая опять точку R как источник, а границу AB как линию наблюдения, можно утверждать, что в силу закона Бенндорфа величина p равна производной dt/dX от времени распространения волны при $t = t'', X = X''$. Перепишем равенство (13) в виде

$$t = t' + \delta t + t'' - qX + qX.$$

Учитывая теперь равенство (14), смысл параметра p и определение функции $\tau(p)$, находим

$$t = t' - pX' + \delta t - p\delta X + t'' - pX'' + pX = t' - pX' + \delta\tau + \tau''(p) + pX, \quad (16)$$

где $\delta\tau$ определяется равенством (8). Обозначим через p' производную dt/dX при $t = t', X = X'$ от времени распространения волны от источника S при наблюдении на линии AB и перепишем уравнение (16) в виде

$$t = t' - p'X' + (p' - p)X' + \delta\tau + \tau''(p) + pX.$$

Отсюда

$$t = \tau'(p') + (p' - p)X' + \delta\tau + \tau''(p) + pX. \quad (17)$$

В рассматриваемой модели с горизонтально-слоистой покрывающей средой

$$p - p' \sim \varphi, \quad (18)$$

где φ — угол наклона отражающей границы, и разлагая функцию $\tau'(p')$ в ряд (4) в точке $p' = p$, получим

$$\tau'(p') = \tau'(p) - (p' - p)X' + o(\varphi^2).$$

Подставив этот результат в (17), находим

$$t = \tau'(p) + \delta\tau(p) + \tau''(p) + pX \quad (19)$$

с точностью до членов второго порядка малости относительно φ .

Обозначим

$$\Delta t = \Delta t(X) = t(X) - t_1(X).$$

Подставив в это равенство вместо t и t_1 выражения (19) и (12), получим

$$\Delta t = \delta\tau(p) + \tau'(p) + \tau''(p) - \tau'_1(p_1) - \tau''_1(p_1) + (p - p_1)X. \quad (20)$$

Обозначения $\tau'(p)$ и $\tau'_1(p_1)$ относятся к значениям одной и той же функции $\tau'(p)$, но для двух различных лучей SA и SM . Поэтому ниже мы будем полагать $\tau'_1(p_1) = \tau'(p)$. По этой же причине $\tau''_1(p_1) = \tau''(p_1)$ и уравнение (20) приобретает вид

$$\Delta t = \delta\tau(p) + \tau'(p) - \tau'(p_1) + \tau''(p) - \tau''(p_1) + (p - p_1)X. \quad (21)$$

Представим каждую из функций $\tau'(p)$ и $\tau''(p)$ в виде ряда Тейлора (4) по степеням p в точке $p = p_1$:

$$\begin{aligned} \tau'(p) &= \tau'(p_1) - (p - p_1)X'_1 - \frac{c_1}{2}(p - p_1)^2, \\ \tau''(p) &= \tau''(p_1) - (p - p_1)X''_1 - \frac{c_2}{2}(p - p_1)^2, \end{aligned}$$

где c_1 и c_2 — величины производной dX/dp соответственно при $X = X'_1$, $p = p_1$ и при $X = X''_1$, $p = p_1$. Подставив эти ряды в уравнение (21) и учитывая равенство (9), получим

$$\Delta t = \delta\tau(p) - \frac{c}{2}(p - p_1)^2,$$

где, $c = c_1 + c_2 = \frac{dX}{dp_1} = \frac{1}{d^2t_1/dX^2}$.

Отсюда, обозначив

$$g = \frac{c}{2}(p - p_1)^2, \quad (22)$$

находим

$$\delta\tau(p) = \Delta t + g. \quad (23)$$

По закону Снеллиуса параметры (5) и (15) совпадают. Следовательно, величину $\delta\tau(q)$ в уравнении (6) можно заменить на сумму двух величин в правой части равенства (23). Это дает

$$\Delta T_v = \frac{\Delta t + g}{\sqrt{1 - q^2v^2}}.$$

Отсюда

$$1 - q^2v^2 = \left(\frac{\Delta t + g}{\Delta T_v} \right)^2$$

и

$$v = \frac{1}{q} \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t + g}{\Delta T_v} \right)^2}, \quad (24)$$

$$2hq = \sqrt{(\Delta T_v)^2 - (\Delta t + g)^2}. \quad (25)$$

Из законов Бенндорфа и Снеллиуса следует, что в рассматриваемом случае изотропной, горизонтально-слоистой покрывающей среды величина q будет совпадать с производной годографа волны, отраженной от нижней границы слоя, а p_1 — с производной годографа отражений от верхней границы слоя:

$$q = p = dt/dX, \quad (26)$$

$$p_1 = dt_1/dX. \quad (27)$$

Переходя в формуле (24) от производной $q = p$ к кажущейся скорости

$$V_a = V_a(X) = 1/p(X) = dX/dt,$$

находим

$$v = V_a \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t + g}{\Delta T_v} \right)^2}. \quad (28)$$

Это и есть искомое соотношение между пластовой и кажущейся скоростями. Как будет показано ниже, формула (28) позволяет определять пластовую скорость и локальную толщину изотропного слоя по временам и кажущимся скоростям отражений от границ слоя при фиксированном расстоянии источник—приемник. Такой способ определения параметров слоя мы будем называть точечной инверсией.

СВОЙСТВА ТОЧЕЧНОЙ ИНВЕРСИИ

Если покрывающая слой среда не содержит высококонтрастных (по скорости) границ, то величина параметра g в (28) достаточно точно определяется выражением (7-A) (см. приложение А). В противном

случае в разложениях типа (4) необходимо учитывать еще и члены порядка $(p - p_1)^3$. Тогда величина g будет определяться выражением

$$g = \frac{b}{2} \frac{Xt}{p_1 \tau_1} (p - p_1)^2, \quad (29)$$

где

$$b = 1 + \frac{X}{\tau_1} (p - p_1), \quad \tau_1 = t_1 - p_1 X. \quad (30)$$

Этот результат устанавливается после ряда преобразований, аналогичных тем, которые были использованы в приложении А.

Все величины в (29), (30) можно считать заданными. Тем самым при заданной величине ΔT_v формула (28) будет определять величину пластовой скорости.

При выводе формулы обращения (28) был отброшен член второго порядка малости относительно величины (18). Сказанное означает, что под радикалом в (28) вместо величины $\Delta t + g$ должна стоять сумма этой величины и члена порядка φ^2 . В этих условиях применение элементарных формул теории ошибок дает следующую оценку относительной погрешности $\delta v/v$ определения пластовой скорости по формуле (28)

$$\frac{\delta v}{v} \approx \frac{V_a^2(X) - v^2}{v^2} \varphi^2. \quad (31)$$

Такая же оценка выполняется и для относительной погрешности $\delta h/h$. Известно, что $V_a(X) \rightarrow v$ при увеличении X , если пластовые скорости не убывают с глубиной. Тогда из (31) следует, что $\delta v \rightarrow 0$, $\delta h \rightarrow 0$, т. е. на достаточно больших удалениях от источника (S) ошибки определения параметров v и h пренебрежимо малы. Это свойство формул обращения (28)—(30) позволяет называть результаты точечной инверсии асимптотически точными.

Отметим, что на малых удалениях от источника, когда кажущаяся скорость $V_a(X)$ принимает большие значения, погрешность (31) точечной инверсии может быть существенной, порядка $\varphi^2 V_a^2(X)/v^2$.

В рамках рассматриваемой модели среды формулы обращения (28)—(30) можно непосредственно использовать и в системе данных ОГТ, причем с сохранением свойства асимптотической точности. При этом величину ΔT_v следует полагать равной разности (Δt_0) времен отражений от границ слоя при совмещенном положении источника и приемника. Более того, в системе данных ОГТ точечную инверсию (28)—(30) можно осуществлять и при наличии наклонных границ в покрывающей среде. В этом случае свойство асимптотической точности теряется, но равенство (28) будет выполняться с точностью до величин второго порядка малости, зависящих от степени контрастности и углов наклона границ. Доказательство последних утверждений будет дано в отдельной публикации.

Точечная инверсия (28)—(30) дает решение обратной задачи для двумерно-неоднородной среды. При этом двумерный характер полученных формул обращения обусловлен не только негоризонтальностью нижней границы слоя. Вывод формул (28)—(30) не зависит от того, совпадают или нет пластовые скорости в верхней части разреза вдоль луча, распространяющегося вниз (до отражения), с пластовыми скоростями вдоль луча после отражения. Две такие величины v_0 и v'_0 показаны на рис. 1. Таким образом, точечную инверсию можно осуществлять и в случае латеральной изменчивости пластовых скоростей. В этом заключается одно из преимуществ точечной инверсии перед способами определения пластовых скоростей на основе формулы Дикса или ее двумерных аналогов.

Условимся называть слой относительно тонким, а для краткости просто тонким, если выполнено условие

$$\varepsilon = \frac{\Delta T_v}{T_v} \ll 1, \quad (32)$$

где T_v — вертикальное время до верхней или нижней границы слоя, а ΔT_v — по-прежнему разность (7) вертикальных времен до границ слоя. Еще одним из достоинств точечной инверсии является возможность определения параметров очень тонких слоев. Известно [9], что погрешность δv определения пластовой скорости по формуле Дикса неограниченно возрастает при уменьшении мощности слоя. Это связано с тем, что величина δv обратно пропорциональна величине ε . В то же время погрешность (31) формулы (28) не зависит от ε , что и позволяет использовать точечную инверсию для решения задач сейсморазведки высокого разрешения.

Предположим, что среда является горизонтально-слоистой. В этом случае $\Delta T_v = \Delta t_0$ и формула (28) принимает вид

$$v = V_a \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t + g}{\Delta t_0}\right)^2}. \quad (33)$$

Таким образом, достаточная система данных точечной инверсии (33), (29), (30) включает в себя шесть параметров: дистанцию X , время $t_1 = t_1(X)$ волны, отраженной от верхней границы слоя, разности $\Delta t = \Delta t(X)$ и Δt_0 времен отражений от границ слоя в выбранной точке наблюдения и при $X = 0$, а также производные $p_1 = p_1(X)$ и $p = p(X)$ (или кажущиеся скорости отражений от границ слоя в выбранной точке наблюдения).

Теперь мы можем перейти к рассмотрению точечной инверсии в анизотропной среде.

ЭФФЕКТИВНАЯ ЛУЧЕВАЯ СКОРОСТЬ

Пусть v — лучевая скорость в слое, α — угол отражения луча, $v = v(\alpha)$ — индикатриса лучевой скорости. В анизотропной среде равенство (7) принимает вид

$$\Delta T_v = \Delta T_v(\alpha) = 2h/v(\alpha). \quad (34)$$

Для выполнения точной формулы (6) достаточно, чтобы угол падения луча равнялся углу отражения. Известно [1], что в трансверсально-изотропной среде с осью симметрии, перпендикулярной отражающей границе, закон отражения выполняется. Тем самым будет выполняться и формула (6). Однако параметр q уже не будет совпадать с производной $p = dt/dX$, как это было в случае изотропной среды. Поэтому в анизотропной среде точность формулы (28), полученной из (24) путем замены q на p , определяется выражением, отличным от (31). Соответствующая оценка точности (7-Б) приводится в приложении Б.

Замена величины (34) на Δt_0 при переходе от формулы (28) к (33) будет приводить к появлению дополнительного смещения оценки скорости. Поясним сказанное.

Обозначим через $v_0 = v(0)$ скорость распространения волны в направлении, перпендикулярном нижней границе слоя, т. е. вдоль оси симметрии (в горизонтально-слоистой среде v_0 — вертикальная скорость). В линейном по ϑ приближении

$$\Delta t_0 = 2h/v_0, \quad (35)$$

где h — по-прежнему толщина слоя по вертикали, проходящей через среднюю точку отрезка AB (см. рис. 1). В анизотропной среде величины (34) и (35), вообще говоря, не совпадают. Обозначим относительную разность этих величин через $\delta t_0/\Delta t_0$. Нетрудно проверить, что соответствующая величина смещения δv оценки скорости (33) будет определяться выражением (31), если в нем заменить φ^2 на $\delta t_0/\Delta t_0$. Учитывая это обстоятельство и оценку (7-Б), имеем

$$\delta v_e = v_e - v \sim \psi^2 \sin^2 \vartheta + \varphi \psi \sin \vartheta + \frac{V_a^2 - v^2}{v^2} \left[\varphi^2 + \frac{\delta t_0}{\Delta t_0} \right], \quad (36)$$

где через v_e обозначена правая часть равенства (33):

$$v_e = V_a \sqrt{1 - \left(\frac{\Delta t + g}{\Delta t_0}\right)^2} = v_e(X). \quad (37)$$

Функцию $v_e(X)$ мы будем называть эффективной лучевой скоростью. Рассмотрим свойства этой функции.

Можно показать [1], что $\psi \rightarrow 0$ при $\vartheta \rightarrow 0$. Но тогда в силу равенства (1-Б) $V_a \rightarrow v$ при $\vartheta \rightarrow 0$ и из (36) получаем

$$v_e \rightarrow v \text{ при } \vartheta \rightarrow 0,$$

т. е. точечная инверсия обладает свойством асимптотической точности и в случае анизотропной среды. Это означает, что на достаточно больших удалениях от источника

$$v_e \approx v(\alpha). \quad (38)$$

Ниже будут рассматриваться свойства эффективной лучевой скорости для различных типов анизотропии. Отметим, что в западной литературе для классификации анизотропных сред используют не типы

анизотропии, а значения параметров Томсена [10] δ и ϵ . Первый тип анизотропии соответствует значениям $\delta > 0$, $\epsilon > 0$, для второго $\delta = 0$, $\epsilon > 0$ и для третьего $\delta < 0$, $\epsilon > 0$.

Покажем, что в горизонтально-слоистой среде функция $v_e(X)$ возрастает при увеличении дистанции в случае анизотропии второго или третьего типов. Анизотропия 2-го типа означает изотропию при небольших углах отражения и увеличение лучевой скорости при увеличении угла отражения, начиная с некоторого его значения. Следовательно, вблизи источника величины (34) и (35) совпадают, $\delta t_0/\Delta t_0 = 0$ и из (36) следует $v_e = v_0$. На больших удалениях от источника величина (34) будет меньше величины (35), так как $v(\alpha) > v_0$. Тем самым $\delta t_0/\Delta t_0 > 0$ и, учитывая оценку (36), получаем

$$v_e(X) > v(\alpha) > v_0 = v_e(0),$$

что и требовалось доказать.

Анизотропия третьего типа означает уменьшение лучевой скорости при увеличении угла отражения в некоторой области вблизи источника и увеличение значений $v(\alpha)$ при увеличении дистанции вне этой области. Тем самым вблизи источника $v(\alpha) < v_0$ и из (35) следует, что $\delta t_0/\Delta t_0 < 0$. Тогда из (36) получаем $v_e < v_{\min}$, где v_{\min} — наименьшее значение лучевой скорости. В то же время из общего соотношения (38), выполняющегося для всех типов анизотропии, следует, что на достаточно больших удалениях от источника $v_e \approx v_{\max}$, где v_{\max} — наибольшее значение лучевой скорости при выбранной базе наблюдений. Таким образом, значения эффективной скорости (37) на конце интервала наблюдений больше ее значений вблизи источника.

В случае анизотропии первого типа, т. е. при возрастании лучевой скорости во всем диапазоне углов отражения $\delta t_0/\Delta t_0 > 0$ и из оценки (36) следует, что $v_e(X) > v$. Таким образом, значения эффективной лучевой скорости (37) дают оценку сверху на лучевую скорость. К сожалению, для анизотропии первого типа не представляется возможным установить аналитически характер изменения кривой $v_e(X)$. Можно лишь показать, что в случае эллиптической анизотропии кривая $v_e(X)$ вырождается в прямую $v_e = v_h$, где v_h — горизонтальная скорость. Такое положение дел вынуждает использовать численное моделирование, результаты которого показывают, что в случае анизотропии первого типа величина эффективной лучевой скорости (37) убывает при увеличении дистанции, причем тем сильнее, чем больше индикатриса лучевой скорости отличается от эллипса.

Проиллюстрируем установленные выше свойства эффективной лучевой скорости на конкретном примере. На рис. 2 показаны точные значения лучевой скорости и кривые (37) для модели двухслойной, горизонтально-однородной среды. Модель состоит из трансверсально-изотропного слоя осадков толщиной 0,5 км с вертикальной осью симметрии и трехкилометрового водного слоя со скоростью звука 1,5 км/с. Кривые на рис. 2 подтверждают выполнение соотношения (38) и характер изменения эффективной лучевой скорости при увеличении дистанции. Видно, что эффективная лучевая скорость уменьшается при увеличении дистанции только в случае анизотропии первого типа. Для анизотропии второго типа эффективная лучевая скорость квазипостоянна в некоторой области вблизи источника, а затем возрастает. В случае анизотропии третьего типа эффективная лучевая скорость возрастает, а для изотропного слоя постоянна во всей области определения. Перечисленные свойства эффективной лучевой скорости позволяют ис-

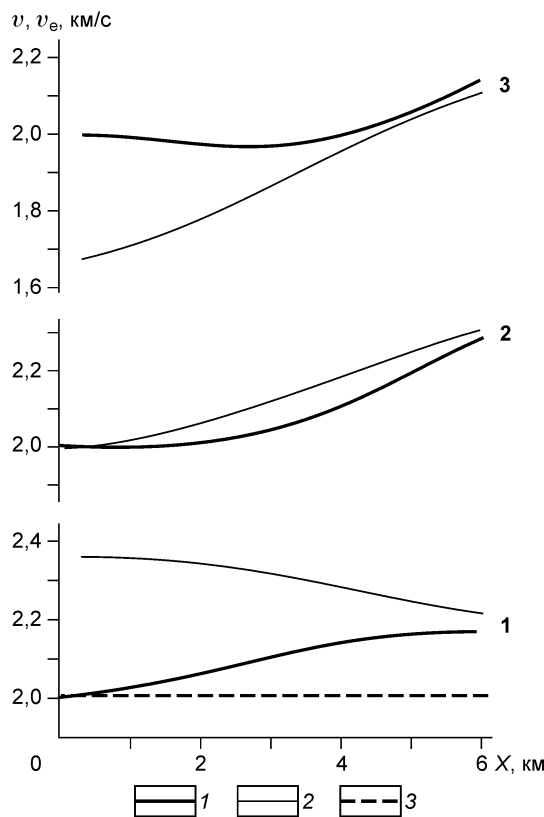


Рис. 2. Зависимости лучевой скорости и эффективной лучевой скорости (37) от расстояния источник—приемник для двухслойной среды:

1 — лучевая скорость, 2 — эффективная лучевая скорость, 3 — обе скорости в случае изотропной среды. Параметры модели даны в тексте. Цифры справа — тип анизотропии.

пользовать кривые (37) в качестве индикатора типа анизотропии.

Еще одно полезное свойство эффективной лучевой скорости состоит в том, что в случае анизотропии второго типа величина v_e вблизи источника совпадает с вертикальной скоростью v_0 . Поскольку разность (Δt_0) нулевых времен можно считать заданной, то определив величину v_0 и используя соотношение (35), найдем толщину слоя h . Как будет показано ниже, при заданной толщине слоя можно построить индикатрису лучевой скорости, а затем найти и коэффициент анизотропии.

В большинстве реальных ситуаций границы раздела не являются горизонтальными. В силу оценки (36) даже небольшие углы наклона отражающей границы будут приводить к существенным погрешностям вычисления эффективной лучевой скорости на небольших удалениях от источника. Установленное в приложении В свойство (6-В) предельной величины $v_{0e} = v_e(0)$ эффективной лучевой скорости позволяет устранить эти погрешности. Покажем, как это сделать.

Пусть L — длина интервала прослеживания отраженных волн. Обозначим через $v_L = v_e(L)$ еще одну предельную величину (на конце интервала прослеживания) эффективной лучевой скорости. Вычислим величину v_{0e} , используя выражение (6-В), т. е. при помощи формулы Дикса, и величину v_L из (37) при $X = L$. Характер кривых на рис. 2 и свойство асимптотической точности точечной инверсии (37) позволяют утверждать, что $v_{0e} > v_L$ в случае анизотропии первого типа и $v_{0e} < v_L$ в случае анизотропии второго и третьего типов. Если же слой является изотропным, то $v_{0e} = v_L$. Записанные соотношения между двумя предельными величинами эффективной лучевой скорости приводят к следующим ограничениям на допустимые значения $v_e(X)$:

$$\begin{aligned} v_e(X) &\cong v_L, \text{ если } v_{0e} \cong v_L \text{ (изотропный слой).} \\ v_L &\leq v_e(X) \leq v_{0e}, \text{ если } v_{0e} > v_L \text{ (анизотропия первого типа).} \\ v_{0e} &\leq v_e(X) \leq v_L, \text{ если } v_{0e} < v_L \text{ (анизотропия второго или третьего типов).} \end{aligned} \quad (39)$$

Эти ограничения вместе с процедурами сглаживания и позволяют получать достаточно точные кривые эффективной лучевой скорости по реальным данным. Тем самым появляется возможность определять сам факт наличия или отсутствия анизотропии, а также тип анизотропии еще до построения индикатрисы лучевой скорости.

ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ ИНДИКАТРИСЫ ЛУЧЕВОЙ СКОРОСТИ В СЛАБОАНИЗОТРОПНОЙ СРЕДЕ

Пусть β — угол отражения волновой нормали, а ψ — угол между лучом и волновой нормалью. Будем называть среду слабоанизотропной, если можно не учитывать эффекты порядка ψ^2 . Покажем, что в слабоанизотропной среде индикатриса $v = v(\beta)$ определяется двумя уравнениями

$$\begin{aligned} v &= \frac{2h}{\sqrt{(2hp)^2 + (\Delta t + g)^2}}, \\ \beta &= \arcsin(vp), \end{aligned} \quad (40)$$

где $p = dt/dX$, а параметр g по-прежнему определяется выражениями (29), (30). При заданной толщине слоя h уравнения (40), (41) дают лучевую скорость и угол β для всех выбранных расстояний источник—приемник.

Для вывода уравнения (40) подставим вместо ΔT_v в (28) правую часть равенства (34) и возведем после этого обе части выражения (28) в квадрат. Получим

$$(2hp)^2 = (2h/v)^2 - (\Delta t + g)^2$$

и решив это уравнение относительно v , приходим к (40).

В силу оценки (7-Б) уравнение (28) выполняется с точностью до величин порядка ψ^2 . Тем самым и уравнение (40) будет выполняться с точностью до величин второго порядка малости ψ^2 .

Докажем теперь обоснованность замены угла отражения луча на угол отражения волновой нормали при построении индикатрисы лучевой скорости. Воспользуемся формулой для кажущейся скорости из работы [1]. В наших обозначениях эта формула имеет вид

$$V_a = \frac{1}{p} = \frac{1}{q} \left(1 - \frac{dv}{d\alpha} \frac{\operatorname{ctg} \alpha}{v} \right)^{-1}.$$

Отсюда

$$p = q \left[1 - \frac{dv \operatorname{ctg} \alpha}{d\alpha v} \right]$$

и

$$q - p = \frac{dv \operatorname{ctg} \alpha \cos \vartheta}{d\alpha v} = \frac{dv \sin \vartheta}{d\alpha v^2},$$

так как $\operatorname{ctg} \alpha = \operatorname{tg} \vartheta$. Сравнивая этот результат и равенство (2-Б) из приложения Б, находим

$$\frac{dv}{d\alpha} = v \operatorname{tg} \psi. \quad (42)$$

Поскольку $\alpha - \beta = \psi$, то замена аргумента α функции $v(\alpha)$ на величину β приведет к изменению значения этой функции на некоторую величину δv . При этом

$$\delta v \sim \frac{dv}{d\alpha} \psi \quad (43)$$

и, учитывая равенство (42), получим

$$\frac{\delta v}{v} \sim \psi \operatorname{tg} \psi \sim \psi^2.$$

Таким образом, в линейном по ψ приближении при построении индикатрисы лучевой скорости можно заменить угол отражения луча на угол отражения волновой нормали. Остается показать, что для вычисления величины β можно использовать формулу (41).

Пусть $V = V(\beta)$ — нормальная (фазовая) скорость, т. е. скорость распространения волны вдоль нормали к волновому фронту. Кажущаяся и нормальная скорости связаны между собой известным [1] выражением

$$V_a = \frac{1}{p} = \frac{V(\beta)}{\sin \beta}.$$

Отсюда

$$\beta = \arcsin (V \cdot p). \quad (44)$$

Воспользуемся известным соотношением между лучевой и нормальной скоростью $v = V/\cos \psi$. Из этого соотношения следует, что лучевая скорость v отличается от нормальной скорости V на величину порядка ψ^2 . Тогда и значения β , получаемые по точной формуле (44) и по приближенной формуле (41), будут отличаться друг от друга на величину порядка ψ^2 . Эту разницу углов в (41) и (44) можно рассматривать как изменение $\delta \alpha$ аргумента функции $v(\alpha)$. Соответствующее изменение δv значения этой функции определяется формулой конечного приращения функции

$$\delta v = \frac{dv}{d\alpha} \delta \alpha = \frac{dv}{d\alpha} \psi^2.$$

Отсюда, учитывая оценку (42), получаем $\delta v \sim \psi^3$. Поскольку уравнение (40) выполняется с точностью до величин порядка ψ^2 , то учитывать эффекты третьего порядка малости ψ^3 не имеет смысла и замена точного уравнения (44) на приближенное уравнение (41) вполне оправдана.

Итак, при заданной толщине слоя h индикатриса лучевой скорости в каждом выбранном слое определяется уравнениями (29), (30), (40), (41) по значениям времен $t_1(X)$, $t(X)$ и производных $p_1 = dt_1/dX$, $p = dt/dX$ отражений от границ слоя. Никакой другой информации для этого не требуется. Предположим теперь, что вертикальные скорости и мощности вышележащих слоев уже найдены в процессе обработки или известны по скважинным данным. Покажем, что при наличии такой информации можно исключить операцию дифференцирования на этапе определения лучевого параметра p и вычислять этот параметр по формуле

$$p = \frac{X}{V_r^2 t(X)} + \gamma \frac{X^3}{t(X)}. \quad (45)$$

Это равенство получается после дифференцирования трехчленного представления квадрата времени распространения отраженной волны в виде ряда Тейлора по степеням X для изотропной среды. Параметр V_r в (45) — среднеквадратическая скорость до нижней границы слоя, а γ — коэффициент при X^4 ряда Тейлора для квадрата времени отражений от нижней границы слоя. Величины V_r и γ определяются

известными выражениями для горизонтально-слоистой, изотропной среды по вертикальным скоростям и мощностям вышележащих слоев и при заданных значениях h и v_0 .

Для доказательства сделанного выше утверждения заметим, что в силу оценки (2-Б) производные годографа отраженной волны в анизотропной и изотропной среде отличаются друг от друга на величину $\delta p \sim \psi$. Поэтому замена точного значения производной p на величину (45) приведет к некоторому смещению δv оценки лучевой скорости. Как показано в приложении Б, изменение лучевого параметра на величину δq приводит к смещению (5-Б) оценки лучевой скорости и, заменив δq в (5-Б) на $\delta p \sim \psi$, получим

$$\delta v \sim \psi^2 + \phi\psi. \quad (46)$$

В слабоанизотропной среде и при небольших углах наклона отражающей границы величина (46) имеет второй порядок малости. Ясно, что этой величиной можно пренебречь, так как само уравнение (40) выполняется с точностью до величины второго порядка малости.

Замена точного значения производной p на величину (45) приведет и к изменению величины угла β в (41). Так как $\delta p \sim \psi$, то и угол β изменится на величину порядка ψ . При этом для соответствующего смещения лучевой скорости будет выполняться оценка (43), а учитывая равенство (42), получим $\delta v \sim \psi^2$. В слабоанизотропной среде этой величиной можно пренебречь, что и доказывает правомерность замены точного значения производной p в (41) на величину (45).

Покажем теперь, что в случае слабоанизотропного относительно тонкого слоя, т. е. при выполнении условия (32), производную $p_1 = dt_1/dX$ годографа отражений от верхней границы слоя в выражениях (29), (30) можно вычислять по формуле типа (45):

$$p_1 = \frac{X}{V_{1r}^2 t_1(X)} + \gamma_1 \frac{X^3}{t_1(X)}. \quad (47)$$

Параметры V_{1r} и γ_1 в (47) имеют тот же смысл, что и V_r и γ в (45), но для верхней границы слоя. Пусть δp_1 — разность между точным значением производной p_1 и величиной (47). Замена точной величины p_1 в (29), (30) на величину (47) будет приводить к смещению δv оценки лучевой скорости (40). Применяя к (29), (30), (40) элементарные формулы теории ошибок, находим

$$\delta v \sim (p_1 - p) \delta p_1 + (p_1 - p)^2 \delta p_1. \quad (48)$$

Как и δp , величина δp_1 порядка ψ . В силу оценки (7-А) $p_1 - p \sim \varepsilon$. В результате оценка (48) принимает вид

$$\delta v \sim \varepsilon\psi + \varepsilon^2\psi.$$

Правая часть последнего соотношения представляет собой сумму величин второго и третьего порядка малости, что и оправдывает применение формулы (47) для вычисления производной p_1 .

Полученные выше результаты можно объединить и, записав в виде

$$\delta v \sim (\delta p)^2 + \phi\delta p + \varepsilon\delta p_1,$$

рассматривать величины δp и δp_1 как погрешности измерения производных p и p_1 , а δv — как соответствующую погрешность лучевой скорости. Последняя оценка показывает, что в случае относительно тонкого слоя и при небольших углах наклона отражающей границы схема построения индикатрисы лучевой скорости при помощи уравнений (40), (41),

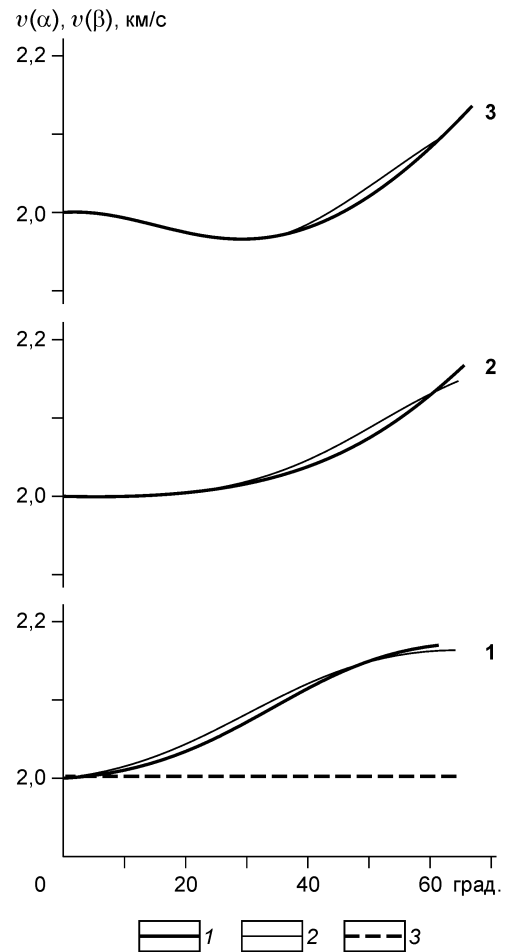


Рис. 3. Точные индикатрисы лучевой скорости (1 — для анизотропного слоя и 3 — в случае изотропной среды) и значения лучевой скорости (2), полученные по формулам (40), (41) для указанной в тексте модели двухслойной среды.

Цифры справа — тип анизотропии.

(29), (30) достаточно устойчива относительно ошибок измерения производных p и p_1 .

Проиллюстрируем точность полученных параметрических уравнений индикатрисы лучевой скорости на примере уже использовавшейся выше модели двухслойной среды. На рис. 3 показаны точные и найденные из уравнений (40), (41), (29), (30) значения лучевой скорости. При этом значения параметра p_1 в (29), (30) принимались равными значениям производной dt_1/dX , а параметр p вычислялся по формуле (45). Как видно из кривых на рис. 3, параметрические уравнения (40), (41), (45), (29), (30) являются довольно точными (значения лучевой скорости отличаются от точных во втором знаке после запятой) для всех трех типов анизотропии, а также и в случае изотропного слоя. Добавим, что коэффициент анизотропии в рассматриваемом примере равен 1,08; 1,1 и 1,18 соответственно для анизотропии первого, второго и третьего типов.

При наличии скважинных данных толщину слоя h можно считать заданной. Выше было показано, что в случае анизотропии второго типа величина h определяется по отражениям от границ слоя. В этих условиях индикатриса лучевой скорости непосредственно определяется предложенным здесь методом. В случае анизотропии первого или третьего типов толщину слоя можно найти лишь приближенно, используя для этого соотношение (38) и полагая $h \approx v_L \Delta t_0/2$. Тогда в силу установленных выше свойств эффективной лучевой скорости параметрические уравнения (40), (41) будут давать вместо точной индикатрисы лучевой скорости некоторую кривую $v'(\beta)$, причем $v'(\beta) > v(\beta)$ и $v'(\beta) < v(\beta)$ соответственно для анизотропии первого и третьего типов. Как показывают результаты численного моделирования, получаемые таким способом оценки параметров слоя будут тем точнее, чем больше индикатриса лучевой скорости отличается от эллипса и чем больше длина L базы наблюдений.

Перейдем теперь к вопросам практической реализации изложенной выше теории.

ЛОКАЛЬНОЕ СУММИРОВАНИЕ И ИЗМЕРЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК АНИЗОТРОПНЫХ СЛОЕВ ПО СЕЙСМОГРАММАМ ОБЩЕГО ПУНКТА ПРИЕМА

Для практической реализации предложенного здесь метода необходимо уметь измерять в автоматическом режиме времена вступлений и кажущиеся скорости отраженных волн на сейсмограмме при наличии случайных и регулярных помех. Удобным инструментом для решения этой задачи является локальное суммирование сейсмоотрасс. Термин “локальный” означает последовательное суммирование k_s трасс ($k_s < N$, N — общее число трасс имеющейся сейсмограммы), каждый раз при новом положении центра базы суммирования, сдвинутом относительно предыдущего на величину пространственного интервала излучений. Число k_s мы будем называть кратностью локального суммирования. Локальное суммирование позволяет получить набор суммотрасс, а также значения времен пробега и их производных для каждой из имеющихся отражающих и преломляющих границ.

Локальное суммирование выполняется после ввода кинематических поправок по формуле

$$t_r = t - \sqrt{t_0^2 + \frac{X^2}{V_r^2} - \frac{\delta}{t_0^2 V_r^4} X^4} + t_0, \quad (49)$$

где X — дистанция, величина t_0 определяет начальное (при $X=0$) положение окна суммирования и выбирается равной (хотя бы и приближенно) времени распространения отраженной волны при совмещенных источнике и приемнике. Параметр V_r выбирается так, чтобы траектория отраженной волны на сейсмограмме после преобразования (1) была линейной (квазилинейной). В случае плоских границ при таком выборе величина V_r будет в той или иной степени совпадать со среднеквадратической скоростью до выбранной границы. Параметр δ связан с коэффициентом γ при X^4 ряда Тейлора для квадрата времени распространения отраженной волны:

$$\gamma = -\frac{\delta}{t_0^2 V_r^4}, \quad (50)$$

и введен для учета негиперболичности годографа и определяется приближенным выражением

$$\delta = \frac{1 - (c_s/V_r)^2}{4}, \quad (51)$$

где c_s — скорость звука в морской воде.

Чтобы получить выражение (51), воспользуемся результатами работы [2], где показано, что для P -волн в горизонтально-слоистой, трансверсально-изотропной среде с вертикальной осью симметрии коэффициент γ определяется выражением

$$\gamma = -\frac{V^2/V_r^2 - 1}{4t_0^2 V_r^4}, \quad (52)$$

где средняя скорость V и среднеквадратическая скорость V_r из (7-В) удовлетворяют соотношению $V \geq V_r$. Пусть c_s — оценка снизу на среднеквадратическую скорость, т. е. $V_r \geq c_s$. В задачах морской сейсмоки величину c_s можно полагать равной скорости звука в морской воде. Заменим величины V и V_r в числителе дроби (52) на их оценки снизу V_r и c_s . Подставив после этого (52) в (50), получим выражение (51).

Будем называть скорректированной сейсмограмму, полученную из исходной сейсмограммы после преобразования (49). Выберем такую кратность суммирования, при которой траекторию волны на скорректированной сейсмограмме в пределах базы суммирования можно считать прямолинейной. Пусть x — дистанция для центральной из k_s трасс. Локальное суммирование сводится к введению дополнительных, линейных в пределах базы суммирования, кинематических поправок $b(X - x)$ с тем, чтобы обеспечить синфазное сложение всех k_s трасс. Ширина окна суммирования выбирается равной длительности излучаемого сигнала, а перебор возможных значений параметра b осуществляется в некотором заданном интервале (b_1, b_2) . Оптимальным является такой выбор параметра b , при котором энергия получаемой суммотрассы (в пределах окна суммирования) будет максимальной. При этом параметр b будет определять наклон траектории волны на интервале суммирования: $b = dt/dX$. Последовательное локальное суммирование сейсмотрасс выполняется следующим образом. Пусть ΔX — пространственный интервал излучений. Просуммировав первые k_s трасс скорректированной сейсмограммы, найдем производную b в центре базы суммирования. Вычислим положение $t_0 + b\Delta X$ центра окна суммирования для следующих k_s трасс. Просуммировав эти трассы, найдем положение центра окна суммирования для следующего набора k_s трасс и т. д. Тем самым определяется положение $t_r(x)$ центра плавающего окна суммирования

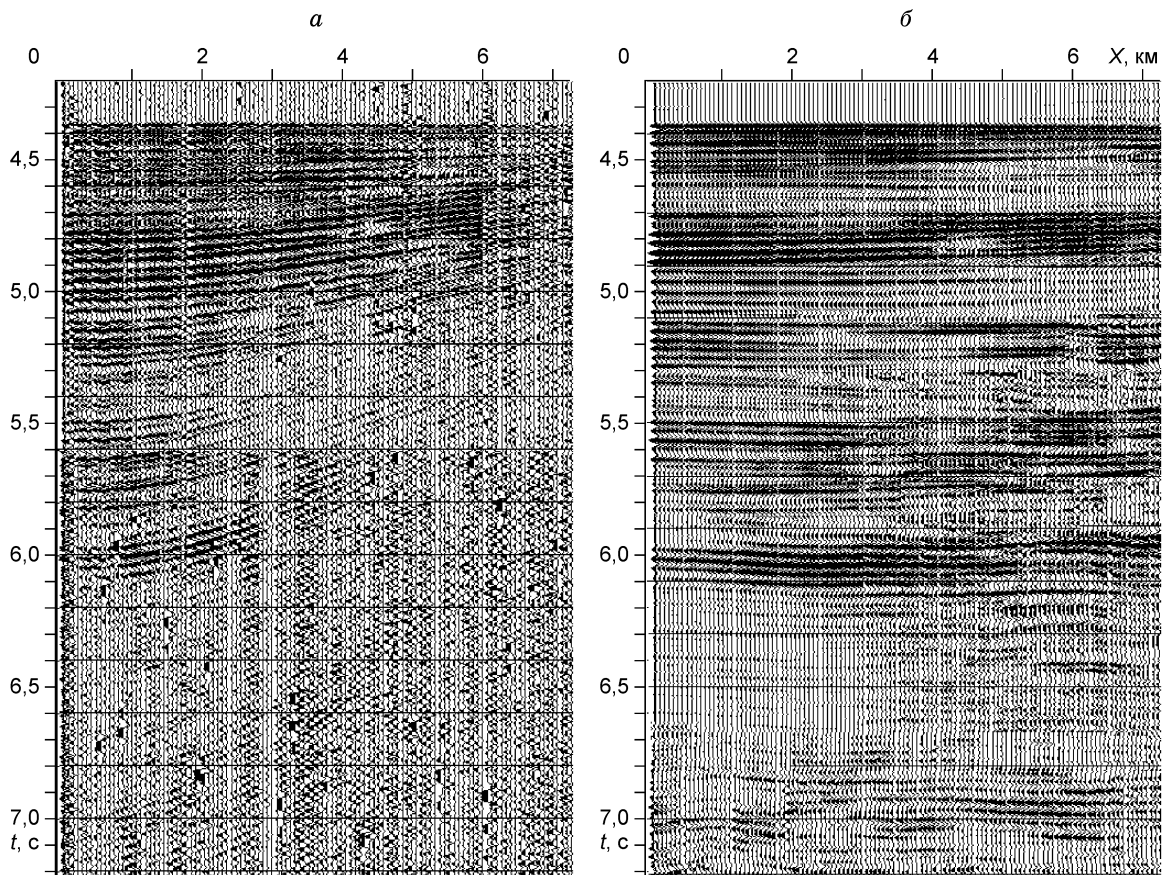


Рис. 4. Правая часть сейсмограммы акустического радиобуя (а) после преобразования (49); результат локального суммирования шести отраженных волн (б).

Параметры преобразования даны в тексте. Район работ — Курильская котловина (Охотское море).

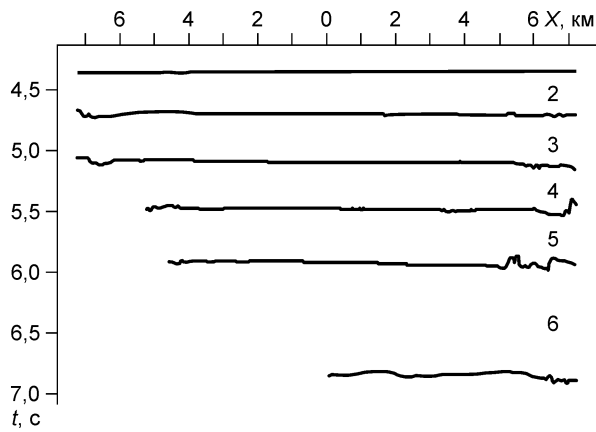


Рис. 5. Значения функционала $T_\tau(X)$, полученные из выражения (54) в процессе локального суммирования отраженных волн на двухсторонней сейсмограмме акустического радиобуя.

Цифры справа — нумерация слоев осадков.

и производные dt_r/dX во всей области прослеживания выбранной волны. Фактически функция $t_r(x)$ определяется интегрированием ее производной $b(x)$ при начальном значении t_0 . Так как величина t_0 выбирается в той или иной степени произвольно, особенно при низком отношении сигнал/шум, то после окончания суммирования вводится поправка на вступле-

ние, одна и та же для всех величин $t_r(x)$. После этого остается перейти от $t_r(x)$ к годографу $t(x)$, используя формулу связи (49) между этими величинами.

Длина интервала (b_1, b_2) определяет помехоустойчивость процедуры локального суммирования. Дело в том, что в окно суммирования могут попадать траектории волн-помех. Если интенсивность волны-помехи превышает интенсивность суммируемой волны, а ее наклон попадает в интервал (b_1, b_2) , то вместо полезной волны будет суммироваться волна-помеха. Ясно, что вероятность этого тем меньше, чем меньше длина интервала (b_1, b_2) , т. е. чем меньше траектория волны на скорректированной сейсмограмме отличается от прямолинейной. Именно этим обстоятельством объясняется как необходимость выполнения локального суммирования на скорректированной, а не на исходной сейсмограмме, так и указанный выше выбор параметра V_r .

Проиллюстрируем эффективность локального суммирования на примере обработки конкретного экспериментального материала. На рис. 4, а изображена часть скорректированной сейсмограммы акустического радиобуя, полученной в Курильской котловине (Охотское море). Использовался пневмоисточник объемом 3 л с эффективной длительностью сигнала в дальней зоне 0,25 с. Пространственный интервал излучений составлял приблизительно 65 м. Средняя скорость звука в морской воде в районе работ по гидрологическим данным составляла 1,52 км/с. Остальные два параметра $t_0 = 4,35$ с, $V_r = 1,52$ км/с преобразования (49) соответствуют отражениям от морского дна. Коэффициент неоднородности δ вычислялся по формуле (51). При обработке выделены и просуммированы отражения от шести границ осадочной толщи. При этом для каждой из границ использовался свой набор параметров преобразования (49). Результаты локального суммирования (112 суммотрасс для каждой из границ) объединены и показаны на рис. 4, б.

Вместо годографов и графиков кажущихся скоростей, имеющих на выходе процедуры локального суммирования, на рис. 5 показаны значения функционала

$$T_\tau^2(X) = t(X) \tau(X) + \gamma X^4, \quad (53)$$

где $\tau(X) = t(X) - p(X)X$. С учетом равенства (50) выражение (53) имеет вид

$$T_\tau^2(X) = t(X) \tau(X) - \left(\frac{X}{V_r}\right)^4 \frac{\delta}{t_0^2}. \quad (54)$$

Функционал (54) имеет ряд полезных для приложений свойств. В частности, можно показать, что в горизонтально-слоистой среде на не очень больших дистанциях

$$T_\tau(X) = t_0 = \text{const.}$$

Рис. 6. Эффективные лучевые скорости (37) на выходе процедуры локального суммирования отраженных волн на двухсторонней сейсмограмме акустического радиобуя.

Цифры справа соответствуют номерам слоев на рис. 5.

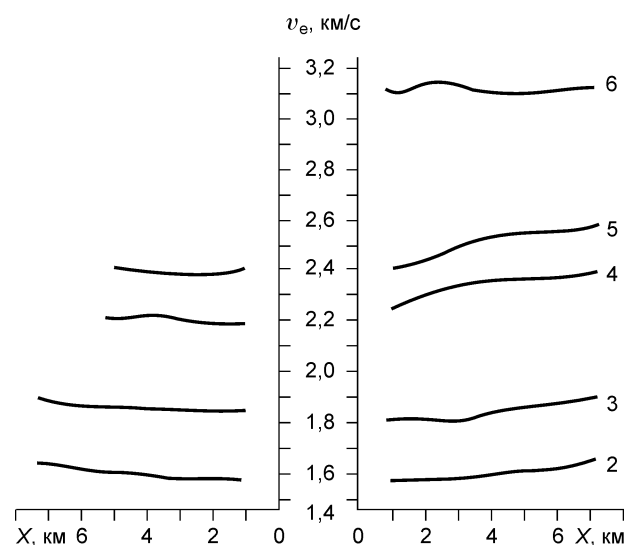
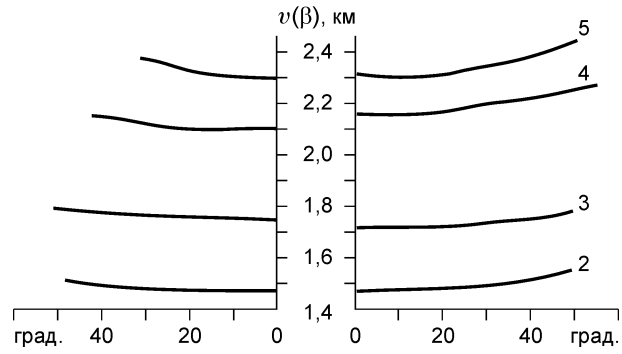


Рис. 7. Индикатрисы лучевых скоростей (40), (41) на выходе процедуры локального суммирования отраженных волн на двухсторонней сейсмограмме акустического радиобуя.

Цифры справа соответствуют номерам слоев на рис. 5.



Это обстоятельство и вид кривых на рис. 5 позволяют утверждать, что в рассматриваемом случае все границы среды, за исключением последней, самой глубокой, можно считать горизонтальными (квазигоризонтальными) и применение предложенного выше метода определения характеристик анизотропной среды вполне оправданно.

На рис. 6 изображены сглаженные кривые эффективной лучевой скорости, построенные по формулам (37), (29), (30) с учетом ограничений (39) в процессе последовательного (сверху вниз) локального суммирования отраженных волн как в правой, так и в левой частях сейсмограммы. Вид кривых на рис. 6 показывает, что слои 2—5 являются анизотропными, с анизотропией второго типа, поскольку величина эффективной лучевой скорости квазипостоянна в некоторой области вблизи радиобуя и возрастает с увеличением расстояния источник—приемник вне этой области. Для 6-го слоя (нижней границей этого слоя является граница фундамента) кривая эффективной лучевой скорости немонотонна, что указывает на существенную кривизну границы фундамента и не позволяет установить наличие или отсутствие анизотропии. В левой же части сейсмограммы радиобуя отражения от границы фундамента до суммирования не просматриваются, а после суммирования видны лишь фрагментарно. По указанным причинам характеристики анизотропии 6-го слоя не определялись.

Эффективные лучевые скорости определялись, начиная с расстояния 1 км от радиобуя (см. рис. 6). Значения $v_e(X)$ на наименьшей ($X = 1$ км) дистанции дают вертикальные скорости, а значит и мощности слоев. По найденным значениям h с использованием выражений (40), (41), (45) и (29), (30) были построены индикатрисы лучевых скоростей, показанные на рис. 7. Большинство из кривых на рис. 7 (как и на рис. 5, 6) содержат по 112, а самые короткие из них — по 70 точек (число точек равно числу суммотрасс, получаемых при локальном суммировании). Как и кривые эффективной лучевой скорости, индикатрисы лучевых скоростей строились в автоматическом режиме в процессе локального суммирования.

Остается рассмотреть схему определения горизонтальной скорости и коэффициента анизотропии. Известно, что в широком круге условий [3—5] обратный квадрат лучевой скорости хорошо аппроксимируется тригонометрическим трехчленом

$$\frac{1}{v^2(\alpha)} = \frac{1}{v_0^2} + a \sin^2 \alpha + b \sin^4 \alpha. \quad (55)$$

Как было показано выше, угол отражения α луча в уравнении индикатрисы можно заменить на угол отражения волновой нормали β и определять его из выражения (41). Кроме того, коэффициент a в (11-B), а значит и коэффициент a в (55) в случае анизотропии второго типа должен быть равен нулю. Поскольку

Скоростные параметры слоев			
Номер слоя	Скорость		Коэффициент анизотропии v_h/v_0
	вертикальная v_0	горизонтальная v_h	
2	<u>1,57</u>	<u>1,7</u>	<u>1,08</u>
	1,57	1,73	1,1
3	<u>1,82</u>	<u>1,92</u>	<u>1,1</u>
	1,85	1,92	1,08
4	<u>2,25</u>	<u>2,45</u>	<u>1,09</u>
	2,2	—	—
5	<u>2,39</u>	<u>2,8</u>	<u>1,16</u>
	2,4	—	—
6	<u>3,1</u>	—	—
	—	—	—

Пр и м е ч а н и е. Над чертой — значения, полученные по правой, под чертой — по левой части сейсмограммы акустического радиобуя. Номер слоя соответствует номерам на рис. 5.

вертикальная скорость в каждом слое уже найдена, то в уравнении (55) остается только один неизвестный параметр b . Он определяется по значениям разности

$$v^{-2}(\beta) - v_0^{-2} = b \sin^4 \beta \quad (56)$$

с помощью метода наименьших квадратов. После этого горизонтальная скорость v_h вычисляется из равенства

$$v_h^{-2} = v_0^{-2} + b,$$

которое следует из (56) при $\beta = \pi/2$.

Найденные таким способом характеристики анизотропии слоев сведены в таблицу. Горизонтальные скорости и коэффициенты анизотропии в 4- и 5-м слоях по левой части сейсмограммы радиобуя не определялись из-за недостаточно большой протяженности полученных годографов.

ВЫВОДЫ

1. В случае изотропной среды установленное в работе соотношение (28) между пластовой скоростью относительно тонкого слоя и кажущейся скоростью отраженной волны позволяет получать устойчивые, практически точные (для горизонтальных грани) и асимптотически точные (для двумерно-неоднородной среды) оценки пластовой скорости. На достаточно больших удалениях от источника эти оценки остаются устойчивыми и в случае очень тонкого слоя, толщина которого на один-два порядка меньше толщины покрывающей среды. Тем самым точечную инверсию (28)—(30) можно использовать для решения задач сейсморазведки высокого разрешения.

2. Для ВТИ среды формула (37) (как частный случай выражения (28)) вместе с (29), (30) дает кривую зависимости эффективной лучевой скорости от расстояния источник—приемник, играющую роль индикатора типа анизотропии. Использование таких кривых позволяет определять тип анизотропии еще до решения обратной задачи.

3. Получены параметрические уравнения (40), (41), (29), (30) индикатрисы лучевой скорости в относительно тонком слое ВТИ среды. Аналитические оценки и результаты численного моделирования говорят о хорошей точности и устойчивости этих уравнений. При известной толщине слоя они позволяют получать кривую индикатрисы по заданным временам и производным годографов отражений от кровли и подошвы слоя. Можно обойтись и без использования производных, если мощности и пластовые скорости вышележащих слоев известны по скважинным данным или предварительно найдены в процессе обработки.

4. В системе данных ВСП толщину слоя можно считать заданной. Тем самым уравнения (40), (41), (29), (30) сразу же дают значения лучевых скоростей во всем диапазоне имеющихся углов β , а аппроксимация значений $v(\beta)$ тригонометрическим трехчленом (55) дает величину горизонтальной скорости $v(\pi/2)$, а значит и коэффициент анизотропии.

5. В системе данных общего пункта приема вначале устанавливается тип анизотропии (по виду кривой эффективной лучевой скорости (37)). В случае анизотропии второго типа толщина слоя определяется по предельному значению эффективной лучевой скорости равенством $2h = v_0 e t_0$ и решение обратной задачи осуществляется по указанной выше схеме с той лишь разницей, что коэффициент a в (55) следует полагать равным нулю. В случае анизотропии первого типа предложенный в работе метод позволяет найти оценки сверху, а для анизотропии третьего типа — оценки снизу на скоростные параметры среды.

6. На примере обработки данных морской сеймики показано, что удобным инструментом для практической реализации предложенной теории является локальное суммирование сейсмотрасс. Результаты обработки показали наличие существенной (до 16 %) анизотропии второго типа в слоях морских осадков.

В заключение отметим, что хорошая повторяемость приведенных в таблице и на рис. 6, 7 результатов независимых измерений характеристик анизотропии слоев осадков по правой и левой частям сейсмограммы указывает на высокую надежность предложенного здесь метода.

ПРИЛОЖЕНИЕ

А. Оценки параметра g

Подробная запись равенства (22) имеет вид

$$g = \frac{1}{2} \frac{dX}{dp_1} (p - p_1)^2 = \frac{1}{2} \frac{(p - p_1)^2}{2d^2 t_1 / dX^2}. \quad (1-A)$$

Найдем выражение для второй производной годографа $t_1(X)$ отражений от верхней границы слоя. Пусть

$$t_1^2(X) = t_{01}^2 + \frac{X^2}{V_{1r}^2} + \gamma X^4 \quad (2-A)$$

при достаточно малой величине коэффициента γ . В остальном свойства и физический смысл коэффициентов ряда (2-A) значения не имеют. Дифференцируя обе части выражения (2-A), получим

$$p_1 t_1 = \frac{X}{V_{1r}^2} + 2\gamma X^3, \quad (3-A)$$

а дифференцирование последнего выражения дает

$$p_1^2 + t_1 \frac{dp_1}{dX} = \frac{1}{V_{1r}^2} + 6\gamma X^2.$$

Отсюда

$$\frac{dX}{dp_1} = \frac{1}{d^2 t_1 / dX^2} = \frac{t_1 V_{1r}^2}{1 - p_1^2 V_{1r}^2 + 6\gamma V_{1r}^2 X^2}. \quad (4-A)$$

Обозначим

$$V_e^2 = \frac{X}{p_1 t_1}. \quad (5-A)$$

Из равенства (3-A) получаем

$$V_{1r}^2 = \frac{X}{p_1 t_1 (1 - 2\gamma X^3 / p_1 t_1)} = \frac{V_e^2}{1 - 2\gamma X^2 V_e^2}.$$

Подставив этот результат в (4-A), после простых преобразований получим

$$\frac{1}{d^2 t_1 / dX^2} = \frac{t_1 V_e^2}{1 - p_1^2 V_e^2} + o(\gamma). \quad (6-A)$$

Можно показать, что в тонкослойной среде, т. е. при выполнении условия (32)

$$(p - p_1)^2 \sim \frac{\varepsilon^2}{V_e^2} \left(\frac{X}{2H} \right)^2, \quad (7-A)$$

где H — глубина верхней границы слоя. Учитывая это обстоятельство и подставляя (5-A) и (6-A) в (1-A), находим требуемую оценку

$$g = \frac{X}{2p_1} \frac{(p - p_1)^2}{1 - p_1 X / t_1} + o(\gamma) \varepsilon^2. \quad (8-A)$$

Б. Оценки точности формулы (28) в случае анизотропной среды

Введем обозначение

$$\delta q = q - p,$$

где q — параметр (5), а $p = dt/dX$. Найдем оценку этой разности. Воспользуемся выражением для кажущейся скорости из работы [1]

$$\frac{1}{V_a} = p = \frac{\sin(\alpha - \psi)}{v \cos \psi}, \quad (1-B)$$

где α — угол отражения луча, а ψ — угол между лучом и волновой нормалью. Учитывая теперь очевидные соотношения между углом отражения α и углом наклона ϑ луча

$$\sin \alpha = \cos \vartheta, \quad \cos \alpha = \sin \vartheta$$

и равенство (5), находим

$$p = \frac{\sin \alpha \cos \psi - \cos \alpha \sin \psi}{v \cos \psi} = q - \frac{\sin \vartheta}{v} \operatorname{tg} \psi$$

и

$$\delta q = \frac{\sin \vartheta}{v} \operatorname{tg} \psi. \quad (2-B)$$

Заменим величину q в (6) на p . Тогда правая часть выражения (6) будет равна сумме ΔT_v и некоторой величины δ . Найдем оценку этой величины. Для этого заметим, что в силу равенства (8)

$$\Delta = \delta\tau(q) - \delta\tau(p) = -\delta q \delta X. \quad (3-Б)$$

Применяя к (6) формулы теории ошибок, получим

$$\delta = \frac{\Delta}{\sqrt{1-q^2v^2}} + \frac{qv^2\delta q \delta\tau(q)}{(1-q^2v^2)^{3/2}}.$$

Учитывая теперь равенства (8) и (3-Б), после простых преобразований находим

$$\delta = \frac{\delta q \delta\tau}{(1-q^2v^2)^{3/2}} \left[qv^2 - \frac{\delta X}{\delta\tau} \right]. \quad (4-Б)$$

Нетрудно проверить, что в случае, когда нижняя граница слоя является горизонтальной,

$$\frac{\delta X}{\delta\tau} = qv^2.$$

Тем самым $\delta = 0$. Это означает, что величина δ — второго порядка малости относительно δq . С помощью простых геометрических построений можно показать, что в случае наклонной границы величина в квадратных скобках (4-Б) имеет порядок φ . Таким образом

$$\delta \sim (\delta q)^2 + \varphi \delta q \quad (5-Б)$$

и с учетом равенства (2-Б) находим

$$\delta \sim \psi^2 \sin^2 \vartheta + \varphi \psi \sin \vartheta. \quad (6-Б)$$

Равенство (23) выполняется с точностью до величины второго порядка малости относительно угла наклона нижней границы слоя. В анизотропной среде необходимо учитывать еще и погрешность (6-Б), обусловленную заменой параметра q на производную p . Итак, точность формулы (28) будет определяться оценкой

$$\delta v \sim \psi^2 \sin^2 \vartheta + \varphi \psi \sin \vartheta + \varphi^2. \quad (7-Б)$$

В. Формула Дикса как предел при $X \rightarrow 0$ выражения (37)

Запишем формулу (37) в виде

$$v_e^2 = \frac{1}{(\Delta t_0)^2 p^2} [(\Delta t_0)^2 - (\Delta t + g)^2]. \quad (1-В)$$

Из выражений (2-А) и (3-А) приложения А следует, что при малых X в формулах (29), (30)

$$t_1 = t_{01} + \frac{X^2}{2t_{01}V_{1r}^2}, \quad p_1 = \frac{X}{t_{01}V_{1r}^2}. \quad (2-В)$$

Обозначим через V_r предельную величину эффективной скорости годографа $t(X)$ отражений от нижней границы слоя. Соответствующие (2-В) выражения (при малых X) имеют вид

$$t = t_0 + \frac{X^2}{2t_0V_r^2}, \quad p = \frac{X}{t_0V_r^2}. \quad (3-В)$$

Тогда

$$\Delta t = \Delta t_0 + \frac{X^2}{2} \left(\frac{1}{t_0V_r^2} - \frac{1}{t_{01}V_{1r}^2} \right). \quad (4-В)$$

Из второго равенства (2-В) следует, что

$$X/p_1 \rightarrow t_{01}V_{1r}^2 \quad \text{при } X \rightarrow 0$$

и из выражений (29), (30) при малых X имеем

$$g = \frac{t_{01}V_{1r}^2}{2} (p - p_1)^2.$$

Отсюда и из (2-В), (3-В) получаем

$$g = \frac{t_{01}V_{1r}^2 X^2}{2} \left(\frac{1}{t_0V_r^2} - \frac{1}{t_{01}V_{1r}^2} \right)^2. \quad (5-В)$$

Обозначим через v_{0e} предельную при $X = 0$ величину эффективной лучевой скорости (37). Подставим выражения (4-В), (5-В) и второе из равенств (3-В) в (1-В) и выполним предельный переход $X \rightarrow 0$. В результате получим

$$v_{0e}^2 = \frac{V_r^2 t_0 - V_{1r}^2 t_{01}}{\Delta t_0}. \quad (6-В)$$

Таким образом, предельная величина v_{0e} эффективной лучевой скорости в точности совпадает с оценкой скорости по формуле Дикса (при учете негиперболичности годографов).

Найдем выражение для правой части равенства (6-В). Обозначим через $v_i(\alpha)$ индикатрисы лучевых скоростей в отдельных слоях. Воспользуемся формулой для предельного значения V_r эффективной скорости годографа в трансверсально-изотропной среде из работы [2]. В наших обозначениях эта формула имеет вид

$$V_r^2 = 2 \sum h_i v_i(0) \mu_i / t_0, \quad (7-В)$$

где h_i — мощности слоев, а

$$\mu_i = \frac{v_i(0)}{v_i(0) - \frac{d^2 v_i(0)}{d\alpha^2}}. \quad (8-В)$$

Подставив (7-В) и аналогичное выражение для V_{1r} в (6-В), получим

$$v_{0e}^2 = v_0^2 \mu, \quad (9-В)$$

где $v_0 = v_0(0)$ — вертикальная скорость, а μ — величина коэффициента (8-В) для выбранного слоя.

Представим индикатрису лучевой скорости для рассматриваемого слоя в виде ряда

$$v(\alpha) = v_0 + a\alpha^2 + b\alpha^4 + \dots \quad (10-В)$$

Используя последнее выражение, вычислим вторую производную в (8-В) и подставим результат в (9-В). Это дает

$$v_{0e} = \frac{v_0}{\sqrt{1 - 2a/v_0}}. \quad (11-В)$$

ЛИТЕРАТУРА

1. **Невский М.В.** Квазианизотропия скоростей сейсмических волн. М., Наука, 1974, 179 с.
2. **Бляс Э.А.** Годографы отраженных волн в горизонтально-слоистой среде с поперечно-изотропными слоями и их интерпретация // Геология и геофизика, 1983, № 2, с. 91—95.
3. **Byun B.S., Corrigan D., Gaiser J.E.** Anisotropic velocity analysis for lithology discrimination // Geophysics, 1989, v. 54, № 12, p. 1564—1574.
4. **Byun B.S., Corrigan D.** Seismic travel time inversion for transverse isotropy // Geophysics, 1990, v. 55, № 2, p. 192—200.
5. **Tsvankin I., Thomsen L.** Nonhyperbolic reflection moveout in anisotropic media // Geophysics, 1994, v. 59, № 8, p. 1290—1304.
6. **Маслова С.И.** О возможности определения параметров анизотропии по годографам отраженных волн // Упругие волны в гиротропных и анизотропных средах / Ред. И.П. Оболенцева. Новосибирск, Наука, 1993, с. 175—198.
7. **Sen M.K., Mukherjee A.** τ - p analysis in transversely isotropic media // Geophys. J. Intern., 2003, № 154, p. 647—658.
8. **Медведев С.Н.** Широкоугольная лучевая миграция данных ОГТ // Геофизические исследования Тихоокеанского региона / Ред. Р.Г. Кулинич. Владивосток, Дальнаука, 1993, с. 157—165.
9. **Урупов А.К., Маловичко А.А.** Погрешности вычисления эффективных и интервальных скоростей при использовании метода отраженных волн // Прикладная геофизика, Вып. 106. М., Недра, 1983, с. 16—28.
10. **Thomsen L.** Weak elastic anisotropy // Geophysics, 1986, v. 51, № 10, p. 1954—1966.