

УДК 621.311.22

Эффективный метод оптимизации непрерывно и дискретно изменяющихся параметров теплоэнергетических установок*

А.М. Клер, П.В. Жарков

Институт систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН, Иркутск

E-mail: isem777@mail.ru.

Современные теплоэнергетические установки являются сложными технологическими системами, и принятие обоснованных решений при их исследованиях возможно лишь с использованием методов математического моделирования и нелинейной оптимизации параметров. При этом наиболее сложной задачей является смешанная задача оптимизации, в которой часть оптимизируемых параметров изменяется непрерывно, а часть может принимать лишь дискретные, в частности, только целые значения. Авторами разработан эффективный метод решения задач оптимизации теплоэнергетических установок с непрерывно и дискретно изменяющимися оптимизируемыми параметрами. Метод основан на итерационном решении непрерывных задач нелинейного программирования и дискретно-непрерывных задач линейного программирования. На каждой итерации в систему ограничений-неравенств линейной задачи добавляются новые ограничения, полученные в результате линеаризации нелинейных ограничений-неравенств и целевой функции исходной задачи. Эффективность предлагаемого метода иллюстрируется на примере оптимизации парогазовой установки со смешением рабочих тел (схема STIG). В качестве дискретных оптимизируемых параметров выступают конструктивные характеристики поверхностей нагрева котла-утилизатора. Показано существенное снижение вычислительных затрат по сравнению с методом ветвей и границ.

Ключевые слова: математическое моделирование, тепловые электростанции, дискретно-непрерывная нелинейная оптимизация.

Введение

Основной способ исследования современных теплоэнергетических установок (ТЭУ) основан на использовании методов математического моделирования и оптимизации. Значительное число работ, выполненных в различных странах, посвящено нелинейным методам оптимизации непрерывно изменяющихся параметров ТЭУ. К этому виду параметров относятся термодинамические параметры цикла (температура и давление рабочего тела в различных точках технологической схемы), расходы рабочего тела, мощности турбомашин и др. Кроме того, к непрерывно изменяющимся параметрам относятся многие конструктивные характеристики элементов технологической схемы ТЭУ: наружные и внутренние диаметры теплообменных труб, их продольные и поперечные шаги, ширина, глубина и высота топочной камеры парового котла и др.

* Исследование выполнено при финансовой поддержке гранта РФФИ (проект № 16-19-10174) в Институте систем энергетики им. Л.А. Мелентьева СО РАН (Иркутск, Россия).

Среди методов решения указанных задач можно выделить различные модификации методов направленного перебора вариантов [1–6] и градиентные методы [7–9]. Методы первой группы имеют более простые алгоритмы и хорошую устойчивость вычислительного процесса, но позволяют решать относительно небольшие задачи с наличием не более 10–15 оптимизируемых параметров. Методы второй группы позволяют оптимизировать 100 и более параметров, но имеют весьма сложные алгоритмы, проблемы с устойчивостью вычислительного процесса и требуют значительных вычислительных ресурсов.

Существенно более сложными нелинейными задачами оптимизации параметров ТЭУ являются задачи, в которых часть параметров изменяется непрерывно, а другая — дискретно (в частности некоторые параметры этой группы могут принимать целые значения). К задачам этого вида относятся те, в которых используются различные варианты так называемой «избыточной» схемы, т.е. задается «избыточная» технологическая схема ТЭУ, включающая все возможные элементы, а реальная схема получается из «избыточной» исключением неэффективных элементов [10]. При этом каждому i -му элементу, который может быть исключен, ставится в соответствие оптимизируемый параметр Z_i , изменяющийся в интервале $[0, 1]$. При $Z_i = 0$ элемент исключен из схемы (все материальные и энергетические потоки, связывающие i -ый элемент с другими элементами схемы, равны 0), а при $Z_i = 1$ элемент включен в схему. Нецелые значения Z_i , такие, что $0 < Z_i < 1$, не имеют физического смысла, но возможность вычисления функций при этих значениях позволяет определить производные целевой функции и ограничений-неравенств конечно-разностными методами, что дает возможность использовать для решения непрерывно-дискретной задачи эффективные градиентные методы.

Другой вид непрерывно-дискретных задач имеет место в том случае, когда часть конструктивных параметров может принимать только целые значения. Например, целые значения принимает число труб в теплообменном аппарате, число рядов этих труб по ходу поперечно омывающегося эти трубы теплоносителя и др.

В задачах оптимизации режимов тепловых электрических станций целые значения принимают параметры, определяющие состояние оборудования (работа, состояние пуска, состояние остывания, холодное состояние) в различные моменты времени. При этом в качестве непрерывных параметров выступают электрические и тепловые мощности энергогенерирующего оборудования и др. [11].

В работе [12] на основе анализа особенностей оптимизационной задачи нелинейного математического программирования (НЛП) ТЭУ с непрерывными параметрами были сформулированы требования к эффективным методам и алгоритмам решения таких задач. Суть их состоит в следующем. Задачи оптимизации ТЭУ имеют относительно небольшое число оптимизируемых параметров и ограничений-неравенств (десятки и сотни) по сравнению с типичными задачами линейного программирования (ЛП). В то же время системы нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений, описывающие процессы, протекающие в элементах ТЭУ, и технологические связи между этими элементами, включают сотни и тысячи уравнений. Решение этих систем сопряжено со значительными вычислительными трудностями. Очевидно, что методы и алгоритмы решения оптимизационных задач будут тем эффективнее, чем меньше обращений к расчету технологической схемы, т.е. к решению систем нелинейных уравнений, потребуется для решения задачи оптимизации. Отсюда возникла идея на каждой итерации оптимизационного процесса использовать информацию о целевой функции и ограничениях-неравенствах, полученную не только на текущей, но и на предыдущих итерациях. Речь идет о значениях целевой функции, функциях ограничений-неравенств и их первых производных. Указанные значения запоминаются и используются при решении специальных вспомогательных задач линейного программирования для определения оптимального направления спуска в градиентном методе. Это позволяет решить оптимизационную задачу с меньшим числом обращений к расчету технологической схемы. Опыт решения достаточно большого числа задач оптимизации различных ТЭУ показал эффективность предложенного подхода.

В предлагаемой работе аналогичные идеи используются для создания эффективного метода решения нелинейной задачи оптимизации ТЭУ со смешанными (непрерывными и дискретными) параметрами. Следует отметить, что для решения смешанной задачи линейного программирования существуют достаточно эффективные методы (в частности, метод ветвей и границ [13]), поэтому настоящая работа основана на запоминании информации о производных целевой функции и ограничений-неравенств и решении на основе этой информации на каждой итерации вспомогательной смешанной задачи линейного программирования. При значениях целочисленных переменных в точке решения указанной линейной задачи проводится решение задачи НЛП с непрерывно изменяющимися параметрами. Таким образом организован итерационный процесс решения исходной смешанной задачи НЛП.

Постановка задачи НЛП оптимизации ТЭУ

В общем виде нелинейная задача оптимизации со смешанным (дискретно и непрерывно изменяющимся) составом оптимизируемых параметров имеет вид

$$\min_{x, z, y} f(x, z, y) \quad (1)$$

при условиях

$$H(x, z, y) = 0, \quad (2)$$

$$g(x, z, y) \geq 0, \quad (3)$$

$$\underline{x} \leq x \leq \bar{x}, \quad (4)$$

$$\underline{z} \leq z \leq \bar{z}, \quad (5)$$

$$z_l \in D_l, \quad l = 1, \dots, h. \quad (6)$$

При оптимизации ТЭУ в качестве целевой функции выступают расход топлива на производство единицы электрической энергии (показатель термодинамической эффективности), приведенные затраты (показатель экономической эффективности) и др. Вектор непрерывно изменяющихся оптимизируемых параметров может включать давления, температуры или энтальпии и расход рабочих тел и теплоносителей в различных точках технологической схемы, а также геометрические размеры топки и конвективных газопроводов парового котла, диаметры и шаги труб в теплообменных аппаратах и др. В вектор дискретно изменяющихся (в частности целочисленных) оптимизируемых параметров для ТЭУ может входить число труб в теплообменниках, другие конструктивные характеристики элементов схемы, которые могут принимать только целые значения, вспомогательные параметры, задающие состав выключенных элементов «избыточной» схемы и др. Вектор вычисляемых параметров может включать температуры и напряжения металла в элементах ТЭУ, механические мощности турбомашин, термодинамические параметры в различных точках схемы и др. В векторную систему нелинейных ограничений-равенств входят уравнения материального и энергетического балансов по элементам схемы, уравнения, описывающие процессы расширения и сжатия рабочих тел, теплопередачи, горения органического топлива и другие процессы, протекающие в элементах технологической схемы. Заметим, что размерности вектора y и системы H совпадают. Векторная система нелинейных ограничений-неравенств для ТЭУ включает ограничения сверху на напряжения металла теплообменных труб, сопловых и рабочих лопаток турбомашин, ограничения снизу на концевые температурные напоры теплообменных аппаратов, ограничения сверху и снизу на температуры процессов в топках и газогенераторах и др.

В настоящей работе считается, что D_l — это множество целых чисел, лежащих в интервале $[z_l, \bar{z}_l]$. Заметим, что при заданных x и z из системы H может быть определен вектор y (например, с использованием методов Ньютона, Зейделя или других итерационных методов

решения системы нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений). Будем считать, что существует векторная функция вида

$$Y = H^{-1}(x, z). \quad (7)$$

Подставляя (7) в выражения (1) и (3), получим следующую формулировку оптимизационной задачи:

$$\min_{x, z} f(x, z, H^{-1}(x, z)) = F(x, z) \quad (8)$$

при условиях

$$g(x, z, H^{-1}(x, z)) = G(x, z) \geq 0 \quad (9)$$

и условиях (4)–(6).

В дальнейшем в работе будет рассматриваться задача (8), (9), (4)–(6). Назовем эту задачу задачей I. Задачей II назовем задачу (8), (9), (4), (5). Задача II совпадает с задачей I за исключением требований целочисленности компонентов вектора z (6). Задачей III назовем задачу, в которой вектор z исключается из состава оптимизируемых параметров (при этом его компоненты принимают целые значения, отвечающие условиям (5) и (6)). Эта задача имеет вид

$$\min_x F(x, z) \quad (10)$$

при условиях (9) и (4).

Содержательное описание метода

Решение смешанной задачи НЛП (задача I) начинается с решения задачи НЛП, в которой все оптимизируемые параметры считаются непрерывно изменяющимися (задача II). Если эта задача не имеет допустимого решения, то его не имеет исходная смешанная задача. Если допустимое решение существует, в точке этого решения проводится линеаризация целевой функции и ограничений-неравенств с использованием выражения

$$\varphi_{lin} = \varphi^0 + \sum_{i=1, NN} (x_i - x_i^0) \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right)^0 + \sum_{j=1, NC} (z_j - z_j^0) \cdot \left(\frac{\partial \varphi}{\partial z_j} \right)^0. \quad (11)$$

Для теплоэнергетических установок, описываемых сложными системами нелинейных уравнений, единственным эффективным методом определения частных производных является конечно-разностный метод. Используя линеаризацию целевой функции и ограничений-неравенств, решается смешанная задача ЛП с тем же составом оптимизируемых параметров (непрерывных и целочисленных), что и в исходной задаче НЛП. Эта задача имеет следующий вид: $\min F_{lin}^0(x, z)$, при условиях $G_{lin}^0(x, z) \geq 0$, $-\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$, $\underline{z} \leq z \leq \bar{z}$, $z_l \in D_l$, $l = 1, \dots, NC$. В точке ее решения определяются целочисленные оптимизируемые параметры z_j^1 , $j = 1, \dots, NC$. При фиксированных значениях параметров z_j^1 решается задача НЛП по оптимизации непрерывных параметров (задача III). Обозначим ее решение через x_i^1 , $i = 1, \dots, NN$.

В точке (z^1, x^1) проводится линеаризация целевой функции и ограничений-неравенств. При этом линеаризованные ограничения-неравенства, коэффициенты и свободные члены которых были найдены в точке (z^1, x^1) , добавляются к ограничениям-неравенствам, коэффициенты и свободные члены которых были найдены в точке (z^0, x^0) . Таким образом, число рассматриваемых ограничений-неравенств увеличивается в два раза. В качестве целевой функции в новой задаче рассматривается минимум максимального значения среди двух линеаризованных в точках (z^0, x^0) (z^1, x^1) исходных целевых функций. Для указанных целевой функции и ограничений решается линейная задача. Обозначим

оптимальное значение вектора z в этой задаче через z^2 . Далее решается задача III при фиксированных целочисленных параметрах z^2 . В результате определяется оптимальное значение непрерывных оптимизируемых параметров x^2 . В точке (z^2, x^2) проводится линеаризация. К имеющимся линейным ограничениям-неравенствам, определенным в точках (z^0, x^0) и (z^1, x^1) , добавляются линейные неравенства, определенные в точке (z^2, x^2) . В качестве целевой функции в формируемой смешанной задаче ЛП выступает минимум максимального значения линеаризованной в точках 0–2 исходной целевой функции. Рассмотренный выше процесс повторяется до тех пор, пока значение целевой функции, получаемое при решении смешанной линейной задачи, не совпадет с требуемой точностью со значением целевой функции, полученным при решении нелинейной задачи на одной из итераций. Обозначим номер этой итерации через i . Тогда z^i и x^i будут решением смешанной нелинейной задачи.

Предлагаемый метод решения базируется на предположении, что задача II относится к классу задач выпуклого нелинейного программирования, т.е. множество допустимых решений, порожденное условиями (9), (4), (5), является выпуклым множеством и наряду с двумя своими любыми точками содержит все точки отрезка прямой линии, их соединяющей. Целевая функция $F(x, y)$ является выпуклой и отрезок прямой, соединяющей две любые точки графика функции, проходит над этим графиком. Известно [14], что для выпуклого множества множество, построенное из линеаризованных ограничений-неравенств, будет включать исходное множество. При этом в точках линеаризации значения линейных и нелинейных ограничений-неравенств совпадают. Линейные функции, полученные в результате линеаризации выпуклой целевой функции F , будут проходить не выше графика этой функции. Если имеется несколько линеаризаций F , построенных в разных точках, то исходная целевая функция в любой точке будет не меньше любой из линеаризаций. При этом в точках, где проводилась линеаризация, значения исходной целевой функции и линеаризованной целевой функции совпадают. Целевая функция в точках решения смешанных задач ЛП будет всегда не выше целевой функции в точке решения задачи I.

Следует отметить, что процесс оптимизации организован таким образом (за счет добавления на каждой итерации новых линеаризаций ограничений-неравенств и целевой функции), что значение целевой функции в точке решения смешанной задачи ЛП (на каждой итерации) увеличивается. Причем это увеличение прекращается лишь при достижении точки решения смешанной задачи НЛП. Линейная смешанная задача с каждой итерацией все точнее представляет смешанную задачу НЛП в окрестностях оптимального решения.

В ходе указанного оптимизационного процесса возможны ситуации, когда на двух соседних итерациях при решении смешанной задачи линейного программирования получатся одни и те же оптимальные значения целочисленных параметров, или когда разность между наименьшим значением целевой функции в задаче НЛП и наибольшим значением целевой функции в задаче ЛП окажется больше требуемой точности. В этих случаях, чтобы избежать закливания, предлагается проводить нелинейный расчет целевой функции и ограничений-неравенств в точке решения задачи ЛП, осуществлять линеаризацию указанных функций, добавлять соответствующие ограничения к ранее найденным и повторно решать задачу ЛП. При этом в новой точке решения задачи ЛП может измениться значение вектора целочисленных оптимизируемых параметров. Но даже если вектор целочисленных оптимизируемых параметров не изменится, то в точке решения задачи ЛП увеличится значение целевой функции, поскольку старое решение будет «отсекаться» новыми ограничениями. Такие шаги гарантируют от закливания процесса. Последний может повторяться до тех пор, пока разность решения задачи НЛП и текущего решения задачи ЛП не окажется меньше требуемой точности оптимизационного расчета.

Математическое описание алгоритма, реализующего предлагаемый метод решения смешанной задачи НЛП

Алгоритм решения задачи I включает следующие шаги.

1. Решается задача по поиску допустимой точки задачи II

$$\max_{x,x,z} x^{au}$$

при условиях $G(x, z) - x^{au}E \geq 0$, $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$, $\underline{z} \leq z \leq \bar{z}$, $-\gamma \leq x^{au} \leq \gamma$, где x^{au} — вспомогательный параметр, γ — достаточно большое число, E — единичная матрица. Обозначим значение x^{au} в точке решения этой задачи через \hat{x}^{au} . Отметим, что γ должно быть подобрано таким образом, чтобы выполнялось условие $-\gamma < \hat{x}^{au} < \gamma$. Если $x^{au} > 0$, то решение задачи II существует, переходим на шаг 2. В противном случае решение задачи II отсутствует, а следовательно, отсутствует и решение задачи I. Вычислительный процесс прекращается.

2. Решается задача II

$$\min_{x,z} F(x, z)$$

при условиях $G(x, z) \geq 0$, $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$, $\underline{z} \leq z \leq \bar{z}$. Обозначим решение этой задачи через (x^0, z^0) . Зададим номеру итерации t значение, равное 0.

3. Проводится линеаризация целевой функции и ограничений-неравенств в точке (x^t, z^t) . Указанные линейные функции определяются из выражений:

$$F_{lin}^t(x, z) = F^t(x^t, z^t) + \sum_{i=1}^{NN} \frac{\partial F(x^t, z^t)}{\partial x_i} \cdot (x_i - x_i^t) + \sum_{j=1}^{NC} \frac{\partial F(x^t, z^t)}{\partial x_j} \cdot (z_j - z_j^t),$$

$$g_{linp}^t(x, z) = g_p(x^t, z^t) + \sum_{i=1}^{NN} \frac{\partial g_p(x^t, z^t)}{\partial x_i} \cdot (x_i - x_i^t) + \sum_{j=1}^{NC} \frac{\partial g_p(x^t, z^t)}{\partial x_j} \cdot (z_j - z_j^t),$$

$$p = 1, \dots, M.$$

Обозначим линейную систему ограничений-неравенств как $G_{lin}^t(x, z) \geq 0$.

4. Решается смешанная задача ЛП (задача IV)

$$\min_{x^{au}, x, z} x^{au}$$

при условиях $x^{au} - F_{lin}^q(x, z) \geq 0$, $q = 0, \dots, t$, $G_{lin}^q(x, z) \geq 0$, $q = 0, \dots, t$, $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$, $\underline{z} \leq z \leq \bar{z}$, $z_l \in D_l$, $l = 1, \dots, \delta$. Если решение этой задачи отсутствует, то нет целого решения и у задачи I. Это значит, что множество точек, определяемое условиями (9), (4), (5), не содержит ни одного вектора z , отвечающего условиям (6). В этом случае вычисление заканчивается.

Обозначим значение вектора x в точке решения этой задачи через x_{lin}^{t+1} , а вектора z — через z_{lin}^{t+1} , а $F_{lin}^q(x_{lin}^{t+1}, z_{lin}^{t+1})$, $q \in \{0, \dots, t\}$ — через F_{lin}^{t+1} .

5. Если $t = 0$, то следует переход на шаг 6.

Если существует такое целое $\Theta \in [1, t]$, что выполняются условия $F^0 = \min \{F^1, \dots, F^t\}$, $F^0 - F_{lin}^{t+1} \leq \varepsilon$, где ε — требуемая точность решения задачи I, то (x^0, z^0) считаются решением задачи I. Решение смешанной задачи НЛП найдено. Вычисление заканчивается.

В случае $z_{lin}^{t+1} = z_{lin}^t$ проводится расчет нелинейной целевой функции и нелинейной системы ограничений в точке $(x_{lin}^{t+1}, z_{lin}^{t+1})$. Определяем $F(x_{lin}^{t+1}, z_{lin}^{t+1})$, $G(x_{lin}^{t+1}, z_{lin}^{t+1})$. Если справедливо $G(x_{lin}^{t+1}, z_{lin}^{t+1}) \geq 0$, то в точке $(x_{lin}^{t+1}, z_{lin}^{t+1})$ линеаризуется целевая функция и вводится ограничение $x^{всп} + F_{lin}^{t+1}(x, z) \geq 0$. Это ограничение добавляется в задачу IV и она повторно решается. Далее следует возврат на пункт 4. Если некоторые ограничения

$g_j^{t+1}(x, z) < 0$, то они линеаризуются в точке $(x_{\text{lin}}^{t+1}, z_{\text{lin}}^{t+1})$. Линеаризованные уравнения добавляются в подсистему $G_{\text{lin}}^q(x, z) \geq 0$, размерность подсистемы увеличивается на число введенных ограничений и осуществляется возврат на пункт 4.

6. Определяется наличие допустимой точки в задаче III. Для этого решается задача НЛП вида $\min_{x^{au}, x} x^{au}$ при условиях $G(x, z^{t+1}) - x^{au} I \geq 0$, $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$, $-\gamma \leq x^{au} \leq \gamma$. Обозначим вспомогательный параметр в точке решения этой задачи через \tilde{x}^{au} , вектор x в той же точке — через \tilde{x} , а вектор G — через \tilde{G} . Если $x^{au} > 0$, то задача III имеет допустимое решение. Следует переход к пункту 7. В противном случае — переход к пункту 8.

7. Решается задача III

$$\min_x F(x, z^{t+1})$$

при условиях $G(x, z^{t+1}) \geq 0$, $\underline{x} \leq x \leq \bar{x}$. Обозначим вектор x в точке решения этой задачи через x^{t+1} , целевую функцию — через F^{t+1} , а значения вектора ограничений-неравенств — через G^t . Увеличиваем t на единицу. Переходим к пункту 3.

8. Полагаем $x^{t+1} = \tilde{x}$, $G^{t+1} = \tilde{G}$, увеличиваем t на единицу. Переходим к пункту 3.

Пример

Для демонстрации применения метода решения задач оптимизации ТЭУ с непрерывно и дискретно изменяющимися оптимизируемыми параметрами рассматривается задача оптимизации параметров ПГУ со смешением рабочих тел (схема STIG). Установка включает в себя газовую турбину, воздушный компрессор, камеру сгорания и барабанный котел-утилизатор, где получается пар, который направляется в камеру сгорания. Котел-утилизатор состоит из трех теплообменных поверхностей: перегревательной, испарительной и экономайзерной (рис. 1). Каждую из теплообменных поверхностей котла-утилизатора можно представить (с некоторыми упрощениями) в виде, изображенном на рис. 2. Упрощенное представление теплообменной поверхности состоит в том, что осевые линии труб рассматриваются как состоящие из вертикальных и горизонтальных участков, соединенных под прямым углом. Считается, что шаги между горизонтальными и вертикальными участками одинаковы и равны s_{L0} . Трубы, лежащие в плоскости, представленной на рис. 2, объединены в ленту из трех труб. Число параллельно включенных лент (Zb) определяется шириной газохода A и шагами между лентами s_{Cr} . Для коридорного расположения труб связь между указанными параметрами имеет вид $s_{Cr} = A/(Zb)$. Для шахматного расположения труб эта связь имеет вид $s_{Cr} = 2 \cdot A/(Zb + 1)$.

Принято, что исходя из удобства эксплуатации и монтажа вход и выход труб осуществляется с одной стороны газохода. Считается, что целыми числами должны быть число труб в ленте (Zt), число лент (Zb) и число пар рядов лент по ходу газа (Zpr). В каждом ряду лент имеется Zt рядов труб. На рис. 2 лента имеет три пары рядов (Zpr) по ходу газа. Отметим, что лента всегда имеет входной и выходной ряды и промежуточные пары рядов, что видно на рисунке. Следует отметить, что каждая лента

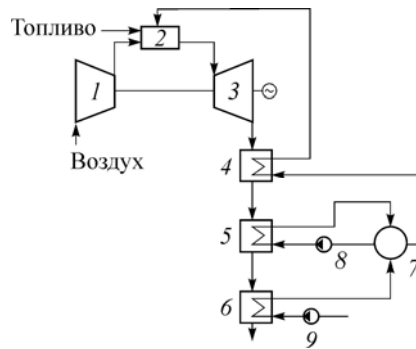


Рис. 1. Технологическая схема ПГУ-STIG.

1 — воздушный компрессор, 2 — камера сгорания,
3 — газовая турбина, 4 — пароперегреватель,
5 — испаритель, 6 — экономайзер, 7 — барабан-сепаратор,
8 — циркуляционный насос, 9 — питательный насос.

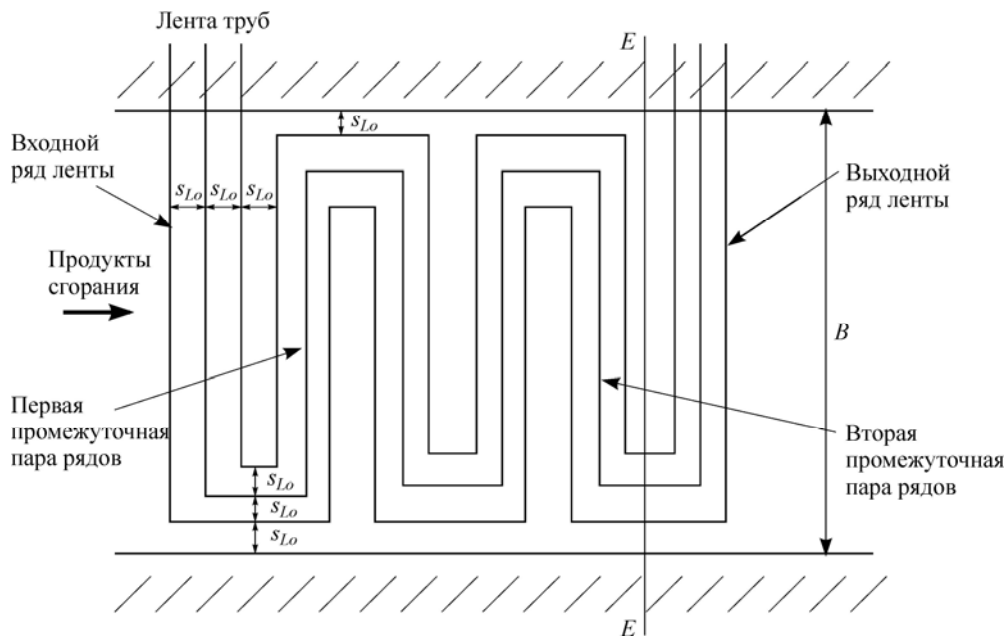


Рис. 2. Продольный разрез теплообменной поверхности.

теплообменной поверхности может состоять только из входного и выходного рядов или из входного ряда, нескольких промежуточных пар рядов и выходного ряда. В первом случае число промежуточных пар рядов равно нулю.

Достаточно очевидно, что при принятых предпосылках суммарная длина продольно омываемых участков труб во входном и выходном рядах ленты определяется из выражения

$$\text{lon}_{Lo}^{\Sigma \text{in+out}} = \sum_{i=1}^{Zt} i \cdot s_{Lo} = Zt^2 \cdot s_{Lo}.$$

Суммарная длина поперечно омываемых участков труб в этих же рядах составит

$$\text{lon}_{Cr}^{\Sigma \text{in+out}} = 2 \cdot Zt \cdot B - 2 \left(\sum_{i=1}^{Zt} i \right) \cdot s_{Lo} = 2 \cdot Zt \cdot B - (Zt^2 + Zt) \cdot s_{Lo}.$$

Суммарная длина участков труб промежуточных пар рядов с продольным омыванием равна

$$\text{lon}_{Lo}^{\Sigma} = 2 \sum_{i=1}^{Zt} i \cdot s_{Lo} \cdot Zpr = 2 \cdot Zpr \cdot s_{Lo} \cdot Zt^2.$$

Суммарная длина участков труб промежуточных пар рядов с поперечным омыванием равна

$$\text{lon}_{Cr}^{\Sigma} = 2 \cdot Zpr \cdot Zt \cdot (B - (Zt + 1) \cdot s_{Lo}).$$

В качестве целевой функции при оптимизации ПГУ-STIG выступают приведенные затраты, определяемые из выражения $ZC = (kn + \psi) \cdot K + UF$, где $UF = B \cdot FY \cdot CF$, $K = kad \cdot kbl \cdot [kun (m^{ec} \cdot CM^{ec} + m^{ev} \cdot CM^{ev} + m^{sp} \cdot CM^{sp}) + (PW^{tr} \cdot C^{tr} + PW^{cm} \cdot C^{cm} + PW^{pm} \cdot C^{pm}) + CEL \cdot PWU]$.

К непрерывно изменяющимся оптимизируемым параметрам относятся расход топлива в камеру сгорания, давление газа на выходе из газовой турбины, давление пара на входе в камеру сгорания. При этом расход пара определяется из теплового баланса испарительной поверхности нагрева и задаются давление и температура газа на входе в газовую турбину.

Таблица 1

Исходные данные, используемые при оптимизации ПГУ

Параметр	Ед. измерения	Значение
PWU	МВт	40
TI	час/год	6000
QPH	МДж/кг	50
CM^{sp}, CM^{ev}	\$/1000/Т	40,3
CM^{ec}	\$/1000/Т	27,3
C^{cm}	\$/кВт	58,5
C^{tr}	\$/ кВт	78,0
CEL	\$/ кВт	100
kun	%	50
kbl	%	36
kad	%	30

Таблица 2

Границы значений дискретных параметров

Параметр	Минимальное значение	Максимальное значение
Zpr^{sp}	0	4
Zb^{sp}	20	200
Zt^{sp}	1	3
Zpr^{ev}	0	5
Zb^{ev}	25	200
Zt^{ev}	1	3
Zpr^{ec}	0	7
Zb^{ec}	30	200
Zt^{ec}	1	3

В качестве ограничений-неравенств выступают следующие положения: неотрицательность тепловосприятия всех поверхностей нагрева котла-утилизатора, ограничения на максимальные температуры и механические напряжения металла всех теплообменников. Кроме того, задаются давление продуктов сгорания на выходе из экономайзерной поверхности нагрева, а также ограничения на полезную электрическую мощность снизу, на перепад давлений пара и воздуха на входе в камеру сгорания, на перепад давлений пароводяной смеси из испарительной поверхности и давления пара на выходе из барабана-сепаратора.

С помощью программно-вычислительного комплекса «Система машинного построения программ» (СМПП) [12] сформирована математическая модель установки. Для оптимизационных расчетов использовались данные, приведенные в табл. 1 и табл. 2. Расчеты проводились для трех значений цен топлива: 100, 200 и 300 $\$/ (10000 \cdot m_{\text{норм}}^3)$. В табл. 3 представлен ход итерационного процесса решения оптимизационной задачи при цене топлива 100 $\$/ (10000 \cdot m_{\text{норм}}^3)$.

Из табл. 3 видно, что значение целевой функции при решении задачи НЛП на итерации 4 равно 9914,1, при этом значение целевой функции при решении задачи ЛП на итерации 3 составило 9910,6. Таким образом, разница между достигнутым значением целевой функции и его линейной оценкой составляет 3,5 тыс.\$, что свидетельствует о том, что оптимальное решение найдено с высокой точностью.

Число возможных сочетаний дискретно-изменяющихся параметров составляет $2,3 \cdot 10^9$, что делает совершенно невозможным использование методов сплошного перебора. Использование «обычного» метода ветвей и границ требует для решения этой задачи проведения около 50 оптимизационных расчетов технологической схемы. Применение предлагаемого метода решения задачи с дискретно-непрерывными оптимизируемыми

Таблица 3

Итерационный процесс решения смешанной дискретно-непрерывной задачи НЛП при цене топлива 100 $\$/ (1000 \cdot m_{\text{норм}}^3)$

Решение задачи II	Номер итерации	Решение задачи III	Решение задачи IV
Значение целевой функции при решении нелинейной задачи; \$-1000		Значение целевой функции при решении нелинейной задачи; \$-1000	Значение целевой функции при решении линейной задачи; \$-1000
9837,4	1	10243,3	9536,4
	2	9929,1	9909,1
	3	9929,8	9910,6
	4	9914,1	–

Таблица 4

Результаты оптимизационных расчетов

Параметр	Единицы измерения	Значения		
CF	$\$/ (1000 \cdot \text{м}_{\text{норм}}^3)$	100	200	300
ZC	$\$ \cdot 1000$	9893,5	15367,8	20698,2
Zpr^{sp}	шт	0	1	3
Zb^{sp}	шт	22	29	29
Zt^{sp}	шт	2	3	3
ZQ^{sp}	м^3	31	122	243
$T_{in\ gs}^{sp}$	K	786	786	784
$T_{out\ gs}^{sp}$	K	780	759	731
$T_{in\ wt}^{sp}$	K	486	486	486
$T_{out\ wt}^{sp}$	K	501	554	637
Zpr^{ev}	шт	4	5	5
Zb^{ev}	шт	39	32	35
Zt^{ev}	шт	2	2	2
ZQ^{ev}	м^3	362	357	390
$T_{in\ gs}^{ev}$	K	780	759	731
$T_{out\ gs}^{ev}$	K	616	594	574
$T_{in\ wt}^{ev}$	K	486	486	487
$T_{out\ wt}^{ev}$	K	491	490	491
Zpr^{ec}	шт	7	7	7
Zb^{ec}	шт	74	97	115
Zt^{ec}	шт	3	3	3
Zpr^{ec}	м^3	1047	1373	1628
$T_{in\ gs}^{ec}$	K	616	594	574
$T_{out\ gs}^{ec}$	K	367	344	338
$T_{in\ wt}^{ec}$	K	323	323	323
$T_{out\ wt}^{ec}$	K	487	486	485
$\eta_{st\ ig}$	%	46,33	47,54	48,63
BF	кг/с	2,947	2,872	2,807
UEL	$\$/\text{кВт}$	632	656	692
$GO_{in\ wt}^{ec}$	кг/с	16,67	16,69	16,08
PW^{tr}	МВт	68,53	68,66	70,20
PW^{cm}	МВт	28,47	28,61	30,15

параметрами потребовало всего 4 оптимизационных расчетов технологической схемы (табл. 4), что свидетельствует об эффективности метода для оптимизации энергетических установок. Результаты оптимизационных расчетов приведены в табл. 4.

Как видно из результатов представленных расчетов, с возрастанием цены топлива растут КПД ПГУ и удельные капиталовложения. При этом КПД изменяется в диапазоне от 46,33 до 48,63 %, а удельные капиталовложения — в диапазоне от 632 до 692 кВт. С ростом цены топлива наибольший рост площади поверхности нагрева наблюдается у экономайзера, в меньшей степени — у пароперегревателя. Испарительная поверхность при этом растет незначительно.

Заключение

Современные теплоэнергетические установки являются сложными технологическими системами, и принятие обоснованных решений при их исследованиях возможно лишь с использованием методов математического моделирования и нелинейной оптимизации параметров. При этом наиболее сложной задачей является смешанная задача оптимизации, в которой часть оптимизируемых параметров изменяется непрерывно, а часть может принимать лишь дискретные, в частности, только целые значения. Расчет теплоэнергетической установки в установившемся режиме сводится к решению системы нелинейных алгебраических и трансцендентных уравнений большой размерности. Для использования эффективных градиентных методов оптимизации необходимо определять частные производные целевой функции и ограничений по оптимизируемым параметрам. Единственным подходящим методом их поиска является конечно-разностный метод. Это приводит к необходимости на каждой итерации метода оптимизации проводить большое количество расчетов ТЭУ. Очевидно, что метод оптимизации тем эффективнее, чем меньше итераций и расчетов ТЭУ требуется для решения оптимизационной задачи.

В настоящей работе рассмотрен метод решения задачи смешанной оптимизации, основанной на решении на каждой итерации вспомогательной смешанной задачи линейного программирования. При этом используется информация о частных производных целевой функции и функций-ограничений, полученная как на текущей, так и на предыдущих итерациях. Это существенно повышает эффективность оптимизационного процесса по сравнению с методом ветвей и границ.

Эффективность предлагаемого метода иллюстрируется на примере оптимизации ПГУ-STIG. В качестве целочисленных оптимизируемых параметров выступают Z_t , Z_b и Z_{pr} соответственно для перегревательной, испарительной и экономайзерной поверхностей нагрева котла-утилизатора. Показано, что необходимое число оптимизаций непрерывных параметров сократилось по сравнению с методом ветвей и границ примерно в три раза. Метод применим при разработке перспективных ТЭУ, а также при оптимизации состава работающих энергоблоков на электростанции.

Список обозначений

f — критерий оптимальности (целевая функция),	Tl — число часов использования установленной мощности,
x — вектор непрерывно изменяющихся оптимизируемых параметров,	UEL — удельные капиталовложения,
Z — вектор дискретно изменяющихся (в частности, целочисленных) оптимизируемых параметров,	A — высота газохода,
Y — вектор вычисляемых параметров,	B — ширина газохода,
H — векторная система нелинейных ограничений-равенств,	l_{op} — длина,
G — векторная система нелинейных ограничений-неравенств,	Z_b — число параллельно включенных лент,
\underline{x}, \bar{x} — вектора, компоненты которых задают верхнюю и нижнюю границы изменения соответствующий компонент вектора x ,	Z_t — число труб в ленте,
\underline{z}, \bar{z} — вектора, компоненты которых задают верхнюю и нижнюю границы изменения соответствующий компонент вектора z ,	Z_{pr} — число пар рядов лент по ходу газа,
D_l — дискретное множество допустимых значений l -ой компоненты вектора z_l ,	ZC — приведенные затраты,
NN — число непрерывных оптимизируемых параметров,	K — суммарные капиталовложения,
NC — число целочисленных оптимизируемых параметров,	UF — годовые топливные издержки,
M — число ограничений-неравенств в системе G ,	BF — расход топлива,
QPH — низшая теплота сгорания топлива,	BFY — годовой расход топлива,
	CF — стоимость топлива,
	m — масса металла,
	CM — удельная стоимость металла,
	C — удельная стоимость,
	CEL — удельная стоимость электрооборудования,
	kn — коэффициент нормативной эффективности капиталовложений,
	ψ — доля годовых условно-постоянных издержек,
	η_{stig} — КПД ПГУ-STIG,

GO — расход,
 PW — мощность,
 s — шаг труб,
 SQ — площадь поверхности,
 T — температура,
 PWU — полезная электрическая мощность ПГУ,

kup — доля дополнительных затрат
на теплообменные поверхности от стоимости
теплообменных труб,
 $kbil$ — доля затрат на строительство и монтаж
оборудования,
 kad — доля стоимости неучтенного оборудования.

Верхние индексы

0 — функции их производные и параметры,
относящиеся к точке, в которой производится
линеаризация,
 t — линейные функции, полученные в результате
линеаризации в точке t соответствующих
нелинейных функций,
 tr — параметры газовой турбины,
 cc — параметры камеры сгорания,

cm — параметры компрессора,
 ec — параметры экономайзерной поверхности
котла-утилизатора,
 ev — параметры испарительной поверхности
котла-утилизатора,
 sp — параметры перегревательной поверхности
котла-утилизатора.

Нижние индексы

Cr — параметры поперечного омывания труб,
 Lo — параметры продольного омывания труб,
 lin — линеаризация соответствующей функции,

in — входные параметры,
 out — выходные параметры,
 gs — параметры греющего теплоносителя,
 wt — параметры нагреваемого теплоносителя.

Список литературы

1. **Toffolo A., Lazaretto A.** Evolutionary algorithms for multi-objective energetic and economic optimization in thermal system design // *Energy*. 2002. Vol. 27. P. 549–567.
2. **Godoy E., Scenna N.J., Benz S.J.** Families of optimal thermodynamic solutions for combined cycle gas turbine (CCGT) power plants // *Applied Thermal Engng*. 2010. Vol. 30. P. 569–576.
3. **Suresh M.V.J.J., Reddy K.S., Kolar A.K.** ANN-GA based optimization of a high ash coal-fired supercritical power plant // *Applied Energy*. 2011. Vol. 88. P. 4867–4873.
4. **Shchinnikov P.A., Nozdrenko G.V., Grigoryeva O.K., Kuryanov A.A.** The advanced steam and gas technology // *J. of Engng Thermophysics*. 2014. Vol. 23. P. 229–235.
5. **Kavanagh R.M., Parks G.T.** A systematic comparison and multi-objective optimization of humid power cycles. Part II. Economics // *ASME J. of Engng for Gas Turbines and Power*. 2009. Vol. 131, No. 4. P. 041702-1–041702-10.
6. **Kowalczyk L., Elsner W., Niegodajew P., Marek M.** Gradient-free methods applied to optimization of advanced ultra-supercritical power plant // *Applied Thermal Engng*. 2016. Vol. 96. P. 200–208.
7. **Клер А.М., Захаров Ю.Б.** Оптимизация параметров цикла гту и конструктивных параметров проточной части газовой турбины с охлаждаемыми сопловыми и рабочими лопатками // *Теплофизика и аэромеханика*. 2012. Т. 19, № 4. С. 449–459.
8. **Клер А.М., Потанина Ю.М., Максимов А.С.** Учет переменного характера тепловых нагрузок при оптимизации теплофикационных энергетических установок // *Теплоэнергетика*. 2012. № 7. С. 63–68.
9. **Донской И.Г., Маринченко А.Ю., Клер А.М., Рыжков А.Ф.** Оптимизация режимов работы парогазовой мини-ТЭС с атмосферным газогенератором // *Теплофизика и аэромеханика*. 2015. Т. 22, № 5. С. 663–671.
10. **Клер А.М., Деканова Н.П., Степанова Е.Л.** Оптимизация режимных параметров и состава работающего оборудования крупных энергоисточников // *Изв. РАН. Энергетика*. 2004. № 6. С. 43–52.
11. **Клер А.М., Жарков П.В.** Схемно-параметрическая оптимизация локальных систем энергоснабжения // *Изв. РАН. Энергетика*. № 4. 2016. С. 49–61.
12. **Manassaldi J.I., Scenna N.J., Mussati S.F.** Optimization mathematical model for the detailed design of air cooled heat exchangers // *Energy*. 2014. Vol. 64. P. 734–746.
13. **Fiacco A.V., Mc Cormick G.P.** Nonlinear programming: sequential unconstrained minimization techniques. 1968. 210 p.
14. **Клер А.М., Деканова Н.П., Щёголева Т.П., Корнеева З.Р., Лачкова Т.И.** Методы оптимизации сложных теплоэнергетических установок. Новосибирск: Наука, 1993. 116 с.

Статья поступила в редакцию 25 октября 2017 г.