

УДК 532.517.4

О влиянии малого суммарного импульса на развитие следа за самодвижущимися телами

Б.Г. Новиков

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: Maltsev@itp.nsc.ru

Проанализированы экспериментальные исследования следов за самодвижущимися телами вращения и представлены результаты стереометрических исследований спутных потоков за автономными хорошо и плохо обтекаемыми телами вращения при временах их развития, соответствующих в системе координат следа дальности до 2400 и 1200 диаметров тела соответственно. Исследована возможность моделирования осесимметричных спутных течений потоками, генерируемыми струной при ее импульсном перемещении вдоль своей оси. Показано, что предполагаемые решения, основанные на модели интерференционного развития следов за самодвижущимися телами вращения, хорошо аппроксимируют как известные результаты экспериментальных исследований следов за телами вращения с движителем, так и потоки, генерируемые соответствующим импульсным перемещением струны.

Ключевые слова: гидродинамические следы, спутные потоки, автомодельность, моделирование, стереометрия, аппроксимация, движители, турбулентность.

ВВЕДЕНИЕ

Согласно терминологии Шлихтинга [1], следы и спутные потоки — это одни и те же течения, но рассматриваемые в системах координат, привязанных, соответственно, к телу и к невозмущенной среде. Осесимметричные следы уникальны в том отношении, что с увеличением расстояния от исследуемого тела текущие числа Рейнольдса $Re_u = u(x, 0) r_0(x)/\nu$ и $Re_u = u'(x, 0) r_0'(x)/\nu$ уменьшаются. Здесь $u(x, r) = \langle U(x, r) \rangle - U_\infty$ — поле осредненного дефицита продольной компоненты скорости, U_∞ — скорость набегающего потока, $u'(x, r) = \sqrt{\langle u'(x, r, t)^2 \rangle}$ — интенсивность турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости, $r_0(x)$ и $r_0'(x)$ — текущие масштабы длины полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости и интенсивности турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости, x — расстояние от тела. В следах за буксируемыми (автономными) телами в качестве масштабов длины $r_0(x)$ полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости и $r_0'(x)$ полей турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости обычно используются значения r , обеспечивающие, соответственно, равенство $u(x, r_0(x)) = u(x, 0)/2$ и $u'(x, r_0'(x)) = u'(x, 0)/2$. В следах за телами с движителем в качестве масштаба длины $r_0(x)$ полей осредненного дефицита продольной

компоненты скорости используются минимальные значения r , обеспечивающие равенство $u(x, r_0(x)) = 0$.

Если начальные значения чисел Рейнольдса Re_u и $Re_{u'}$ малы, то вследствие дальнейшего уменьшения их текущих значений турбулентность в следе может либо вообще не развиваться, либо, начиная с некоторых критических значений чисел Рейнольдса $Re_{ucr} \approx 300$ и $Re_{u'cr} \approx 400$, начнет вырождаться. При достаточно больших значениях чисел Рейнольдса Re_u и $Re_{u'}$ автомодельность следов за автономными телами формируется уже на расстоянии 10 диаметров диска и 40–50 диаметров хорошо обтекаемых тел. Здесь и далее в соответствии с работой [2] рассматривается автомодельность, предполагающая возможность описания всех характеристик при использовании только одной пары масштабов скорости и длины, а именно: $u_0(x-x_0) = u(x-x_0, 0)$, $r_0(x-x_0)$, и соответствующий набор безразмерных функций от одного безразмерного геометрического параметра, например, $\eta = r/r_0(x-x_0)$:

$$\begin{aligned} u(r, x) &= u_0(x-x_0)f(\eta), \quad u'(x, r) \sim u_0(x-x_0)g(\eta), \quad \langle u'v'(x, r) \rangle \sim u_0(x-x_0)^2 h(\eta), \\ k(x, r) &\sim u_0(x-x_0)^2 e(\eta), \quad v_t(x, r) \sim u_0(x-x_0)^2 \tilde{v}_t(\eta), \\ \varepsilon(x, r) &\sim (u_0(x-x_0)^3 / r_0(x)) \tilde{\varepsilon}(\eta), \end{aligned} \quad (1)$$

где $\langle u'v'(x, r, t) \rangle$ — поле осредненных значений Рейнольдсовых напряжений, $k(x, r) = [u'(x, r)^2 + v'(x, r)^2 + w'(x, r)^2] / 2$ — поле пульсационной энергии, $v_t(x, r)$ — поле турбулентной вязкости, $\varepsilon(x, r)$ — поле турбулентной диссипации энергии (см. [2] с. 55).

Практически все экспериментальные исследования следов за телами вращения выполнены в аэродинамических трубах при сравнительно малых значениях чисел Рейнольдса $Re_d = U_\infty d / \nu$, где d — диаметр испытуемой модели. В стандартных аэродинамических трубах даже при максимальных значениях скорости потока U_∞ и размерах моделей реализуемые значения чисел Рейнольдса Re_d не позволяют обеспечить моделирование натурального пограничного слоя на поверхности моделей без использования специальных турбулизирующих устройств. При исследовании же следов на расстояниях нескольких десятков и, тем более, сотен диаметров модели (калибров), необходимо во столько же раз уменьшить размеры исследуемого тела, а, следовательно, и начальные значения текущих чисел Рейнольдса Re_u и $Re_{u'}$. В связи с этим следы даже за автономными телами исследованы либо на относительных расстояниях $x/d \leq 250 \div 800$, но при малых числах Рейнольдса для испытуемого тела $Re_d \approx (1 \div 5) \cdot 10^4$, либо при умеренных числах Рейнольдса $Re_d \sim (5 \div 6) \cdot 10^5$, но на малых расстояниях от тела $x/d \leq 20 \div 40$, где автомодельность течения еще может не успеть сформироваться.

Серьезным ограничением в исследовании дальних следов является невозможность измерений в аэродинамических трубах малых значений осредненных дефицитов продольной компоненты скорости. В результате в большинстве работ протяженность исследованных полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости в несколько раз меньше протяженности исследованных там же полей турбулентных флуктуаций скорости. В пионерском экспериментальном исследовании следа за телами с движителем, а именно, за диском с тонкой реактивной струей [3] поле дефицита продольной компоненты скорости исследовано

на расстоянии $x/d \leq 50$, а поле интенсивности турбулентных флуктуаций — при $x/d \leq 130$. При этом в работе [3] тщательно изучена возможность наилучшего приближения к реализации безымпурсного течения в следе. При четырех значениях скорости истечения реактивной струи $v/U_\infty = 3,95, 4,05, 4,15$ и $4,25$ в сечениях $x/d = 10, 15, 20, 30, 40$ и 50 , где v — скорость истечения струи, измерены осредненные профили дефицита продольной компоненты скорости и рассчитаны значения суммарных избыточных импульсов. По результатам аппроксимации полученных данных определено расчетное значение скорости истечения струи, обеспечивающее нулевое значение остаточного импульса. Однако и на этом расчетном режиме остаточный импульс согласно результатам измерений оказался отличным от нуля, но не превышал $0,01$ от величины импульса, вносимого в поток испытываемым диском.

Исследованные в [3] профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости и турбулентных флуктуаций всех трех компонент скорости подобны на отрезке $4 \leq x/d \leq 25$. На этом отрезке текущие масштабы осредненного дефицита продольной компоненты скорости пропорциональны $u(x, 0) \sim x^{-2}$, а текущие масштабы всех трех компонент турбулентных флуктуаций скорости пропорциональны $u'(x, 0) \sim x^{-1}$. При $x/d > 25$ подобие профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости нарушается так, что в сечении $x/d = 50$ значения дефицита скорости на оси $u(50, 0) \approx 0$, а при $r > 0$ $u(50, r) \leq 0$, тогда как при $x/d < 50$ и $r < r_0(x)$ величина $u(x, r) > 0$.

Анализируя данные работы [3], в работе [4] сделано предположение, что все измеренные в [3] на отрезке $25 \leq x/d \leq 50$ значения осредненного дефицита продольной компоненты скорости меньше погрешности измерений и поэтому должны быть отброшены и что в реальном потоке подобие профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости сохраняется и при $x/d > 25$. Это потребовалось [4] для обобщения понятия автомодельности безымпурсных следов, допустив возможность существования автомодельных потоков с двумя парами масштабов скорости и длины. В работе [4] опубликована теория автомодельных потоков с двумя парами масштабов скорости и длины вместе с откорректированными данными работы [3]. Подлинные же результаты работы [3] не были опубликованы в журнальном варианте и могли остаться неизвестными для многих исследователей гидродинамических следов за телами с движителем. Теория автомодельности с более чем одной парой масштабов скорости и длины привлекла к себе внимание многих теоретиков [5–9]. Анализ этих работ не является предметом исследования настоящей работы.

Позже были опубликованы результаты еще пяти экспериментальных исследований следов за телами разных форм с движителями разного типа [7, 10–12]. В [12] в следе за сферой с реактивной струей поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости и турбулентных флуктуаций продольных компонент скорости качественно и количественно развиваются аналогично полю, исследованному в [3] (см. рис. 1). Результаты же исследований [7, 10, 11] следов за хорошо обтекаемыми телами с винтовыми движителями и кольцевой реактивной струей качественно отличаются от результатов [3, 12]. Нет никаких оснований для сомнений в достоверности любого из шести имеющихся результатов экспериментальных исследований. Утверждение [4] о недостоверности результатов измерений [3] поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости на отрезке $25 \leq x/d \leq 50$ представляется совершенно необоснованным. Достоверность этих результатов на данном отрезке подтверждается, во-первых, их предсказуемостью,

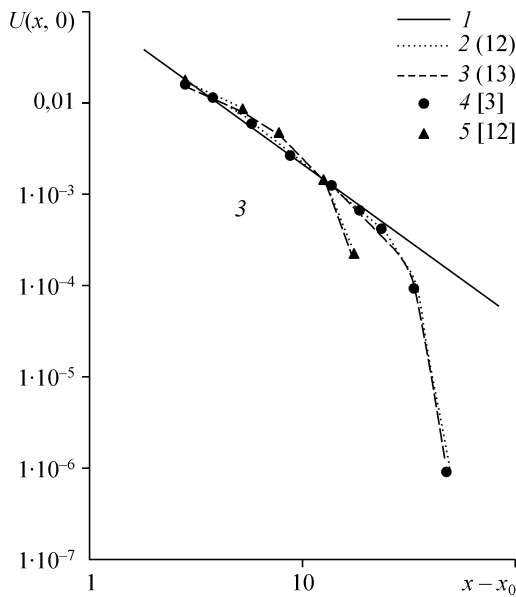


Рис. 1. Аппроксимация нормированных результатов измерений текущих масштабов осредненных дефицитов продольной компоненты скорости степенной функцией $u(x - x_0, 0) = (x - x_0)^{-5/3}$ (1) и функциями (12) и (13) (2, 3)

во-вторых, качественным согласием с результатами [12] (см. рис. 1), и, наконец, тем, что измеренные на всем исследованном отрезке $4 \leq x/d \leq 50$ профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости $f(\eta)$ и профили рейнольдсовых напряжений $h(\eta)$ хорошо согласуются с моделью турбулентности Прандтля $h(\eta) \sim -f'(\eta)$. Подобное согласие не может быть случайным.

В связи с этим необходимо, прежде всего, выяснить причины имеющихся качественных различий в характере развития следов в работах [3, 12], с одной стороны, и в [7, 10–11] — с другой стороны. Целью настоящей работы является проведение комплексного анализа результатов экспериментальных исследований следов за телами с движителем и выяснение общих закономерностей их развития. Анализ же имеющихся аналитических и численных исследований по следам за телами с движителем требует специальных исследований. Таких исследований в данной работе не проводилось.

1. АВТОМОДЕЛЬНОСТЬ ИМПУЛЬСНЫХ И БЕЗЫМПУЛЬСНЫХ СЛЕДОВ

Для осесимметричных следов уравнение движения в приближении дальнего следа можно представить в виде [2]:

$$\frac{U_\infty \partial u}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \langle u'v' \rangle) = 0. \quad (2)$$

Подставляя в (2) автомодельные переменные из (1): $\eta = r/r_0(x)$, $u(x, r) = u(x, 0) f(\eta)$, $\langle u'v' \rangle(x, r) = u(x, 0)^2 h(\eta)$, получаем систему уравнений для масштабов скорости и длины и профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости $f(\eta)$ и рейнольдсовых напряжений $h(\eta)$ в автомодельных осесимметричных следах:

$$\frac{U_\infty r_0(x)}{u^2(x, 0)} \frac{du(x, 0)}{dx} = \text{const}, \quad \frac{U_\infty}{u(x, 0)} \frac{dr_0(x)}{dx} = \text{const} = S - B, \quad (3)$$

$$B f(\eta) + (S - B) \eta f'(\eta) = \frac{1}{\eta} \frac{d}{d\eta} [\eta \cdot h(\eta)], \quad (4)$$

где S и B — константы (параметры автомодельности).

Система уравнений (3) может быть использована как для получения аналитических решений для текущих масштабов скорости $u(x, 0)$ и длины $r_0(x)$:

$$u(x, 0) = \frac{a}{S}(x - x_0)^{-B/S}, \quad r_0(x) = a(x - x_0)^{(S-B)/S}, \quad (5)$$

так и в качестве условий автомодельности, что особенно важно при анализе экспериментальных данных на предмет автомодельного развития рассматриваемого течения. При использовании уравнений (3) в качестве условий автомодельности их лучше переписать в алгебраическом виде:

$$\frac{U_\infty r_0(x - x_0)}{u(x - x_0, 0)(x - x_0)} = \frac{s(x - x_0)}{x - x_0} = S = \text{const}, \quad u(x, 0) r_0(x)^{B/(S-B)} = D = \text{const}. \quad (6)$$

Для текущих масштабов скорости и длины полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости автомодельных следов решения (5) прогнозируют степенные законы их развития, независимо от используемой в (4) модели турбулентности. При этом значения показателей степени в (5) зависят от значений параметров автомодельности S и B .

При анализе экспериментальных данных на предмет автомодельного развития следа, значения параметров автомодельности S , B , D и виртуальных начал координат x_0 исследуемых автомодельных следов определяются из соотношений (6). Представленный в [13] анализ экспериментальных данных показал, что в автомодельных следах за телами без движителя значения параметров автомодельности S , B , D и x_0 сильно зависят от формы испытываемых тел. Это свойство автомодельных следов, в частности, позволяет, имея таблицу значений параметров S , B и D для некоторого множества следов за буксируемыми телами, идентифицировать след за конкретным телом из этого множества [14], определять скорость прохождения этим телом заданного района и время, когда это тело прошло заданный район.

Использование условий автомодельности (6) при анализе экспериментальных данных для текущих масштабов скорости и длины позволяет не только устанавливать факт автомодельного развития данного следа, но и выявлять признаки вырождения турбулентности, если таковые имеются. Объективное и надежное определение значений виртуальных начал координат x_0 полезно и для достоверного определения показателей степени в (5) при анализе следов за телами с движителем, поскольку все исследования в [3, 7, 10–12] выполнены на сравнительно малых расстояниях. К сожалению, многие авторы экспериментальных исследований при анализе своих результатов в качестве начала координат использовали положение кормовой кромки испытываемых тел, а не виртуальное начало координат. Впервые критерий для определения виртуальных начал координат получен и использован в работе [15]. Используемый ими критерий совпадает с первым условием автомодельности в (6).

Уравнение (4), содержащее две искомые функции $f(\eta)$ и $h(\eta)$, не замкнуто. Если для его замыкания воспользоваться моделью турбулентности Прандтля в виде $h(\eta) = \text{const } f'(\eta)$, то для профиля осредненного дефицита продольной компоненты скорости $f(\eta)$ получаем линейное уравнение второго порядка

$$f''(\eta) + \frac{1 + (S - B)\eta^2}{\eta} f'(\eta) + B f(\eta) = 0. \quad (7)$$

При $B/(S - B) = 2n$ последовательность частных решений уравнения (7) имеет вид:

$$f_n(\eta) = \exp\left(-\frac{\eta^2}{2}\right) \left[1 + \sum_{m=1}^{n-1} \frac{(n-1)!(-\eta^2/2)^m}{(m!)^2(n-m-1)!} \right], \quad (8)$$

где n — любое число натурального ряда [14]. При этом решения (5) для текущих масштабов скорости и длины принимают вид:

$$u(x - x_0) = \frac{a}{S} (x - x_0)^{-2n/(2n+1)}, \quad r_0(x) = a (x - x_0)^{1/(2n+1)}. \quad (9)$$

При $B/(S - B) = 2(2n - 1)$ и $h(\eta) = -f'(\eta)/\eta^2$ последовательность частных решений уравнения (7) имеет вид [14]:

$$f_n(\eta) = \exp\left(-\frac{\eta^4}{4}\right) \left[1 + \sum_{m=1}^{n-1} \frac{(n-1)!(-\eta^4/2)^m}{m!(2m-1)!(n-m-1)!} \right]. \quad (10)$$

Для автомодельных безимпульсных следов в работе [16] в нелинейном приближении получена следующая последовательность частных решений:

$$f = e^y \left[1 + \frac{(n-1)! y}{(1!)^2(n-2)!} + \frac{(n-1)! y^2}{(2!)^2(n-3)!} + \dots + \frac{y^{n-1}}{(n-1)!} \right], \quad (11)$$

где $y = -r^2/n$.

При $n = 1$ решения (8) и (11) описывают хорошо известные текущие масштабы и профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости за хорошо обтекаемыми автономными телами, а решение (10) описывает профили за плохо обтекаемыми автономными телами, исследованными, в частности, в [15]. При всех $n > 1$ решения (8, 10, 11) описывают развитие строго безимпульсных автомодельных следов. В частности, профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости, измеренные в [12] при $x/d \leq 15$ — хорошо аппроксимируются решением (8) при $n = 2$, а измеренные в [3] при $x/d \leq 25$ — аппроксимируются решением (8) при $n = 3$. Решения (5) для текущих масштабов скорости и длины при $n = 2$ совпадают с решениями, представленными в работе [17] для безимпульсных автомодельных следов. Решения [17] получены из предположения об инвариантности момента второго порядка. При этом в работе [17, с. 393] отмечается, что необходимость инвариантности момента второго порядка в автомодельных безимпульсных следах $u_0(x) r_0(x)^4 = \text{const}$ пока не доказана. В решениях (8) при любом целом положительном значении n инвариантны соотношения $u_0(x) r_0(x)^{2n}$, а в решениях (10) инвариантны соотношения $u_0(x) r_0(x)^{2(2n-1)}$.

Однако в лабораторном эксперименте практически невозможно реализовать строго безимпульсные течения в следах за телами с движителем. По оценкам работ [3, 7, 10–12] в разных экспериментах относительные величины остаточного импульса составляли от 0,01 до 0,05 от величины импульса, вносимого в поток испытываемым телом. Тем не менее, все авторы этих работ называют исследованные ими следы безимпульсными, полагая, что в исследованных диапазонах расстояний остаточные импульсы еще не влияли существенно на развитие течений.

Если знаки остаточного импульса и осредненного дефицита продольной компоненты скорости на оси в ближней области совпадают, то текущий масштаб

скорости $u(x, 0)$ с увеличением расстояния от испытываемого тела должен изменяться монотонно. Если же эти знаки различаются, то, начиная с некоторого расстояния от испытываемого тела, текущий масштаб скорости должен в некотором сечении x_{cr} обратиться в ноль, изменить свой знак, далее достигнуть соответствующих экстремальных значений и только после этого снова устремиться к нулю. Всегда можно подобрать такой упор движителя, при котором значение текущего масштаба скорости $u(x, 0)$ обратится в ноль на внешней границе исследуемого расстояния от испытываемого тела. Отношение измеренного значения остаточного импульса в этом режиме и минимально достижимого значения остаточного импульса позволит качественно оценить степень влияния минимально достижимого остаточного импульса на развитие исследуемого течения. В эксперименте [3] текущий масштаб скорости $u(x, 0)$ обратился в ноль на расстоянии от исследуемого диска $x/d = 50$ при величине остаточного импульса, примерно равном 0,01 от величины импульса, вносимого в поток испытываемым диском. При этом резкое отклонение текущего масштаба скорости $u(x, 0)$ от аппроксимирующей степенной функции реализуется уже при $x/d > 25$ (см. рис. 1).

В [12] при величине остаточного импульса, равной примерно 0,05 от величины импульса, вносимого в поток испытываемой сферой, аналогичное отклонение текущего масштаба скорости $u(x, 0)$ от аппроксимирующей степенной функции реализуется уже при $x/d > 15$ (см. рис. 1). В остальных четырех экспериментальных исследованиях текущие масштабы скорости $u(x, 0)$ уменьшаются всюду монотонно. Однако поскольку остаточные импульсы в этих исследованиях превосходили 0,01 от величин импульсов, вносимых в поток исследуемыми телами, то естественно предположить, что во всех шести экспериментальных исследованиях следов за телами с движителями остаточные импульсы оказывали существенное влияние на характер развития течения в исследуемых следах. Поэтому рассчитывать на возможность формирования в них автомодельного безимпульсного следа не приходится.

2. ОРГАНИЗОВАННЫЕ ВИХРЕВЫЕ СТРУКТУРЫ В СЛЕДАХ И ИНТЕРФЕРЕНЦИОННАЯ МОДЕЛЬ

В работе [18] выявлено значительное влияние формы тела на характеристики автомодельных следов за буксируемыми телами (“память” следов). Автомодельность является асимптотическим режимом течения. Поэтому все инородные процессы в следах должны затухнуть еще на стадии формирования автомодельности. Носителями информации о форме тела могут быть, прежде всего, организованные вихревые структуры, генерируемые телом и стекающие в след. Определяющая роль организованных вихревых структур в развитии свободных и пристенных турбулентных потоков была заложена еще в работе [19] в модели турбулентных напряжений (напряжений Рейнольдса). По автору работы [19], напряжения Рейнольдса возникают в результате переноса соответствующих глобул среды с одной траектории, где глобула двигалась вместе с жидкостью с некоторой скоростью u_1 , на другую траекторию, где жидкость движется со скоростью u_2 . В результате возникают и турбулентные напряжения и флуктуации скорости. В турбулентных потоках роль глобул выполняют такие вихревые структуры, как кольцевые вихри [20], вихревые пары, вихревые шпильки и их пакеты и т. д., способные перемещать на значительные расстояния (длина пути перемешивания) некоторые

массы жидкости с одних траекторий на другие траектории. Визуализация развития организованных вихревых структур [20] выявляет их важную роль и в развитии течения в спутных потоках за автономными телами при временах, соответствующих не сотням, а многим тысячам калибров.

Организованные вихревые структуры обладают свойством высокой консервативности. В работе [21] в следе за диском в диапазоне расстояний $400 \leq x/d \leq 800$ сохранялись, развивались и определяли характер развития течения только крупномасштабные вихревые структуры. Все мелкомасштабные вихревые структуры диссипировались на меньших расстояниях от испытываемых тел. Консервативность крупномасштабных вихревых структур обеспечивается следующими факторами. В вихревой структуре формируется вихревое ядро, в котором жидкость вращается почти как твердое тело с очень малой диссипацией энергии. Во внешней области формируется потенциальное течение. В потенциальных потоках вязких сред диссипация энергии тоже мала. Между вихревым ядром и потенциальным течением формируется так называемый слой смешения, в котором с удалением от ядра завихренность уменьшается. Таким образом, энергия вихревого течения диссипируется практически только в сравнительно тонком слое смешения, а вихревые ядра со слоем смешения оказываются полностью погруженными в потенциально движущуюся среду.

Потенциальные течения с погруженными в них дискретными как точечными вихрями, так и вихревыми облаками, являются важным классом гидродинамических течений. Вихревое облако — это непрерывное распределение элементарных вихрей. В несжимаемых средах решения для потенциальных потоков являются и решениями линейного уравнения Лапласа, и решениями уравнений Навье–Стокса. Элементарный вихрь под воздействием окружающего поля скорости движется вместе с частицей среды, в которой он расположен, и сам генерирует соответствующее поле скорости. Это свойство вихрей позволяет рассчитывать поля скорости, если известно потенциальное течение и распределение завихренности в дискретных вихревых облаках. Вихревые облака, погруженные в потенциальное течение, линейно взаимодействуют между собой. Поэтому решения для потенциальных потоков с точечными вихрями и дискретными вихревыми облаками ищутся в виде суммы решений для потенциального течения и для течений, генерируемых вихревыми структурами.

Простейшим примером линейного взаимодействия потенциального потока с точечными особенностями является решение для потенциального обтекания

окружности $w = U_\infty \left(z + \frac{R^2}{z} \right) - \frac{i \cdot \Gamma}{2 \cdot \pi} \ln z$. Здесь z — потенциал однородного потока,

$\ln z$ — потенциал присоединенного точечного вихря, $1/z$ — потенциал диполя, U_∞ , R , Γ и $z = x + iy$ — скорость потока, радиус обтекаемого цилиндра, интенсивность точечного вихря (циркуляция скорости) и координата текущей точки соответственно. Решение вне обтекаемой окружности не изменится, если вместо точечного вихря в центре окружности расположить вихревое облако с произ-

вольным распределением завихренности в случае $\Gamma = 2\pi \int_0^R \omega(r) r dr$.

Наличие памяти в автомоделных импульсных следах и визуализация следов и спутных потоков свидетельствуют о том, что в следах за буксируемыми телами существуют такие расстояния, на которых мелкомасштабная завихренность уже диссипировала, а крупномасштабные вихревые структуры, определяющие поле скорости во всем пространстве, оказались погруженными в потенциально движущуюся среду и линейно взаимодействуют между собой. При этом в следах за

самодвижущимися телами крупномасштабные вихревые структуры, генерируемые и корпусом, и движителем, сохраняют свою индивидуальность. В случае, если известны решения, описывающие поля скорости, генерируемые вихревыми структурами корпуса $u_1(x, y, z, t)$ и вихревыми структурами движителя $u_2(x, y, z, t)$ соответственно, то результирующее решение $u_1(x, y, z, t)$ можно представить в виде суммы решений $u(x, y, z, t) = u_1(x, y, z, t) + u_2(x, y, z, t)$. В силу линейности взаимодействия вихревых структур такое представление справедливо по отношению не только к описанию нестационарных полей скорости $u(x, y, z, t)$, но и к описанию их осредненных характеристик $u(x, r)$.

В следах, генерируемых буксируемыми телами, как и в затопленных струях, сравнительно быстро формируется автомодельный режим. Общие решения для автомодельных импульсных следов и для затопленных струй имеют один и тот же вид $u(x, r) = \pm a(x - x_0)^{-2/3} \exp\left\{-\left[b r / (x - x_0)^{1/3}\right]^2\right\}$ и отличаются только знаками.

Поскольку создать зеркально симметричные профили осредненных дефицитов продольных компонент скорости невозможно, то, в общем случае, коэффициенты b , a и x_0 в решениях для следа и для затопленной струи должны различаться. В рамках изложенных выше допущений и предположений, интерференционное решение для следов за телами с движителем можно представить в виде

$$u(x, r) = ax^{-2/3} \exp\left[-\left(\frac{br}{x^{1/3}}\right)^2\right] - (a + \alpha)(x - \Delta x)^{-2/3} \exp\left[-\left(\frac{b(1 + \beta)r}{(x - \Delta x_0)^{1/3}}\right)^2\right]. \quad (12)$$

Соответствие действительности предполагаемого решения (12) можно проверить, используя его в качестве функции, аппроксимирующей известные результаты экспериментальных исследований следов за телами с движителем. При малых значениях параметров $\alpha \ll a$, $\beta \ll 1$ и $\Delta x_0 \ll x$ интерференционное решение (12) можно упростить, отбросив в нем нелинейные члены

$$u(x, \eta) \approx a \cdot x^{-2/3} \exp(-\eta^2) \left[(\alpha + 2\Delta x_0/3x)(1 - \eta^2) - 2\beta \cdot \eta^2 \right]. \quad (13)$$

Согласно (13), характер развития течения в дальнем следе определяется малыми величинами α , β и $\Delta x_0/x$. При $|\alpha| \ll |\Delta x/x|$, $|\beta| \ll \Delta x_0/x \ll 1$ результирующий профиль осредненного дефицита продольной компоненты скорости $f(\eta) \sim (1 - \eta^2) \exp(-\eta^2)$ в (13) совпадает с профилем решения (8) при $n = 2$ и решения из работы [17]. Однако при этом, в отличие от решения (8) и решения [17] (13), прогнозирует затухание масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости не как $x^{-4/5}$, а как $x^{-5/3}$. В общем случае при $0 < |\alpha| \ll 1$, $0 < |\beta| \ll 1$ и $\Delta x/x \neq 0$, согласно (13), текущий масштаб скорости и форма профилей осредненных дефицитов продольной компоненты скорости $f(x, \eta)$ являются функциями расстояния x . При этом множитель в квадратных скобках в уравнении (13), а, следовательно и $u(x, 0)$, могут быть как знакопостоянными, так и знакопеременными функциями расстояния x .

Если знаки α и Δx_0 различаются, то в некотором сечении x_{cr} текущий масштаб осредненного дефицита продольной компоненты скорости $u(x, 0)$ обращается в ноль, далее изменяет свой знак, достигает некоторого отрицательного экстремального значения и снова устремляется к нулю. При этом стремление $u(x, 0) \rightarrow 0$ к нулю при $x \rightarrow x_{cr}$ не имеют ничего общего с аномально быстрым вырождением

поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости. На больших расстояниях от испытуемого тела ($|\Delta x_0 / x| \ll |\alpha|$ и $|\Delta x_0 / x| \ll |\beta|$) решение (13) независимо от соотношения знаков α и Δx_0 прогнозирует затухание $u(x, 0)$, пропорциональное $x^{-2/3}$. При этом форма профиля осредненного дефицита продольной компоненты скорости $f(\eta)$ зависит от соотношения параметров α и β .

3. АНАЛИЗ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫХ ДАННЫХ ПО СЛЕДАМ ЗА ТЕЛАМИ С ДВИЖИТЕЛЕМ

Автомодельность гидродинамических следов в общем случае если и реализуется, то на конечном отрезке расстояния от испытуемого тела, ограниченном как снизу, так и сверху. Снизу этот отрезок ограничен областью формирования автомодельности. Сверху при малых значениях чисел Рейнольдса $Re_d = U_\infty d / \nu$ он ограничен областью вырождения турбулентности, а при недостаточно малых значениях избыточного суммарного импульса — областью перерождения следа, формирующегося по законам развития безимпульсного течения в импульсное. Согласно решениям (5), масштабы скорости и длины автомодельных импульсных и безимпульсных следов должны развиваться по степенным законам. Как правило, авторы экспериментальных исследований следов аппроксимируют измеренные ими масштабы степенными функциями. Но исследуемые течения не везде и не всегда развиваются по степенным законам. Опыт показывает, что и в этих случаях аппроксимация степенными функциями может дать весьма полезную информацию (см., например, рис. 1).

О соответствии реальных закономерностей развития масштабов скорости и длины степенным функциям $u(x/d, 0) = a(x/d - x_0/d)^m$ можно судить по величине среднеквадратичных отклонений

$$\varepsilon(a, x_0, m) = (1/N) \sqrt{\sum_1^N \{ [u_n - u(x_n/d, 0)] / u_n \}^2},$$

измеренных в сечениях x_n значений u_n от аппроксимирующей функции $u(x/d, 0)$. В общем случае параметры аппроксимирующей функции a, x_0, m подбираются так, чтобы обеспечить минимальное значение $\varepsilon(a, x_0, m)$. Такой набор параметров a, x_0, m будем называть оптимальным. В ряде оговариваемых случаев некоторые из них могут задаваться заранее.

Для автомодельных следов за буксируемыми телами характерна такая особенность. Начиная с некоторого расстояния от испытуемого тела каждое из полей осредненного дефицита и турбулентных флуктуаций продольных компонентов скорости хорошо аппроксимируются решениями для автомодельных импульсных следов соответственно:

$$u(x, r) = a \cdot (x - x_0)^{-2/3} \exp \left[- \left(b r / (x - x_0)^{1/3} \right)^2 \right],$$

$$u'(x, r) = a_t (x - x_{0t})^{-2/3} \exp \left[- b_t \left(r / (x - x_{0t})^{1/3} \right)^2 \right],$$

имеющих разные значения виртуальных начал координат $x_0 \neq x_{0t}$. При $x/d > 100$ влияние различия значений виртуальных начал координат становится незаметным и отношение $u(x, r) / u'(x, r) \approx \text{const}$ [13]. Эта особенность может быть объяснена тем, что каждое из полей в отдельности быстрее стремится к автомодельному развитию, чем формируется равновесие между потоком турбулентной энергии,

генерируемой полем дефицита скорости, и потоком энергии, диссипируемой турбулентным полем. Эту особенность следует иметь в виду и при аппроксимации масштабов скорости и длины в следах за телами с движителем.

В работе [3] исследован след за диском с тонкой осевой реактивной струей. На отрезке $4 \leq x/d \leq 25$ в этой работе профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости $f(\eta)$ подобны и аппроксимируются решением (8) при $n = 3$. На отрезке $25 < x/d \leq 50$ форма профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости быстро деформируется, в результате чего уже в сечении $x/d \leq 50$ центральный “горб” практически исчезает. Всюду вне малой окрестности оси $u(50, r) < 0$, тогда как при $x/d < 50$ и $r < r_0(x)$ $u(x, r) > 0$. Функции $f(\eta)$ и $h(\eta)$, аппроксимирующие, соответственно, все измеренные при $x/d < 50$ профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости и рейнольдсовых напряжений, связаны соотношением $h(\eta) \approx \text{const } f(\eta)$. Этот результат соответствует классической модели турбулентности [19], что подтверждает правомерность использования этой модели при выводе линейного уравнения (7).

Согласно представленной в [3] аппроксимации степенной функцией, используемой в качестве начала координат координату диска, измеренные значения осредненного дефицита продольной компоненты скорости на оси $u(x/d, 0)$ уменьшаются пропорционально x^{-2} . При этом измеренные на отрезке $25 < x/d \leq 50$ значения осредненного дефицита продольной компоненты скорости на оси значительно отклоняются от аппроксимирующей кривой. Измеренные значения масштаба интенсивности турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $u'(x/d, 0)$ пропорциональны x^{-1} . В работе [3] в сечениях $x/d = 4, 5, 7, 10, 15, 20, 25, 35, 50$ получены следующие значения текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости $R0_i = 0,37, 0,25, 0,133, 0,06, 0,028, 0,015, 0,0092, 0,0021, 0,00002$.

При оптимальных значениях параметров a и x_0 степенная функция $u2(x/d, 0) = 4,1(x/d - 1,1)^{-2}$ аппроксимирует измеренные на отрезках $4 \leq x/d \leq 25$, $4 \leq x/d \leq 35$ и $4 \leq x/d \leq 50$ значения текущих масштабов скорости со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,078, 0,1$ и 10 соответственно. Аппроксимирующая функция $r1(x/d, 0) = 2,2(x/d - 1,2)^{-5/3}$ на тех же отрезках обеспечивает среднеквадратичные отклонения $\varepsilon = 0,021, 0,23$ и 20 . Таким образом, аппроксимация степенными функциями приемлема только в ближней области $4 < x/d \leq 25$. При этом аппроксимация степенной функцией с показателем степени $-5/3$ предпочтительней аппроксимации функцией с показателем степени -2 . Значение показателя степени $-5/3$ предсказывается интерференционным решением (13) при $|\alpha| \ll \Delta x_0 / x$ и $|\beta| \ll \Delta x_0 / x$, то есть на небольших расстояниях от испытываемого тела.

В отличие от степенных функций, интерференционные решения (12), (13) с коэффициентами:

$$r12(x/d, r) = -1,547(x/d + 1,664)^{-2/3} \exp\left\{-4,4\left(r/(x/d + 1,664)^{1/3}\right)^2\right\} + \quad (14)$$

$$+ 1,4776(x/d - 1,79)^{-2/3} \exp\left\{-4,27\left(r/(x/d - 1,79)^{1/3}\right)^2\right\},$$

$$r13(x/d, r) = (x + 0,5)^{-2/3} \exp(-r^2) \left\{[-0,07 + 3,55/(x + 0,5)](1 - r^2) - 0,046r^2\right\}. \quad (15)$$

аппроксимируют измеренные значения текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости на всем исследованном отрезке $4 \leq x/d \leq 50$

со среднеквадратичным отклонением $\varepsilon \approx 0,06$ (см. рис. 1). При этом, в отличие от степенных функций, решения (14), (15) удовлетворительно аппроксимируют не только текущие масштабы осредненного дефицита продольной компоненты скорости (см. рис. 1), но и профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости.

Физически вполне предсказуема и экстраполяция этих решений на расстояния $x/d > 50$. В частности, решения (14), (15) прогнозируют обращение в ноль и смену знака текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости при $x/d = 48,5$, достижение экстремального значения $-0,02$ при $x/d = 97,3$ и дальнейшее устремление текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости к нулю. Текущий масштаб длины поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости $r_0(x)$ аппроксимируется степенной функцией $r_0(x) = 0,28(x/d - 1,2)^{0,34}$ со среднеквадратичным отклонением $\varepsilon = 0,023$ на отрезке $4 \leq x/d \leq 25$ и $\varepsilon = 0,05$ на отрезке $4 \leq x/d \leq 35$. Согласно (15), аномально быстрое уменьшение текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости на отрезке $25 < x/d \leq 50$ обязано различию знаков члена в квадратных скобках $[-0,07 + 3,55/(x+0,5)]$, что является следствием различия знаков остаточного импульса и осредненного дефицита продольной компоненты скорости на оси в ближнем следе.

Функция $u'(x/d, 0) = 0,8x^{-1}$ обеспечивает аппроксимацию измеренных значений текущего масштаба турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $Rt(x_p)$ со среднеквадратичным отклонением $\varepsilon = 0,025$ на всем отрезке $4 \leq x/d \leq 130$. Функция $u'(x/d, 0) = 22(x/d + 22)^{-5/3}$ аппроксимирует измеренные значения турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости с $\varepsilon = 0,034$ на отрезке $15 \leq x/d \leq 130$ и $\varepsilon = 0,07$ на отрезке $4 \leq x/d \leq 130$ (сравни рис. 2 и 3). Функция $r'(x/d) = 0,47(x/d - 0,5)^{0,32}$ на отрезке $4 \leq x/d \leq 100$ аппроксимирует текущий масштаб длины поля турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости с отклонением $\varepsilon = 0,026$. Хорошая аппроксимация интерференционными решениями (14), (15) и текущих масштабов скорости (см. рис. 1), и профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости на всем исследованном в [3] отрезке $4 \leq x/d \leq 50$ вряд ли может быть случайной. Следовательно, интерференционные решения (12), (13) действительно соответствуют реально протекающим процессам в исследуемом потоке, и достоверность измеренных в [3] характеристик поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости и рейнولدсовых напряжений не вызывает никаких сомнений во всем исследованном диапазоне расстояний от испытываемого диска.

Более тонким инструментом анализа закономерностей развития следов являются соотношения (6). Параметры S , B и D не зависят от осевой координаты только в областях автомодельного развития. В области неавтомодельного развития они являются функциями осевой координаты $S(x)$, а $s(x) = r_0(x)/u(x, 0)$ не является линейной функцией. Отношения $r_0(x)/u(x, 0)$ измеренных на отрезке $4 \leq x/d \leq 35$ значений $r_0(x)$ и $u(x, 0)$ группируются не около одной, как в автомодельных потоках, а около двух пересекающихся при $x/d = 15$ прямых: $s_1(x/d) = 2,45(x/d - 5,4)$ и $s_2(x) = 5,85(x/d - 11)$. Приблизительное равенство $D(x) = u(x/d, 0) \cdot r_0(x/d)^6 \approx 0,0022$ выполняется только на отрезке $4 \leq x/d \leq 25$. Отношения измеренных на отрезке $5 \leq x/d \leq 100$ масштабов турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $s'(x) = r'(x)/u'(x, 0)$ тоже группируются около двух прямых $s'_1(x/d) = 1,6(x/d - 2,5)$ и $s'_2(x/d) = 2,2(x/d - 6,76)$, но пересекающихся в сечении $x/d = 25$.

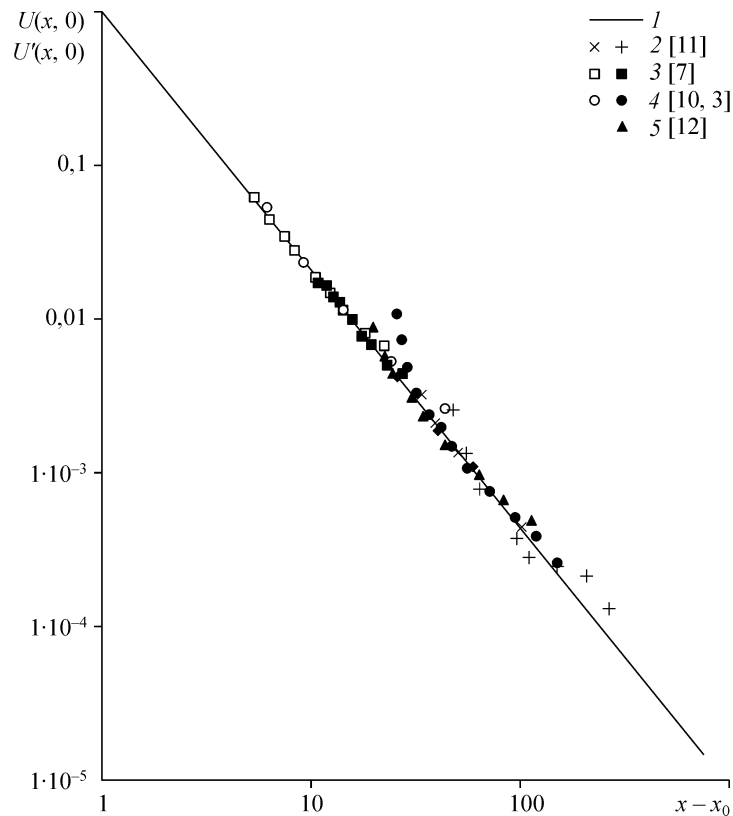


Рис. 2. Аппроксимация нормированных результатов измерений текущих масштабов осредненных дефицитов продольной компоненты скорости и текущих масштабов интенсивности турбулентных флуктуаций степенной функцией $u(x - x_0, 0) = (x - x_0)^{-5/3}$ (1). Данные [10, 3, 12] приведены только для текущих масштабов интенсивности турбулентных флуктуаций.

$D'(x) = u'(x/d, 0) r_0(x/d)^2 \approx 0,065$ на отрезке $5 \leq x/d \leq 20$ и $D'(x) = u'(x/d, 0) r'_0(x/d)^2 \approx 0,04$ на отрезке $35 \leq x/d \leq 100$. Таким образом, на отрезке $15 \leq x/d \leq 25$ имеют место изменения в характере развития поля осредненного дефицита и поля турбулентных флуктуаций продольных компонентов скорости. Это свидетельствует о том, что между развитием этих полей существует определенная корреляция.

Аналогично развивается и исследованный в работе [12] след за сферой с тонкой осевой струей. Здесь профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости подобны на отрезке $2d \leq x \leq 15d$ и аппроксимируются решением (8) при $n = 2$. При $x/d > 15$ в работе [12] профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости не указаны, но приведено значение осредненного дефицита продольной компоненты скорости на оси $u(20,0) = 0,0022$ (см. рис. 1), которое почти в 4 раза меньше значения, прогнозируемого для $x/d = 20$, использованной авторами [12], степенной функцией $u(x/d, 0) \sim x^{-2}$. Эти функции $u(x/d, 0) = 1,1(x/d - 2,2)^{-5/3}$ и $u(x/d, 0) = 3,5(x/d - 0,5)^{-2}$ аппроксимируют измеренные в сечениях $x/d = 5, 7,5, 10, 15, 20$ значения текущих масштабов осредненного дефицита продольной компоненты скорости $K_n = 0,174, 0,084, 0,046, 0,014, 0,0022$ с практически одинаковыми среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,07$ на отрезке $5 < x/d \leq 15$ и $\varepsilon = 0,64$ на отрезке $5 < x/d \leq 20$.

Интерференционные решения (12), (13) с коэффициентами

$$u(x/d, r) = -5,58(x/d + 2)^{-2/3} \exp\left[-\frac{4,3r}{(x/d + 2)^{1/3}}\right] + 5,36(x/d + 0,6)^{-2/3} \exp\left[-\frac{4,11r}{(x/d + 0,6)^{1/3}}\right], \quad (16)$$

$$u(x, d, r) = 6,3(x/d + 2,5)^{-2/3} \exp\left[-(r/d)^2\right] \times \left\{ \left[-0,042 + (x/d + 2,5)^{-1} \right] \left[1 - (r/d)^2 \right] - 0,046(r/d)^2 \right\} \quad (17)$$

аппроксимируют измеренные значения текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости на всем отрезке со среднеквадратичным отклонением $\varepsilon = 0,04$ (см. рис. 1). И здесь, согласно (17), аномально быстрое уменьшение осредненного дефицита продольной компоненты скорости на отрезке $5 < x/d \leq 20$ вызвано не вырождением поля, а различием знаков остаточного импульса и значения осредненного дефицита продольной компоненты скорости на оси в ближнем следе.

Текущий масштаб поля турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости в [12] на отрезке $5 < x/d \leq 100$ аппроксимируется степенной функцией

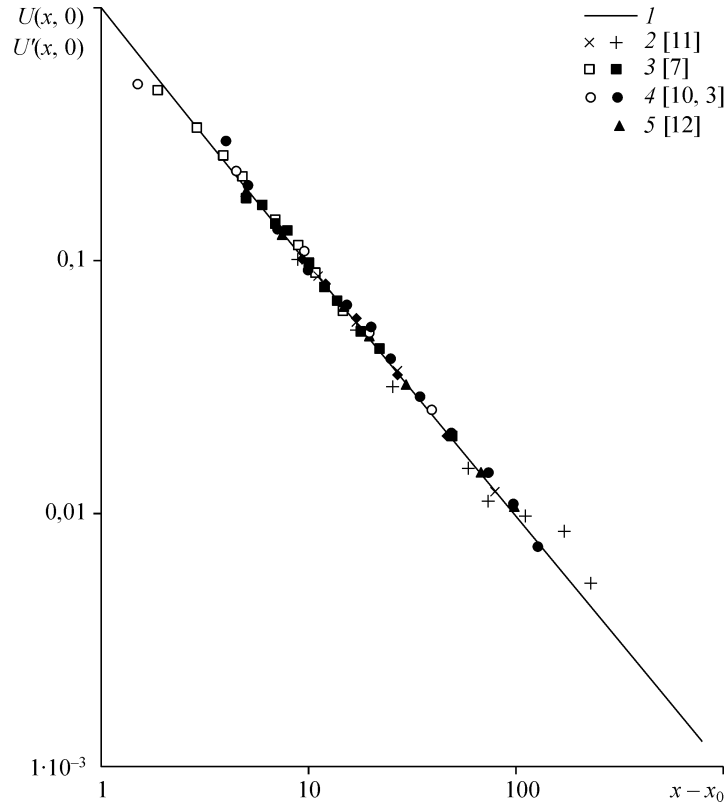


Рис. 3. Аппроксимация нормированных результатов измерений текущих масштабов осредненных дефицитов продольной компоненты скорости и текущих масштабов интенсивности турбулентных флуктуаций степенной функцией $u(x - x_0, 0) = (x - x_0)^{-1}$ (1). Данные [10, 3, 12] приведены только для текущих масштабов интенсивности турбулентных флуктуаций.

$u'(x/d, 0) = 0,7(x/d + 0,5)^{-1}$ со среднеквадратичным отклонением $\varepsilon = 0,017$, а функцией $u'(x/d, 0) = 15(x+15)^{-5/3}$ — $\varepsilon = 0,05$. Отношения измеренных значений $r_0(x)/u'(x, 0)$ группируются около прямой $s(x/d) = 2,58(x/d - 3,8)$ на отрезке $4 < x/d \leq 15$, а их произведения $D(x/d) = u(x/d, 0) r_0(x/d)^4 \approx 0,01$ — только на отрезке $5 < x/d \leq 10$. Значения $s'(x) = r_0(x/d)/u'(x, 0)$ для поля турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости в [12] группируются около трех прямых — $s'(x) = 1,6(x/d - 2,5)$ на отрезке $4 < x/d \leq 20$, $s'(x) = 2,34(x/d - 8)$ на отрезке $20 < x/d \leq 50$ и $s'(x) = 3,3(x/d - 19,5)$ на отрезке $50 < x/d \leq 100$ соответственно. $D'(x) = u'(x) r_0(x)^2 \approx 0,32$ — на отрезке $7,5 < x/d \leq 30$ и $D'(x) = u'(x) r_0(x)^2 \approx 0,32$ — на отрезке $50 < x/d \leq 100$. Ступенчатый характер изменения соотношений $s(x)$, $s'(x)$, $D(x)$ и $D'(x)$ свидетельствует о коррелируемых изменениях характера развития полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости, с одной стороны, и турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости, с другой стороны, на исследованных в работах [3, 12] расстояниях от испытываемых тел.

Иначе развиваются потоки в следах за хорошо обтекаемыми телами с винтовыми движителями [7, 10, 11]. В интерференционном решении (13), аппроксимирующем текущие масштабы осредненного дефицита продольной компоненты скорости этих исследований, знаки параметров α и Δx_0 совпадают. Это прогнозирует знакопостоянство текущих масштабов осредненного дефицита продольной компоненты скорости и монотонность их затухания на любых расстояниях от испытываемого тела. В работе [7] представлены результаты двух экспериментальных исследований.

В первом исследовании измерения выполнены на отрезке $2 \leq x/d \leq 40$. Во втором — на отрезке $2 \leq x/d \leq 20$. Степенные функции $u(x/d, 0) = 4,9(x/d + 3,6)^{-5/3}$, $u(x/d, 0) = 0,56 x/d^{-1}$ и $u(x/d, 0) = 0,23(x/d - 1,2)^{-2/3}$ аппроксимируют измеренные в работе [7] в сечениях $x/d = 2, 5, 10, 20, 40$ значения текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости $S_n = 0,29, 0,143, 0,054, 0,027, 0,015$ со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,084, 0,047, 0,1$ соответственно. Интерференционные решения (12), (13) с коэффициентами

$$u(x/d, 0) = -1,045(x/d + 2,5)^{-2/3} + 1,18(x/d + 0,23)^{-2/3},$$

$$u(x/d, 0) = 2,5 x^{-2/3} [0,033 + 1,3/(x/d + 6,3)],$$

аппроксимируют измеренные значения осредненного дефицита продольной компоненты скорости со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,038$ и $0,044$. Измеренные в тех же сечениях текущие масштабы турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $sT_n = 0,094, 0,0745, 0,055, 0,033$ и $0,019$ аппроксимируются степенными функциями $u'(x/d) = 17(x/d + 21)^{-5/3}$, $u'(x/d) = 0,9(x/d + 7,2)^{-1}$ и $u'(x/d) = 0,26(x/d + 2,1)^{-2/3}$ со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,017, 0,013$ и $0,04$. Для поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости $s(x) = 1,18(x - 1,58)$ и $u(x, 0) r_0(x)^4 \approx 0,019$, а для поля турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $s'(x) = 1,4(x + 0,23)$, $u'(x, 0) r_0(x/d)^2 \approx 0,0024$ на всем исследованном отрезке.

В работе [11] исследованы поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости в сечениях $x/d = 6, 12, 22, 75$ и поля турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости в сечениях $6 \leq x/d \leq 230$, что в разы превышает исследованные другими авторами расстояния. Степенные функции $u(x/d, 0) = 28(x/d + 28)^{-5/3}$, $u(x/d, 0) = 1,05(x/d + 5,2)^{-1}$ и $u(x/d, 0) = 0,26(x/d - 1,3)^{-2/3}$ аппроксимируют измеренные значения $l_i = 0,093, 0,061, 0,039, 0,013$ осредненного дефицита продольной компоненты скорости со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,058, 0,03, 0,054$ соответственно. Степенные функции $u'(x/d, 0) = 90(x/d + 40)^{-5/3}$, $u'(x/d, 0) = 2,4(x/d + 3,4)^{-1}$ и $u'(x/d, 0) = 0,53(x/d - 3,1)^{-2/3}$ аппроксимируют измеренные в сечениях $x/d = 6, 14, 23, 57, 71, 111, 170$, и 230 значения текущих масштабов турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $lt_j = 0,25, 0,13, 0,079, 0,037, 0,028, 0,024, 0,021$ и $0,013$ со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,06, 0,06$ и $0,04$ соответственно (ср. рис. 2 и 3).

Интерференционная функция

$$u(x/d, 0) = -2,86(x/d + 15)^{-2/3} + 3(x/d + 10,1)^{-2/3}$$

аппроксимирует измеренные значения масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости со среднеквадратичным отклонением $\varepsilon = 0,012$. Значения $s(x) = x - 1,2$ на всем исследованном отрезке поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости $6 \leq x/d \leq 75$, тогда как $u(x, 0) r_0(x)^2 \approx 0,022$ на отрезке $6 < x/d \leq 22$ и $u(x, 0) r_0(x)^4 \approx 0,012$ на отрезке $22 < x/d \leq 75$. Для поля турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости в первом условии (6) $s'(x) = 0,51(x - 1,8)$ при $6 < x/d \leq 75$ и $s'(x) = 0,26(x + 65)$ при $75 < x/d \leq 230$. Условие $u'(x, 0) r_0'(x/d)^4 \approx 0,03$ выполняется только на отрезке $23 \leq x/d \leq 111$. И здесь условия автомодельности (6) выполняются на разных отрезках расстояний x/d так, что $S(x)$ и $D(x)$ являются кусочно-непрерывными отрезками прямых.

Функции $u(x/d, 0) = 2,9(x/d + 2,3)^{-5/3}$, $u(x/d, 0) = 0,37(x/d - 1,1)^{-1}$ и $u(x/d, 0) = 0,26(x/d + 2,1)^{-2/3}$ аппроксимируют измеренные в [7] в сечениях $x/d = 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 16, 20$ значения текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости $G_k = 0,18, 0,13, 0,1, 0,082, 0,056, 0,044, 0,034, 0,024, 0,02$ со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,023, 0,017$ и $0,04$. Интерференционные функции $u(x/d, 0) = 1,08(x/d)^{-2/3} - (x/d + 2,02)^{-2/3}$ и $u(x/d) = 2(x/d)^{-2/3}[0,02 + 1,35/(x/d + 6)]$ аппроксимируют эти результаты с отклонениями $\varepsilon = 0,011$ и $0,017$. Степенные функции $u'(x/d, 0) = 22(x/d + 7,7)^{-5/3}$, $u'(x/d, 0) = 2,16(x/d + 2)^{-1}$ и $u'(x/d, 0) = 0,83(x/d - 0,15)^{-2/3}$ аппроксимируют измеренные значения текущего масштаба турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $gT_k = 0,39, 0,37, 0,31, 0,29, 0,176, 0,153, 0,116, 0,1$ со среднеквадратичными отклонениями ε соответственно: $0,019, 0,016$ и $0,03$. Отношения $u(x/d, 0)/r_0(x)$ группируются около прямых $s(x) = 2,1(x - 1,94)$ на отрез-

ке $3 < x/d \leq 10$ и $s(x) = 3,3(x-4,9)$ — на отрезке $10 < x/d \leq 16$. На отрезке $4 < x/d \leq 20$ отношения $u(x/d, 0)r_0(x/d)^4 \approx 0,013$. Для поля турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости: $s'(x) = 0,32(x+0,78)$ при $3 < x/d \leq 6$ и $s'(x) = 0,52(x-1,93)$ при $6 < x/d \leq 16$. Соотношение $u'(x, 0)r'(x)^4 \approx 0,048$ выполняется на отрезке $6 < x/d \leq 10$.

В работе [10] в сечениях $x/d = 2, 5, 10, 20, 40$ измерены профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости за хорошо обтекаемым телом вращения с винтовым движителем и с кольцевой реактивной струей, истекающей на некотором расстоянии перед кормовой кромкой. В следе за телом с кольцевой струей измеренные профили осредненного дефицита продольной компоненты скорости имеют сложную для анализа форму с тремя быстро меняющимися экстремальными значениями. При использовании в [10] винтового движителя картина течения несколько проще. В сечениях $x/d = 2, 5, 10, 20, 40$ измерены следующие значения текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости $h_n = 0,31, 0,14, 0,068, 0,032, 0,016$. В сечении $x/d = 40$ измеренный профиль осредненного дефицита продольной компоненты скорости аппроксимируется экспонентой $f(r/r_0(40)) = \exp(-0,693(r/r_0(40))^2)$. Однако величина импульса, определяемая этим профилем, вовсе не обязательно равна величине избыточного суммарного импульса в исследуемом следе, поскольку форма профиля осредненного дефицита продольной компоненты скорости вне этого “горба” неизвестна. Степенные функции $u(x/d, 0) = 5,8(x/d + 4,1)^{-5/3}$ и $u(x/d, 0) = 0,57(x/d - 0,15)^{-1}$ аппроксимируют измеренные масштабы осредненного дефицита продольной компоненты скорости со среднеквадратичными отклонениями $\varepsilon = 0,035$ и $0,053$ соответственно. Интерференционные решения (12) и (13):

$$u(x/d, 0) = 2,63(x/d + 1,35)^{-2/3} - 2,52(x/d + 3,1)^{-2/3},$$

$$u(x/d) = 2,7(x/d)^{-2/3}[0,033 + 1,3/(x/d + 6,3)],$$

аппроксимируют измеренные значения с $\varepsilon = 0,018$ и $0,03$.

Таким образом, степенные функции удовлетворительно аппроксимируют измеренные в [3, 12] масштабы скорости $u(x, 0)$ только в ближних областях $x/d \leq 25$ и $x/d \leq 15$ соответственно. При $x/d > 25$ и $x/d > 15$ соответственно измеренные значения катастрофически удаляются от аппроксимирующих степенных функций (см. рис. 1). Интерференционные решения (12) и (13) хорошо аппроксимируют во всех исследованных диапазонах расстояний от испытываемых тел не только измеренные в [3, 12] масштабы скорости $u(x, 0)$, но и профили $u(x_n, r)$. Они описывают физически вполне правдоподобную экстраполяцию измеренных в [3, 12] полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости.

Интерференционные решения (12) и (13) заметно лучше, чем степенные функции, аппроксимируют монотонно уменьшающиеся масштабы осредненных дефицитов продольной компоненты скорости на всех исследованных в [7, 10, 11] расстояниях. Что касается аппроксимации степенными функциями текущих масштабов дефицита продольной компоненты скорости и интенсивности турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости, то нет явных преимуществ при выборе показателей степени среди рассмотренных значений: $-5/3$, -1 и $-2/3$.

В эксперименте [11] для текущего масштаба турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости на отрезке $6 \leq x/d \leq 230$ некоторое преимущество имеет аппроксимация степенной функцией с показателем степени $-2/3$ по сравнению с показателями -1 и $-5/3$. В экспериментах работы [7] незначительное преимущество имеет аппроксимация степенной функцией с показателем степени $-5/3$. В целом же, при аппроксимации степенными функциями масштабов дефицита и турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости некоторое преимущество имеют функции с показателем степени -1 (см. рис. 2, 3). Это качественно согласуется с предсказаниями интерференционного решения (13), которое прогнозирует для ближней области пропорциональность $x^{-5/3}$, в промежуточной области -1 , а в дальней области $x^{-2/3}$. Ни один из экспериментов не дает оснований для утверждения о более быстром вырождении полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости по сравнению с полями турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости (см. рис. 2 и 3).

4. СПУТНЫЕ ПОТОКИ И ИХ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Следы и спутные потоки — это одни и те же течения, но рассматриваемые в подвижной и неподвижной системах координат соответственно. Развитие потоков не зависит от того, в какой системе координат находится наблюдатель. В отличие от следов, спутные потоки развиваются в покоящейся среде. Это исключает необходимость при определении полей осредненного дефицита и турбулентных флуктуаций продольных компонент скорости измерять малые разности больших величин $u(x, r) = U_\infty - U(x, r) \ll U_\infty$ и позволяет проводить достоверные измерения скорости в течение промежутков времени $t - t_0$, соответствующих в координатах следа $x - x_0 = U_\infty(t - t_0)$ сравнительно большим расстояниям $x - x_0$. В покоящейся среде практически отсутствует и внешняя турбулентность.

Однако спутные потоки существенно нестационарны. Использование при их исследовании осреднения измеряемых характеристик во времени заведомо исключается. В связи с этим, фактически исключается и возможность использования термо- и лазерных анемометров. Но при исследовании спутных потоков возможно осреднение в пространстве большого количества мгновенных значений по ансамблю событий. В этом отношении хорошо себя зарекомендовала стереометрия трассирующих частиц [22]. Она позволила по большому числу мгновенных значений скорости трассирующих частиц во всем объеме рабочей части канала определять для каждой реализации потока сразу все поля средней скорости, три компонента турбулентных флуктуаций скорости и реинольдсовых напряжений. Однако без автоматизации считывания координат на стереопаре и идентификации трассирующих частиц на левом и правом кадрах стереометрия очень трудоемка. На данном этапе была использована только автоматизация регистрации считываемой на стереокомпараторе информации.

Для исследования безымпультных спутных потоков за телами с движителем необходимо создание автономных самоходных моделей, движущихся по заданному курсу с постоянной скоростью. Необходим бассейн, габариты которого позволяли бы модели выходить на соответствующий режим стационарного движения.

Это сложное и дорогое оборудование. Поэтому возникает вопрос о возможности моделирования спутных потоков за телами с движителем, скажем, потоками, генерируемыми струной или струнами при их импульсном перемещении вдоль оси.

В спутных потоках при сравнительно больших временах их развития, как и в следах на сравнительно больших расстояниях от испытываемого тела, $\partial u/\partial x \ll 1$, $\partial u/\partial y \gg \partial u/\partial x$, $\partial r_0(x)/\partial x \ll 1$. В потоках же, генерируемых струной, $\partial u/\partial x = 0$, $\partial r_0(x)/\partial x = 0$. Следовательно, с помощью струны возможно приближенное моделирование только следов и спутных потоков, развивающихся на столь больших расстояниях и временах, когда воздействием градиентов $\partial r_0(x)/\partial x$ и $\partial u/\partial x$ на течение можно пренебречь. Эту важную особенность потоков, генерируемых струной, необходимо учитывать при сравнении их характеристик с характеристиками следов и спутных потоков.

На данном этапе исследований не ставилась задача воспроизведения струной спутного потока за тем или иным конкретным телом. Важно было качественно исследовать развитие осесимметричных потоков с возможно малым остаточным импульсом. Ниже представлены результаты стереометрических исследований спутных потоков за хорошо и плохо обтекаемыми буксируемыми телами, потоков, генерируемых струной при ее импульсном перемещении в одном направлении (импульсные потоки), потоков, генерируемых струной при ее импульсном перемещении в прямом и обратном направлениях по одному и тому же закону, и потоков, генерируемых при импульсном перемещении в противоположных направлениях двух параллельных близко расположенных струн.

Спутные потоки и потоки, генерируемые перемещением струны в одном направлении, исследованы для их сравнения с результатами аэродинамических исследований следов за автономными телами, выполненными при сравнительно малых значениях чисел Рейнольдса $Re_d = U_\infty d/\nu$ и на сравнительно малых расстояниях от испытываемых тел. Вариант потоков, генерируемых одной струной при ее перемещении в прямом и обратном направлении, предполагал возможность существенного уменьшения остаточного импульса в осесимметричных потоках. Вариант с двумя струнами нуждался в проведении исследований потоков с нечетной симметрией. При этом предполагалось, что в этом варианте остаточный импульс может быть еще меньше, чем в случае одной струны при ее перемещении в прямом и обратном направлениях.

Выполненные исследования не выявили сколько-нибудь заметного влияния наличия неподвижной струны ни на текущие масштабы, ни на форму профилей средней скорости и трех компонент турбулентных флуктуаций скорости в окрестности струны. Максимальное влияние на характеристики потока струна оказывает на слоистое продольное течение. В дальних заведомо турбулентных следах и в спутных потоках при больших временах их развития определяющее влияние на среднее и пульсационное движение оказывают крупномасштабные вихревые структуры. Как показал большой цикл исследований по визуализации вихревых структур, частично приведенных в [20], в исследуемых потоках уже на 2 секунде визуализировались только вихревые структуры, масштаб которых соизмерим с масштабом толщины исследуемого потока. При этом все вихревые структуры двигались под значительными углами к оси потока. Не было выявлено никакого влияния струны и на развитие каких-либо визуализируемых вихревых структур.

5. ПОСТАНОВКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Исследования спутных потоков за автономно движущимися телами и потоков, генерируемых импульсным перемещением одной и двух близко расположенных струн, выполнены в вертикальной трубе диаметром 0,5 м, высотой 7 м и рабочим участком квадратного сечения $0,8 \times 0,8 \times 1 \text{ м}^3$ в средней части трубы. Одна стенка этого участка для наблюдения и фотографирования изготовлена из оптического оргстекла. В три остальные стенки вставлены окна из оптического оргстекла для освещения потока и визуального наблюдения. Для обеспечения автономным моделям устойчивого прямолинейного движения под воздействием только силы тяжести вдоль оси трубы была натянута струна диаметром 1 мм. Вдоль оси моделей для струны просверлены направляющие отверстия. Длина хорошо обтекаемой модели равнялась 0,56 м, диаметр — 0,04 м, скорость движения — 8,2 м/с, температура воды — около 20 °С. В качестве плохообтекаемого тела исследовано «тело–стакан». Тело–стакан — это цилиндр с острой передней кромкой на внутренней поверхности и днищем в корме. Внутренний диаметр его равен 0,025 м, глубина внутренней полости 0,02 м, скорость движения — 6 м/с. Обе модели — хорошо обтекаемое тело и тело–стакан — изготовлены из бронзы.

При исследовании потоков, генерируемых импульсным перемещением струны, использовано два варианта расположения струны: в одну и две нити. В первом варианте струна, натянутая вдоль оси трубы, на днище через два блока подведена к боковой стенке и вдоль нее выведена на свободную поверхность. Часть струны, размещенная на днище и на боковой стенке для исключения влияния ее движения на исследуемый поток, помещалась в неподвижной трубке. Во втором варианте две нити струны, пропущенные через блок на дне трубы, располагались на расстоянии приблизительно 2 мм друг от друга вдоль оси трубы.

В качестве трассирующих частиц использовались белые крупнопористые полистирольные шарики диаметром 0,2–0,4 мм. Для выравнивания количественного распределения трассирующих частиц в объемах $2\pi r \Delta r \Delta x$, где r — текущий радиус, x — текущая координата вдоль оси трубы, объемная плотность частиц возрастала в направлении оси трубы. Количество трассирующих частиц в исследуемом объеме жидкости всегда было более одной тысячи. Поток освещался четырьмя сериями по пять импульсных вспышек в каждой. Отношение интервалов времени между вспышками в каждой серии 3:5:7:9 обеспечило надежную идентификацию треков каждой частицы.

Интервалы времени между первой и пятой вспышками в каждой серии подбирались так, чтобы средняя протяженность треков составляла не менее 30 мм. При исследовании спутных потоков за моделями и потоков, генерируемых движением одной струны, экспонирование производилось на 2, 4, 8 и 12 секундах. Это соответствовало расчетной дальности спутных потоков $400 \leq x/d \leq 2400$ для эллиптической модели и $200 \leq x/d \leq 1200$ для тела–стакана. Здесь d — диаметр в миделе испытываемой модели. Значения локальных чисел Рейнольдса для масштаба средней скорости вдоль оси и масштаба турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости $Re_u = u(x/d, 0) r_0(x)/\nu > 870$ и $Re_{u'} = u'(x/d, 0) r_0'(x)/\nu > 1500$. При моделировании потоков двумя струнами, движущимися в противоположных направлениях, экспонирование производилось на 1, 5, 9 и 19 секундах. Перед каждым экспериментом вода в трубе отстаивалась не менее часа.

Для экспонирования использовалась стереокамера УМК 10/13×18 НРМЕ фирмы Карл Цейс Йена в пленочном варианте с автоматической перемоткой пленки.

На каждой стереопаре экспонировались вспышки только одной серии. Координаты трассирующих частиц считывались со стереопары на стереокомпараторе «Steco» фирмы Карл Цейс Йена, дополненном устройством полуавтоматической регистрации результатов измерений. Разброс измеренных значений координат трассирующих частиц при независимом повторении измерений с одной и той же стереопары не превышал 0,5 мм. При используемых интервалах времени между вспышками формы всех треков и направлений движения частиц были настолько индивидуальны, что при идентификации 1000–1500 треков на каждой стереопаре мы ни разу не столкнулись с какой бы то ни было неопределенностью. Результаты измерений координат трассирующих частиц анализировались на ЭВМ.

Мгновенные значения скорости в соответствующей точке пространства определялись путем аппроксимации координат трека из пяти образов частиц многочленом третьей степени. Мгновенные значения турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости определялись как разность значений мгновенной скорости в соответствующих точках пространства и расчетных значений средней скорости в тех же точках в тот же момент времени. Мгновенные значения компонент рейнольдсовых напряжений определялись как произведение соответствующих компонент мгновенных турбулентных флуктуаций соответствующих компонент скорости. Все осреднения производились с использованием метода регрессионного анализа [23].

В качестве регрессии искомым профилей средней скорости и рейнольдсовых напряжений использовались многочлены пятой и шестой степени. Значения средней скорости на оси и формы профилей средней скорости практически не зависели от используемой регрессии. В качестве регрессии искомым профилей трех компонент турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости параллельно использовались многочлен пятой или шестой степени от r и экспонента $f(r) = a \exp[-0,693(r/r'_0)^m]$, где a , r'_0 и m — искомые константы. Во всех случаях результаты осреднения многочленом и экспонентой мало отличались друг от друга. Анализ результатов показал, что для надежного определения профилей средней скорости и компонент турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости было достаточно одной реализации потока в объеме рабочей камеры при наличии в ней не менее тысячи трассирующих частиц. Для надежного определения профилей рейнольдсовых напряжений оказалось недостаточно и трех-четырёх реализаций потока. Поэтому результаты измерений рейнольдсовых напряжений здесь не приводятся.

6. АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ СТЕРЕОМЕТРИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

Исследование спутных потоков за автономными телами позволило при $Re_d = (1,5 - 3,5)10^5$ увеличить расчетную дальность до $x/d = Vt/d \leq 2400$ для хорошо обтекаемого тела и до $x/d = Vt/d \leq 1200$ для тела–стакана, где V — скорость модели в рабочем объеме. Это на один–два порядка превышает исследованные в аэродинамических трубах дальности. При этом значения текущих чисел Рейнольдса $Re_u = u(x,0)r_0(x)/\nu \geq 1000$ и $Re_{u'} = u'(x,0)r'_0(x)/\nu \geq 870$ для хорошо обтекаемого тела и $Re_u \geq 1800$ и $Re_{u'} \geq 1500$ для тела–стакан в разы превышают соответствующие значения в аэродинамических исследованиях, при которых проявлялись признаки вырождения турбулентности: $Re_u \approx 150 - 300$ и $Re_{u'} \approx 220 - 440$ [14].

Исследование следов за буксируемыми телами выявило большое влияние их формы на характеристики автомоделных следов (память следов [18]). Форма тела определяет и такую важную характеристику, как сопротивление испытываемого тела. Поэтому было решено исследовать следы за очень хорошо и за очень плохо обтекаемыми телами. Тело–стакан — это плохо обтекаемое тело. При выбранных геометрических параметрах без центрального отверстия для струны оно обеспечивает всюду на днище полный скоростной напор и застойную область всюду на внешней поверхности. Это исключает влияние на коэффициент сопротивления внешних факторов и позволяет использовать тело–стакан даже для тарировки систем, измеряющих сопротивление моделей в аэро- и гидродинамических экспериментальных установках.

Что касается хорошо обтекаемых тел вращения, то при умеренных значениях чисел Рейнольдса порядка $Re_L \sim (1-7) \cdot 10^6$ (критическая область) их сопротивление сильно зависит от множества факторов, таких как внешняя турбулентность, шероховатость поверхности, вибрация и даже шум в помещении. В работе [24, с. 190] отмечается, что одна и та же модель английского дирижабля R-33, тщательно оберегаемая от малейших повреждений, испытывалась в семи английских и американских аэродинамических трубах атмосферного давления при числах Рейнольдса внутри критической области. При одних и тех же числах Рейнольдса результаты, полученные в различных трубах, сильно расходятся — в некоторых случаях более чем на 100 %. Многочисленные исследования на пластинах, крыльях и телах вращения показывают, что только при значениях чисел Рейнольдса, приближающихся к 10^7 , расхождения становятся приемлемыми.

Чтобы исключить или, по крайней мере, ослабить влияние внешних факторов на характер обтекания и коэффициент сопротивления, для испытываемого хорошо обтекаемого тела использованы ламинаризованные обводы ранее исследованной в аэродинамической трубе Т-324 ИТПМ СО АН модели длиной 2,2 м, обеспечившей безотрывное обтекание с ламинарным пограничным слоем на трети ее длины при скорости воздушного потока от 20 м/с до 100 м/с, соответствующих значению числа Рейнольдса $Re_L = 1,7 \cdot 10^7$, где L — длина модели. В исследованном диапазоне скоростей даже изъятие из форкамеры всех успокаивающих сеток не повлияло на сопротивление модели. Эти свойства модели обеспечили ей стабильность и обтекания, и коэффициентов сопротивления. Что касается возможного влияния сжимаемости среды в исследованном диапазоне скоростей, то при числах Маха $M = U_\infty / C < 0,3$, где C — скорость звука, сжимаемость не оказывает существенного влияния на характеристики хорошо обтекаемых тел.

В исследованных промежутках времени $2c \leq t \leq 12c$ характеристики следов за хорошо обтекаемым телом и телом–стаканом удовлетворяют всем условиям автомоделности (1), (6), (8), (10) при $n = 1$. При этом форма профилей осредненных дефицитов продольной компоненты скорости за хорошо обтекаемым телом аппроксимируется решением (8) при $n = 1$, а за телом–стаканом — решением (10) при $n = 1$. Влияние их формы на значения параметров автомоделности $S = r_0(x - x_0) / [u(x - x_0)(x - x_0)]$ для полей осевой составляющей средней скорости и $S' = r'_0(x - x_0) / [u'(x - x_0)(x - x_0)]$ для полей турбулентных флуктуаций трех компонент скорости оказалось существенно меньшим, чем в следах за дисками, сферами, конусами и хорошо обтекаемыми телами, испытанными в аэродинамических трубах. Если в аэродинамических исследованиях

при $Re_d \approx 10^4 - 5 \cdot 10^4$ параметры автомодельности S и S' в зависимости от формы испытываемого тела различались в 10 и 5 раз соответственно, то в спутном потоке за хорошо обтекаемым телом и телом–стаканом при $Re_d \approx 1,5 \cdot 10^5$ и $Re_d \approx 3,5 \cdot 10^5$, они различаются в 2,4 и 4 раза соответственно.

Параметры автомодельности потока, генерируемого импульсным перемещением струны в одном направлении, совпали с параметрами автомодельности спутного потока за исследованным хорошо обтекаемым телом. Это подтверждает возможность моделирования следов и спутных потоков за автономными телами с использованием импульсного перемещения струны. В потоках, генерируемых импульсным перемещением струны в прямом и обратном направлениях, на 2, 4, 8 и 12 секундах профили средней скорости непрерывно искажаются. При этом деформация формы профиля осевой компоненты средней скорости качественно соответствует деформации профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости за диском с тонкой реактивной струей в исследовании [3] на отрезке $25 \leq x/d \leq 50$. Значения осредненной продольной компоненты скорости на оси $u(t,0) \approx 16,7 t^{-1,14}$ уменьшаются быстрее экстремальных значений на периферии профиля $u(t,1,5) = -3 t^{-0,8}$. Масштаб длины нарастает как $r_0(t) = 5,1 \cdot t^{0,26}$. Значения трех компонент турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости на оси затухают как $u'(t,0) \approx v'(t,0) \approx w'(t,0) \approx 6,6 \cdot t^{-0,8}$. Функции (12), (13) одинаково хорошо аппроксимируют и текущие масштабы скорости и длины, и измеренные профили средней скорости.

Ожидаемое поле осредненного дефицита продольной компоненты скорости, генерируемое двумя параллельными близко расположенными струнами, движущимися с одинаковой скоростью в противоположных направлениях, должно обладать свойством нечетной симметрии и, возможно, обеспечивать лучшее приближение к строго безимпульсным потокам по сравнению с перемещением одной струны. Однако в программу, используемую для анализа экспериментальных данных, была заложена круговая симметрия профилей средней скорости $f(\eta)$. Поэтому в случае нечетной симметрии программа должна показывать отсутствие поля осредненной продольной компоненты скорости. Измеренные значения мгновенной скорости по величине не отличаются от аналогичных значений в случае использования одной нити. Значения осевой составляющей средней скорости оказались в пределах имевшихся погрешностей аппроксимации при исследовании спутных потоков и потоков, генерируемых движением одной нити в прямом и обратном направлениях. Это подтверждает то, что встречное движение двух нитей действительно генерирует течение, по крайней мере, близкое к нечетной симметрии.

При определении флуктуаций осевой составляющей скорости необходимо использовать разность между измеренной мгновенной скоростью и действительной средней скоростью в потоке с нечетной симметрией. Поскольку профили средней скорости с нечетной симметрией мы не могли рассчитать, то при расчете осредненных профилей всех трех компонент турбулентных флуктуаций скорости использовались нулевые значения средней скорости. В результате получено, что все три компоненты флуктуаций скорости затухают, как $u'(t,0) \approx v'(t,0) \approx w'(t,0) \sim t^{-0,8}$.

ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ ИССЛЕДОВАНИЯ

Большое расслоение результатов исследований следов за телами с движителем [3, 7, 10–12], в частности, по масштабам осредненного дефицита продольной компоненты скорости $u(x/d, r/d)/U_\infty$ и масштабам интенсивности турбулентных

флуктуаций $u'(x/d, r/d)/U_\infty$ вызвано тем, что характеристики следа зависят не только и не столько от скорости потока U_∞ и диаметра тела d , сколько от величины переданного потоку импульса, отношения масштабов $u(x/d, 0)/u'(x/d, 0)$ непосредственно за испытываемыми телами, форм начальных профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости и интенсивности турбулентных флуктуаций, значений виртуальных начал координат потоков, генерируемых соответственно, корпусом обтекаемого тела и движителем, и от сочетания знаков остаточного импульса и осредненного дефицита продольной компоненты скорости на оси в ближайшей области. В результате течение в следе вырабатывает свои характерные масштабы скорости и длины, отличные от U_∞ и d .

Влияние этих факторов на расслоение экспериментальных данных по следам очевидно и предсказуемо. Однако явное влияние малого суммарного остаточного импульса на характер развития следов на исследованных сравнительно малых расстояниях от испытываемых тел оказалось, возможно, самым неожиданным. Очевидно, что если в ближней области знак остаточного импульса отличается от знака осредненного дефицита продольной компоненты скорости, то значения текущего масштаба осредненного дефицита продольной компоненты скорости $u(x/d, 0)$ неизбежно на некотором расстоянии от испытываемого тела изменяют свой знак, далее достигают экстремального значения и только после этого асимптотически устремляются к нулю. Однако то, что при остаточном суммарном импульсе, составляющем всего 0,01 от импульса, вносимого в поток обтекаемым телом, текущий масштаб $u(x/d, 0)$ осредненного дефицита продольной компоненты скорости обратится в ноль [3] (см. рис. 1) уже на расстоянии пятидесяти диаметров обтекаемого тела, оказалось неожиданным. Настолько неожиданным, что в работе [4] объявили результаты измерений [3] в диапазоне расстояний $25 \leq x/d \leq 50$ недостоверными и ввели новое понятие автомодельности с более чем одной парой масштабов скорости и длины.

Согласно имеющимся аналитическим решениям, текущие масштабы скорости и длины импульсных и безимпульсных следов должны развиваться по степенным законам. Представленный анализ результатов экспериментальных исследований [3, 7, 10–12] показывает, что исследованные следы за телами с движителем в исследованных диапазонах расстояний развиваются не автомодельно. Тем не менее, масштабы скорости и длины полей осредненного дефицита продольной компоненты скорости хорошо аппроксимируются степенными функциями в работах [3–12] при $x/d \leq 20$ и $x/d \leq 15$ соответственно (см. рис. 1), а в работах [7, 10, 11] — во всех исследованных диапазонах расстояний (см. рис. 2 и 3). Масштабы турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости тоже хорошо аппроксимируются степенными функциями во всех работах [3, 7, 10–12] на всех исследованных расстояниях. При этом характерно то, что текущие масштабы осредненного дефицита продольной компоненты скорости и масштабы турбулентных флуктуаций продольной компоненты скорости одинаково хорошо аппроксимируются степенными функциями с показателями степени $-5/3$ и -1 . Немного уступает им аппроксимация степенными функциями с показателем степени $-2/3$.

Во-первых, это явно противоречит утверждению о том, что уже при $x/d > 20$ следы за телами с движителем развиваются как бессдвиговые турбулентные потоки [12]. С другой стороны, это согласуется с предсказаниями предполагаемых интерференционных решений (12) и (13), согласно которым текущие масштабы следов с малыми остаточными импульсами в ближней области затухают пропорционально $x^{-5/3}$, а далее скорость затухания плавно уменьшается до $x^{-2/3}$. В этом

случае качество аппроксимации степенными функциями, действительно, не должно сильно зависеть от значений показателя степени в диапазоне от $-5/3$ до $-2/3$. При этом аппроксимация предполагаемыми интерференционными решениями (12) и (13) текущих масштабов осредненного дефицита продольной компоненты скорости во всех случаях предпочтительней аппроксимации степенными функциями. Это свойство решений (12) и (13), видимо, не случайно.

Исследование спутных потоков за телами без движителя с использованием стереометрии трассирующих частиц позволило значительно расширить исследованные диапазоны чисел Рейнольдса для протяженности следа с $Re_x = U_\infty x / \nu \leq 2 \cdot 10^6 - 2,7 \cdot 10^7$ до $Re_x \leq 8 \cdot 10^8$ для хорошо обтекаемых тел и с $Re_x = U_\infty x / \nu < 10^6 - 7,5 \cdot 10^6$ до $Re_x \leq 2,8 \cdot 10^8$ для плохо обтекаемых тел. При этом значения текущих чисел Рейнольдса превышали $Re_u = u(x, 0) r_0(x) / \nu \geq 1000$ и $Re_{u'} = u'(x, 0) r_0'(x) / \nu \geq 870$ для хорошо обтекаемого тела и $Re_u \geq 1800$ и $Re_{u'} \geq 1500$ для плохо обтекаемого тела. (В аэродинамических исследованиях вырождение турбулентности в следах за автономными телами начинало проявляться при $Re_u \approx 150 - 330$ и $Re_{u'} \approx 330 - 400$ [13].) Значения параметров автомодельности спутного потока за хорошо обтекаемым автономным телом и потока, генерируемого импульсным перемещением струны в одном направлении, совпадают.

В исследованном диапазоне времени $2c \leq t \leq 12c$ в потоке, генерируемом импульсным перемещением струны в прямом и обратном направлениях, значения средней скорости на оси уменьшались пропорционально $u(t, 0) \approx 16,7 t^{-1,14}$, тогда как экстремальные значения профиля продольной компоненты скорости и текущие масштабы всех трех компонент турбулентных флуктуаций скорости затухают как $u(t, 1,5) \approx 3 t^{-0,8}$ и $u'(t, 0) \approx v'(t, 0) \approx w'(t, 0) \approx 6,6 t^{-0,8}$. По этому же закону затухают и все три компоненты турбулентных флуктуаций скорости в потоках, генерируемых двумя параллельными близко расположенными струнами, движущимися с одинаковой скоростью в противоположных направлениях.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Уравнение движения в приближении дальнего следа для осредненного дефицита продольной компоненты скорости при использовании модели турбулентности Прандтля допускает решения в виде бесконечных последовательностей частных автомодельных решений типа (8), (10) и (11). В каждой последовательности решений параметром является количество n экстремальных значений профиля продольной компоненты скорости. При $n = 1$ решения описывают автомодельные импульсные следы, при $n > 1$ — развитие автомодельных безимпульсных следов. Во всех частных решениях текущие масштабы скорости $u(x, 0)$ и длины $r_0(x)$ затухают по степенным законам. При этом чем больше n , тем быстрее затухают поля осредненного дефицита продольной компоненты скорости.

В лабораторном эксперименте невозможно обеспечить строгую безимпульсность течения в следе. В ближайшем следе форма профилей осредненного дефицита продольной компоненты скорости и интенсивности турбулентных флуктуаций, отношения их текущих масштабов и соотношения знаков избыточного суммарного импульса и осредненного дефицита продольной компоненты скорости зависят от формы испытуемых тел и движителя.

В экспериментах [3] и [12] знаки избыточных суммарных импульсов и осредненного дефицита продольной компоненты скорости различаются. При этом относительные значения суммарного импульса не превосходят 0,01 и 0,05 соответст-

венно. В результате текущие масштабы $u(x, 0)$ и $r_0(x)$ удовлетворительно аппроксимируются степенными функциями, только при $x/d \leq 25$ и $x/d \leq 15$. Далее текущие масштабы $u(x, 0)$ и $r_0(x)$ быстро устремляются к нулю (см. рис. 1). Интерференционные формулы (12) и (13) одинаково хорошо аппроксимируют развитие текущих масштабов осредненного дефицита продольной компоненты скорости на всех исследованных в [3, 12] расстояниях.

В остальных четырех экспериментальных исследованиях знаки избыточного суммарного импульса и значения осредненного дефицита продольной компоненты скорости совпадают. Текущие масштабы и осредненного дефицита продольной компоненты скорости $u(x, 0)$ и интенсивности турбулентных флуктуаций скорости $u'(x, 0)$ на всех исследованных расстояниях удовлетворительно аппроксимируются степенными функциями и формулами (12) и (13). При этом, как видно на рис. 2, 3, не всегда легко отдать предпочтение одному из значений $-5/3$ или -1 в показателе степени аппроксимирующих степенных функций.

Стереометрические исследования спутных потоков за автономными хорошо и плохо обтекаемыми телами позволили на порядок увеличить исследованные диапазоны чисел Рейнольдса и дальностей импульсных следов. Текущие масштабы турбулентных флуктуаций скорости потоков, генерируемых одной струной при ее одинаковом импульсном перемещении вдоль оси в прямом и обратном направлении, и генерируемые двумя параллельными близко расположенными струнами при их встречном движении, в исследованном диапазоне времени их развития $2c \leq t \leq 19c$ затухают пропорционально $t^{-4/5}$.

Автор выражает искреннюю признательность Федосенко В.Д. (ИТ СО РАН) за большой вклад в обеспечение стереометрических исследований, Букрееву В. И., Костомакхе В.А. (ИГЛ СО РАН) и Черных Г.Г. (ИВТ СО РАН) за большую помощь в обсуждении постановки задач экспериментальных исследований следов за телами с двигателем и в ознакомлении с диссертацией М. Риджановича.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. С. 649–650.
2. Rody A. Review of experimental data of uniform density free turbulent boundary layer, studies in convection, theory, measurement and applicability / Ed. D.E. Launder, Academic Press, 1975. Vol. 1. P. 79–165.
3. Ridjanovic M. Wake with zero change of momentumless flux. Doct. diss. State Univ. Iowa. 1963. 77 p.
4. Naudascher E. Flow in wake of self-propelled bodies and related sources of turbulence // J. Fluid Mech. 1965. Vol. 22, Pt. 4. P. 625–656.
5. Finson M.L. Similarity behaviour of momentumless turbulent wakes // J. Fluid Mech. 1975. Vol. 71, Pt. 3. P. 465–479.
6. Городцов В.А. Автомодельность и слабые замыкающие соотношения для симметричной свободной турбулентности // Изв. АН СССР. МЖГ. 1979, № 1. С. 43–50.
7. Hassid S. Similarity and decay laws of momentumless wakes // Phys. Fluids. 1980. Vol. 23, No. 2. P. 404–405.
8. Федорова Н.Н., Черных Г.Г. О численном моделировании безымпulsive следа за сферой // Моделирование в механике. 1992. Т. 6 (23), № 1. С. 129–140.
9. Chernykh G.G., Fedorova N.N., Kostomakha V.A., Lesnova N.V. Experimental and numerical simulation of turbulent axisymmetric momentumless wake behind sphere // Proc. Inter. Conf. Meth. Aerophys. Res. Novosibirsk, 1992. Pt 1. P. 30–33.
10. Schetz J.A., Jakubowsky A.K. Experimental studies of the turbulent wake behind self-propelled bodies // AIAA J. 1975. Vol. 13, No. 12. P. 1568–1575.
11. Lin J.T., Pao Y.H. Wakes in stratified fluids // Annual Rev. 1979. Vol. 11. P. 317–338.

12. **Алексенко Н.В., Костомаха В.А.** Экспериментальное исследование осесимметричного безымпурсного турбулентного струйного течения // ПМТФ. 1987. № 1. С. 65–69.
13. **Новиков Б.Г.** Автомодельность свободных турбулентных потоков // Пристенные и свободные турбулентные потоки. Новосибирск: Ин-т теплофизики СО РАН, 1988. С. 52–82.
14. **Новиков Б.Г.** Интерференционная модель развития следов за телами с движителем // Изв. АН СССР. МЖГ. 2001. № 4. С. 63–71.
15. **Reichardt H., Ermshaus R.** Impuls und Wärmeübertragung in turbulenten Windschatten hinter Rotationskörpern // Inter. J. Heat Mass Transfer. 1962. Vol. 5, No. 3–4. P. 251–265.
16. **Корнеев А.И.** Гипотезы подобия в теории турбулентных спутных струй. М.: Наука. 1977. С. 97–102.
17. **Биркгофф Г., Сарантонелло Э.** Струи, следы и каверны. М.: Мир, 1964. 466 с.
18. **Букреев В.И., Васильев О.Ф., Лыткин Ю.М.** О влиянии формы тела на характеристики автомодельного осесимметричного следа // Докл. АН СССР. 1972. Т. 207, № 4. С. 804–807.
19. **Прандтль Л.** Гидроаэромеханика. М.: Изд-во иностр. лит. 1951. 575 с.
20. **Kutateladze S.S., Mironov V.P., Novikov B.G., Fedosienko W.D.** Stereophotometry of unsteady turbulent free flows // Warszawa: Arch. Mech. 1986. Vol. 38, No. 5–6. P. 595–609.
21. **Хуань Л., Болдвин Н.** Затухание турбулентности в осесимметричных следах // Теоретические основы инженерных расчетов. 1966. № 1. С. 213–221.
22. **Новиков Б. Г., Мартыненко Л. Ф., Воеводина В. К. и др.** // Стереометрическое исследование дальних свободных турбулентных сдвиговых течений: Сб. науч. тр. Новосибирск, 1981. С. 5–12.
23. **Дрейпер Н., Смит Г.** Прикладной регрессионный анализ. М.: Статистика, 1973. 392 с.
24. **Современное состояние гидродинамики вязкой жидкости / Под ред. С. Гольдштейна Т. 2.** М.: Гос. изд. ин. лит. 1948. 407 с.

*Статья поступила в редакцию 25 июля 2002 г.,
после доработки — 18 мая 2009 г.*