

УДК 534.222.2; 662.612.32

## РАСЧЕТ ПОДЪЕМА ЧАСТИЦ ИЗ КАВЕРНЫ, ИНИЦИИРОВАННОГО ПРОХОЖДЕНИЕМ УДАРНОЙ ВОЛНЫ

И. А. Бедарев, Ю. А. Гостеев, А. В. Федоров

Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича СО РАН,  
630090 Новосибирск  
E-mails: bedarev@itam.nsc.ru, gosteev@itam.nsc.ru, fedorov@itam.nsc.ru

Численно исследована динамика частиц дисперсной фазы в турбулентном течении газа в плоских ударных волнах, скользящих вдоль твердой поверхности с выемкой трапециевидной формы. В приближении разреженной газовой смеси рассчитан подъем частиц со стенок каверны. Показано существенное влияние интенсивности проходящей ударной волны и начального расположения частиц на характеристики их подъема. Установлена немонотонность зависимости высоты подъема частицы от начальной продольной координаты и числа Маха ударной волны, а также возможность образования на дне каверны зон накопления и выноса частиц.

**Ключевые слова:** ударная волна, каверна, турбулентное отрывное течение, разреженная газовая смесь, подъем частиц, математическое моделирование.

**Введение.** Проблеме образования газовой смеси при волновых воздействиях на слой дисперсного материала, покоящегося на твердой поверхности, посвящено большое количество исследований (см. [1–7]). Обзор некоторых работ по данной тематике приведен в [1]. В [2] для описания подъема частиц разреженного пылевого слоя за проходящей ударной волной (УВ) использована модель одиночных частиц, в которой учитываются сила Саффмана и аэродинамическая интерференция частицы и подложки в уравнениях движения частицы. Это позволило (при аналитически заданном поле течения газовой фазы в приближении несжимаемого пограничного слоя) количественно описать начальную стадию подъема частиц размером от 1 до 250 мкм при распространении ударных волн малой и средней интенсивности (число Маха УВ  $M_{SW} = 1,1 \div 2,7$ ). Представляет интерес проведение расчетов без учета ограничительного предположения работы [2] относительно задания закона движения несущей фазы в аналитическом виде и исследование проблемы в рамках режима одиночных частиц, когда поле течения газа рассчитывается на основе  $(k-\omega)$ -модели турбулентности.

**Постановка задачи.** Рассмотрим движение плоской ударной волны вдоль твердой поверхности с выемкой трапециевидной формы. На стенках (и, возможно, в объеме) каверны находятся частицы дисперсного материала. Схема течения и геометрия области течения приведены на рис. 1. В начальный момент времени УВ находится слева от выемки на некотором расстоянии от точки А, затем распространяется по покоящейся среде слева направо и в некоторый момент времени достигает каверны. Возникшее в окрестности выемки течение может привести к отрыву частиц от поверхности и их движению в поле течения газа. Исследуем характеристики данного процесса на основе численных методов математического моделирования.

**Математическая модель. Газовая фаза.** Для описания движения несущей фазы использовались осредненные по Фавру полные уравнения Навье — Стокса, записанные в

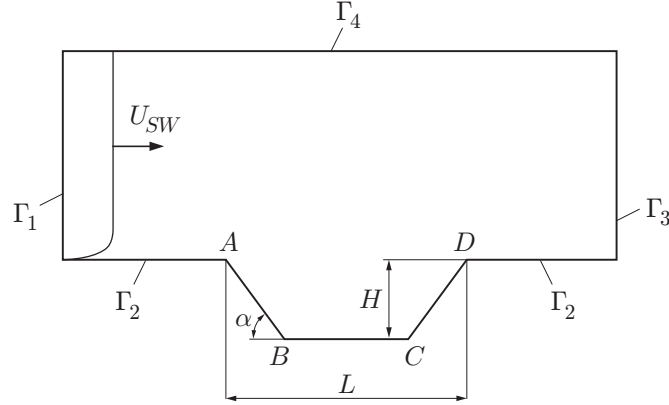


Рис. 1. Схема течения

обобщенной криволинейной системе координат  $\eta = \eta(x, y)$ ,  $\xi = \xi(x, y)$  [8]:

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}}{\partial \xi} + \frac{\partial \tilde{\mathbf{G}}}{\partial \eta} = 0. \quad (1)$$

Здесь  $\mathbf{U}$  — вектор консервативных переменных:

$$\mathbf{U} = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho(E + k) \end{pmatrix};$$

потoki  $\tilde{\mathbf{F}}$  и  $\tilde{\mathbf{G}}$  состоят из невязкой (индекс *inv*) и вязкой (индекс *vis*) частей:

$$\tilde{\mathbf{F}} = \tilde{\mathbf{F}}_{inv} - \tilde{\mathbf{F}}_{vis}, \quad \tilde{\mathbf{G}} = \tilde{\mathbf{G}}_{inv} - \tilde{\mathbf{G}}_{vis};$$

$\rho$  — плотность;  $u, v$  — компоненты скорости в декартовой системе координат;  $E = e + (u^2 + v^2)/2$  и  $e$  — полная и внутренняя энергия;  $k = (\rho + \rho')((u')^2 + (v')^2)/(2\rho)$  — турбулентная кинетическая энергия;  $\rho', u', v'$  — пульсационные составляющие плотности, продольной и поперечной скоростей соответственно.

В криволинейной системе координат невязкие и вязкие потоки могут быть представлены в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{F}}_{inv} &= J(\mathbf{F}_{inv}\xi_x + \mathbf{G}_{inv}\xi_y), & \tilde{\mathbf{G}}_{inv} &= J(\mathbf{F}_{inv}\eta_x + \mathbf{G}_{inv}\eta_y), \\ \tilde{\mathbf{F}}_{vis} &= J(\mathbf{F}_{vis}\xi_x + \mathbf{G}_{vis}\xi_y), & \tilde{\mathbf{G}}_{vis} &= J(\mathbf{F}_{vis}\eta_x + \mathbf{G}_{vis}\eta_y), \end{aligned}$$

где  $J = \xi_x\eta_y - \xi_y\eta_x$  — якобиан преобразования координат. Векторы невязких и вязких потоков записываются в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{inv} &= \begin{pmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ [\rho(E + k) + p]u \end{pmatrix}, & \mathbf{G}_{inv} &= \begin{pmatrix} \rho v \\ \rho uv \\ \rho v^2 + p \\ [\rho(E + k) + p]v \end{pmatrix}, \\ \mathbf{F}_{vis} &= \begin{pmatrix} 0 \\ t_{xx} + \tau_{xx} \\ t_{xy} + \tau_{xy} \\ f_x + \alpha_x \end{pmatrix}, & \mathbf{G}_{vis} &= \begin{pmatrix} 0 \\ t_{xy} + \tau_{xy} \\ t_{yy} + \tau_{yy} \\ f_y + \alpha_y \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь  $t_{xx}, t_{xy}, t_{yy}$  — вязкие напряжения:

$$t_{xx} = \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{2}{3} \frac{\partial v}{\partial y} \right), \quad t_{xy} = \mu \left( \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad t_{yy} = \mu \left( \frac{4}{3} \frac{\partial v}{\partial y} - \frac{2}{3} \frac{\partial u}{\partial x} \right);$$

$p$  — давление;  $\mu = (T/T_e)^{0,76} \mu_e$  — вязкость;  $T$  — температура;  $T_e, \mu_e$  — температура и вязкость в невозмущенном потоке. Рейнольдсовы напряжения  $\tau_{xx}, \tau_{xy}, \tau_{yy}$  и вязкие потоки турбулентной кинетической энергии  $\alpha_x, \alpha_y$  определяются ниже при описании модели турбулентности. Компоненты векторов вязких потоков в уравнении полной энергии имеют вид

$$f_x = q_x + (t_{xx} + \tau_{xx})u + (t_{xy} + \tau_{xy})v, \quad f_y = q_y + (t_{xy} + \tau_{xy})u + (t_{yy} + \tau_{yy})v,$$

где  $q_x, q_y$  — тепловые потоки:

$$q_x = \gamma \left( \frac{\mu}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial e}{\partial x}, \quad q_y = \gamma \left( \frac{\mu}{Pr_l} + \frac{\mu_t}{Pr_t} \right) \frac{\partial e}{\partial y};$$

$Pr_l = 0,723, Pr_t = 0,9$  — ламинарное и турбулентное числа Прандтля;  $\gamma$  — показатель адиабаты.

Турбулентная вязкость рассчитывалась по двухпараметрической ( $k$ - $\omega$ )-модели турбулентности Уилкокса [8]:

$$\mu_t = \alpha^* \rho k / \omega$$

( $\alpha^*$  — константа модели;  $\omega = \varepsilon/k$  — удельная скорость диссипации турбулентной кинетической энергии). Уравнения переноса для  $k$  и  $\omega$  имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho k) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u k) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v k) &= \frac{\partial \alpha_x}{\partial x} + \frac{\partial \alpha_y}{\partial y} + \Pi - \beta^* \rho \omega k, \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u \omega) + \frac{\partial}{\partial y} (\rho v \omega) &= \frac{\partial \beta_x}{\partial x} + \frac{\partial \beta_y}{\partial y} + \frac{\alpha \omega}{k} \Pi - \beta \rho \omega^2. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\alpha_x, \alpha_y, \beta_x, \beta_y$  — вязкие потоки турбулентных параметров:

$$\begin{aligned} \alpha_x &= \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x}, \quad \alpha_y = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial y}, \quad \beta_x = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x}, \quad \beta_y = \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial y}; \\ \Pi &= \mu_t S - \frac{2}{3} \rho k D; \quad S = 2 \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 \right] - \frac{2}{3} D^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2; \quad D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}; \end{aligned}$$

$\alpha, \sigma_k, \sigma_\omega$  — модельные коэффициенты;  $\beta, \beta^*$  — функции турбулентного числа Маха  $M_t = \sqrt{2k/a}$  ( $a = \sqrt{\gamma R T}$  — локальная скорость звука,  $R$  — газовая постоянная):

$$\beta^*(M_t) = \beta_0^* [1 + \xi^* F(M_t)], \quad \beta(M_t) = \beta_0 - \beta_0^* \xi^* F(M_t);$$

$$F(M_t) = [M_t^2 - M_{t0}^2] \varphi(M_t - M_{t0});$$

$\varphi(M)$  — функция Хевисайда. Константы имеют следующие значения:  $\alpha^* = 1, \alpha = 5/9, \sigma_k = 1/2, \sigma_\omega = 1/2, \beta_0 = 3/40, \beta_0^* = 9/100, \xi^* = 3/2, M_{t0} = 1/4$ .

К данной системе уравнений добавлялись начальные и краевые условия. В начальный момент времени распределения параметров газовой фазы соответствовали распределениям для невязкого прямого скачка уплотнения, расположенного вблизи границы  $\Gamma_1$ . На границах области задавались следующие условия: на  $\Gamma_1$  — входные (до- или сверхзвуковой поршень), на  $\Gamma_2$  — условие прилипания для скорости и условие адиабатичности для температуры газа, на  $\Gamma_3$  и  $\Gamma_4$  — “мягкие” условия.

Система дифференциальных уравнений (1)–(3) записывалась в безразмерном виде. В качестве масштабов использовались следующие величины: характерная длина  $x_* = 0,1$  м,

скорость  $u_* = U_{SW}$  ( $U_{SW}$  — скорость распространения УВ), время  $t_* = x_*/u_*$ , плотность  $\rho_* = \rho_0$ , теплоемкость  $c_* = c_{v,0}$ , температура  $T_* = u_*^2/c_*$ , давление и энергия  $p_* = e_* = u_*^2$ . Здесь величины с индексом 0 соответствуют состоянию покоя газовой фазы.

*Дисперсная фаза.* Подъем и динамика частиц дисперсной фазы рассчитывались на основе известной лагранжевой математической модели, используемой в [2, 6] для описания пристенных течений разреженных газозвесей. При этом считается, что частицы отрываются от поверхности только в результате действия силы Саффмана. Уравнения движения и теплообмена  $i$ -й частицы имеют вид

$$\begin{aligned} m_{p,i} \frac{du_{p,i}}{dt} &= f_{x,i}, & m_{p,i} \frac{dv_{p,i}}{dt} &= f_{y,i}, & \frac{dx_{p,i}}{dt} &= u_{p,i}, & \frac{dy_{p,i}}{dt} &= v_{p,i}, \\ c_{2,i} m_{p,i} \frac{dT_{p,i}}{dt} &= S_{p,i} k_i (T_{g,i} - T_{p,i}), \end{aligned} \quad (4)$$

где  $x_{p,i}$ ,  $y_{p,i}$  — координаты;  $u_{p,i}$ ,  $v_{p,i}$  — продольная и вертикальная компоненты скорости;  $T_{p,i}$  — температура;  $c_{2,i}$  — теплоемкость;  $m_{p,i} = \rho_p \pi d_{p,i}^3 / 6$ ,  $d_{p,i}$ ,  $\rho_p$  — масса, диаметр и плотность материала частицы соответственно;  $k_i = \lambda_{g,i} \text{Nu}_i / d_{p,i}$  — коэффициент теплообмена;  $\text{Nu}_i$  — число Нуссельта. Компоненты главного вектора сил, действующих на частицу, имеют вид

$$\begin{aligned} f_{x,i} &= f_{ax,i} = \frac{\pi d_{p,i}^2}{4} c_{D,i} \frac{\rho_{g,i} (u_{g,i} - u_{p,i}) w_{pg,i}}{2}, & f_{y,i} &= f_{g,i} + f_{ay,i} + f_{S,i}, \\ f_{g,i} &= -m_{p,i} g, & f_{ay,i} &= \frac{\pi d_{p,i}^2}{4} c_{D,i} \frac{\rho_{g,i} (v_{g,i} - v_{p,i}) w_{pg,i}}{2}, \\ f_{S,i} &= \frac{d_{p,i}^2}{4} c_S \rho_{g,i} (u_{g,i} - u_{p,i}) \left( \nu_{g,i} \frac{\partial u}{\partial y} (x_{p,i}, y_{p,i}) \right)^{1/2}. \end{aligned}$$

Здесь  $u_{g,i} = u(x_{p,i}, y_{p,i}, t)$ ,  $v_{g,i} = v(x_{p,i}, y_{p,i}, t)$ ,  $\rho_{g,i} = \rho(x_{p,i}, y_{p,i}, t)$ ,  $\nu_{g,i} = \nu(x_{p,i}, y_{p,i}, t)$ ,  $\lambda_{g,i} = \lambda(x_{p,i}, y_{p,i}, t)$  — горизонтальная и вертикальная компоненты скорости, плотность, кинематическая вязкость и теплопроводность газа в точке, где находится частица;  $w_{pg,i} = [(u_{g,i} - u_{p,i})^2 + (v_{g,i} - v_{p,i})^2]^{1/2}$  — скорость частицы относительно потока газа;  $c_{D,i} = 24 / \text{Re}_{p,i} + 4,4 / \text{Re}_{p,i}^{0,5} + 0,42$ ,  $c_S$  — коэффициенты сил сопротивления и Саффмана;  $\text{Re}_{p,i} = w_{pg,i} d_{p,i} / \nu_{g,i}$  — число Рейнольдса частицы. Число Нуссельта  $\text{Nu}_i$  рассчитывается по формуле  $\text{Nu}_i = 2 + 0,42 \sqrt{\text{Re}_{p,i}}$ .

Ниже рассматриваются только слабозапыленные потоки, поэтому влияние частиц на движение несущей фазы не учитывалось. Также отсутствовало взаимодействие частиц со стенками. В случае если частица приближалась к твердой стенке на расстояние, меньшее радиуса, она считалась выпавшей на стенку. Координаты такой частицы фиксировались, скорость принималась равной нулю, и частица исключалась из расчетного алгоритма.

В начальный момент времени частицы покоились:

$$t = 0: \quad x_{p,i} = x_{p,i,0}, \quad y_{p,i} = y_{p,i,0}, \quad u_{p,i} = 0, \quad v_{p,i} = 0. \quad (5)$$

Критерием начала подъема частицы (отрыва от поверхности) считалось появление положительного ускорения в вертикальном направлении:  $dv_{p,i}/dt > 0$ .

**Численный метод.** При численном решении полной системы уравнений (1)–(5) на каждом временном слое сначала рассчитывалось поле течения газа, а затем по неявной схеме интегрировались уравнения движения и теплообмена частиц (4), (5).

Решение уравнений (1)–(3) определялось на основе неявной четырехшаговой конечно-разностной схемы типа универсального алгоритма с использованием расщепления по физическим процессам и пространственным переменным [9]. При построении высокоразрешающей схемы для аппроксимации невязких потоков использовался TVD-подход, основанный

на методе расщепления вектора потоков Ван Лира [10]. Для аппроксимации вязких потоков использована схема с центральными разностями. Детали и верификация численного алгоритма подробно описаны в [11] на примере задачи об обтекании прямой ступеньки сверхзвуковым потоком.

Размеры расчетной области выбирались таким образом, чтобы можно было адекватно разрешить возникающие ударно-волновые структуры течения. Расчетная сетка содержала 150–200 узлов в продольном и 200–400 узлов в поперечном направлении, сгущаясь по направлению к твердой стенке и вблизи геометрических особенностей.

**Обсуждение результатов.** Прежде чем перейти к расчету сформулированной задачи, остановимся на верификации используемого расчетного метода на некоторой тестовой задаче. Рассмотрим задачу о подъеме частицы с пластины, инициированной прохождением ударной волны. Выполнен расчет характеристик подъема мелкой частицы сажи ( $d_p = 30$  мкм,  $\rho_p = 2900$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_s = 160$ ) в поле течения за УВ с числом Маха  $M_{SW} = 1,107$ . Результаты представлены на рис. 2, *a* в сравнении с результатами расчетов по упрощенной модели [2] и экспериментальными данными [5]. Видно, что результаты расчетов удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. Данные на рис. 2, *a* дополняют результаты, представленные на рис. 2, *б*, где показаны распределения продольной скорости газа в некотором сечении  $x = \text{const}$ , расположенном за фронтом прошедшей УВ. Видно, что расчеты предсказывают меньшую по сравнению с автомодельным решением толщину пограничного слоя, но больший градиент продольной скорости внутри пограничного слоя. Это обуславливает примерно равное в обоих случаях суммарное воздействие силы Саффмана на частицу.

*Течение газа в выемке.* Проведены расчеты прохождения над каверной ударной волны с числами Маха  $M_{SW} = 1,5; 2,0; 3,0; 4,0$ . Геометрия выемки изменялась: при постоянных угле скоса  $\alpha = 45^\circ$  и глубине  $H = 0,01$  м длина каверны  $L = 0,025; 0,050; 0,075$  м, т. е.  $L/H = 2,5; 5,0; 7,5$  соответственно.

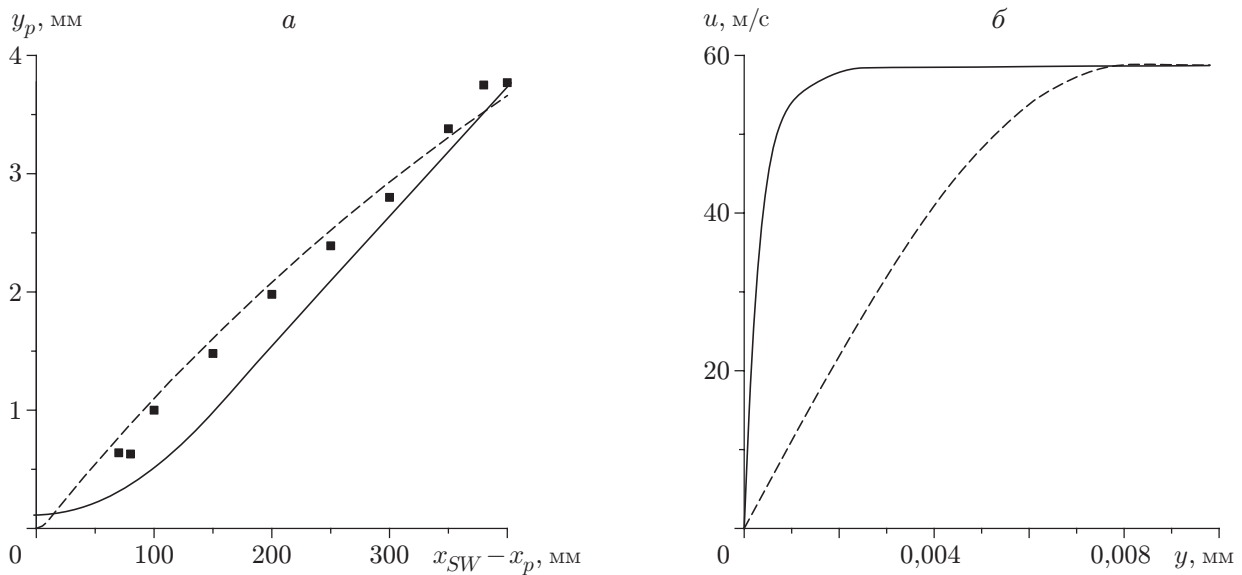


Рис. 2. Параметры течения за скользящей вдоль твердой стенки УВ ( $M_{SW} = 1,107$ ): *a* — зависимость высоты подъема частицы сажи ( $d_p = 30$  мкм) от ее положения относительно фронта УВ (сплошная линия — результаты расчетов при  $c_s = 160$ , штриховая — результаты расчетов [2], точки — экспериментальные данные [5]); *б* — профиль продольной скорости газа на пластине (сплошная линия — результаты расчетов, штриховая — автомодельное решение)

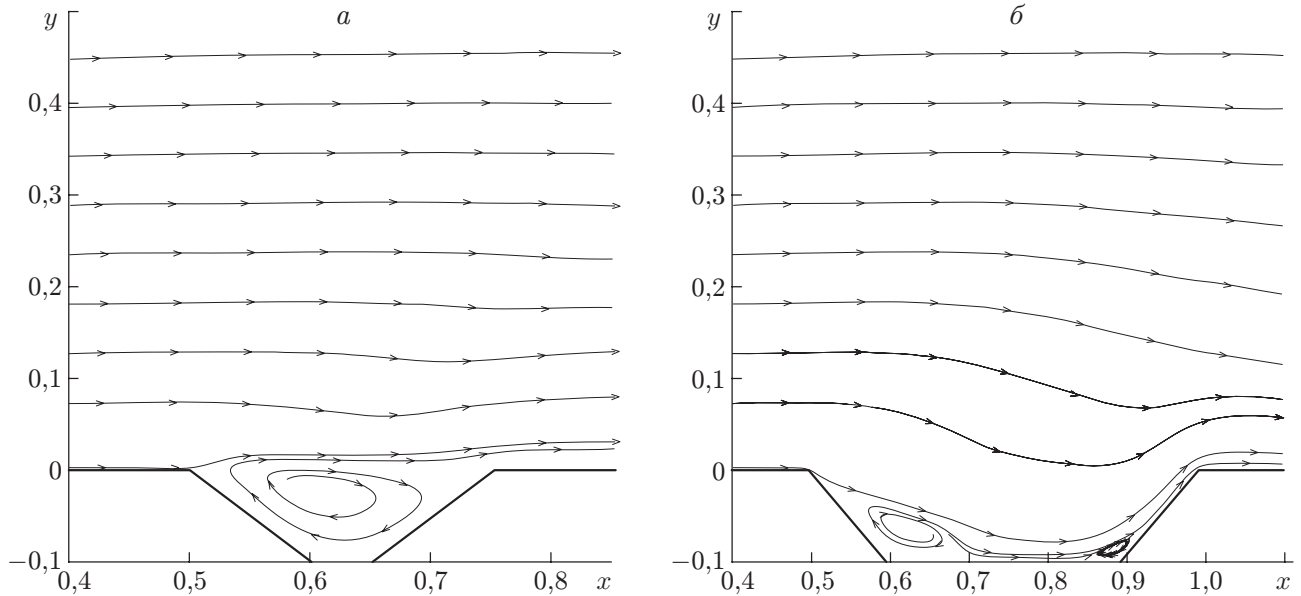


Рис. 3. Мгновенные линии тока при  $\bar{t} = 1,131$ ,  $M_{SW} = 3$ :  
 а —  $L/H = 2,5$ ; б —  $L/H = 5$

Сначала рассмотрим нестационарную газодинамическую картину течения, которая оказывает существенное влияние на подъем и динамику частиц. В зависимости от интенсивности УВ течение за фронтом волны (в неподвижной системе координат) либо дозвуковое ( $\tilde{M} \approx 0,6$  при  $M_{SW} = 1,5$  и  $\tilde{M} \approx 0,95$  при  $M_{SW} = 2$ , где  $\tilde{M}$  — число Маха потока за фронтом УВ), либо сверхзвуковое ( $\tilde{M} \approx 1,35$  при  $M_{SW} = 3$  и  $\tilde{M} \approx 1,54$  при  $M_{SW} = 4$ ). В соответствии с этим, как известно, картины обтекания выемки, имеющей постоянную геометрию, различны [12]. При прохождении УВ через каверну ее фронт, попадая на первую наклонную грань  $AB$ , изгибается в нижней части, так как происходит искривление линий тока вдоль поверхности. Далее УВ перемещается на нижнюю стенку каверны. В угловой точке  $A$  в течении возникает волна разрежения Прандтля — Майера, которая взаимодействует с УВ. Затем УВ встречается со второй наклонной гранью, и вблизи угла сжатия  $C$  формируется присоединенный скачок уплотнения.

На рис. 3 приведены линии тока при  $\bar{t} = 1,131$ ,  $M_{SW} = 3$  (черта используется для обозначения безразмерных величин). Видно, что структура течения в каверне зависит от величины  $L/H$ , что соответствует экспериментальным данным [12]. В случае  $L/H = 2,5$  в выемке реализуется течение открытого типа с одним вихрем во всей области (рис. 3,а). При  $L/H = 5$  реализуется течение закрытого типа. При этом в углах сжатия  $B$  и  $C$  образуются две отдельные вихреобразные структуры, а на нижней поверхности каверны происходит присоединение потока (рис. 3,б). С ростом удлинения выемки разделяющая линия тока глубже входит в объем каверны, и в эту область проникает большая масса газа; качественно картина линий тока не меняется.

*Подъем и динамика частиц.* Из анализа математической модели следует, что к определяющим параметрам данной задачи относятся также начальные координаты частицы и интенсивность УВ.

Исследовалось влияние на характеристики подъема частицы ее начального положения. С этой целью в нижние и верхние угловые точки  $A, B, C, D$  и точки, лежащие на серединах боковых стенок и дна каверны, помещались частицы оргстекла ( $d_{p,0} = 225$  мкм,  $\rho_{22}^0 = 1200$  кг/м<sup>3</sup>,  $c_{v,2} = 80$  Дж/(кг·К)): в точке  $A$  — 1-я и 2-я частицы, в середине левой

границы — 3-я и 4-я, в точке  $B$  — 5-я и 6-я, в середине дна — 7-я и 8-я, в точке  $C$  — 9-я и 10-я, в середине правой границы — 11-я и 12-я, в точке  $D$  — 13-я и 14-я частицы. Для частиц с нечетными номерами (1, 3, ..., 13) использовалось значение коэффициента силы Саффмана  $c_S = 160$ , полученное авторами в работе [2], для частиц с четными номерами (2, 4, ..., 14) принималось значение  $c_S = 32,2$  [5]. Отметим, что подъем частиц такого размера с плоской пластины под действием силы Саффмана затруднен, и полученные в эксперименте характеристики подъема объяснялись в [2] действием на частицу силы аэродинамической интерференции.

На рис. 4, *a, б* представлены в безразмерном виде зависимости вертикальной координаты частиц от времени при прохождении над каверной длиной  $L/H = 5$  ударной волны с  $M_{SW} = 2$  ( $u_* = 695$  м/с,  $t_* = 1,439 \cdot 10^{-4}$  с). Очевидно, что частицы, на которые воздействует сила Саффмана большей интенсивности, поднимаются быстрее, наибольший подъем за время  $\bar{t} \approx 2,6$  наблюдается у 1, 7, 11, 13 и 14-й частиц. В начальный момент времени указанные частицы находились в углах расширения (1, 13 и 14-я), на правой стенке (11-я) и на дне каверны (7-я). Для частиц, расположенных на левой боковой грани выемки (3-я и 4-я), заметного подъема не наблюдается, они увлекаются к дну каверны потоком газа (кривые 3 и 4 на рис. 4, *a*). Частицы, расположенные на правой боковой грани, вблизи которой поток направлен от дна каверны, выносятся газом вдоль поверхности вверх, поэтому подъем 11-й и 12-й частиц достаточно четко выражен (кривые 11 и 12 на рис. 4, *a*). Частицы, расположенные в углах сжатия  $B$  и  $C$ , оказываются в неблагоприятных для отрыва от поверхности условиях газодинамического течения. Особенно сильно это проявляется в левом угле сжатия (кривые 5 и 6 на рис. 4, *б*), где частицы после незначительного подъема выпадают на стенку. Отметим, что на стенку выпадает также 8-я частица.

Рассмотрим более подробно картину подъема частиц со дна каверны. С этой целью велось наблюдение за траекториями дополнительных частиц (при  $c_S = 160$ ), размещенных на дне между 5, 7 и 9-й частицами (рис. 4, *в*). Из рис. 4, *в* следует, что на нижней стенке выемки ( $\bar{x}_B = 0,6 \leq \bar{x} \leq \bar{x}_C = 0,9$ ) можно выделить два характерных участка:  $I_- = [\bar{x}_B, \bar{x}_-]$  и  $I_+ = (\bar{x}_-, \bar{x}_C]$ . Частицы, покоящиеся на участке  $I_-$ , после отрыва со стенки и некоторого подъема (максимально примерно на пять диаметров) завершают свое движение (против направления внешнего потока), выпадая на дно каверны на том же отрезке (в пренебрежении весьма малым горизонтальным переносом частицы из угла  $B$  на левую грань каверны). Таким образом, участок  $I_-$  можно трактовать как “притягивающее множество” для траекторий, начинающихся на нем. При этом область возможных конечных движений частиц ограничена сверху огибающей (кривая 1 на рис. 4, *в*), проведенной через вершины наблюдаемых траекторий, справа — вертикальной линией  $\bar{x} = \bar{x}_-$ . Здесь точка  $\bar{x}_-$  определяется как начало единственной траектории, входящей в угловую точку  $B$ . В данном случае эта траектория будет расположена выше всех возможных с началом на участке  $I_-$ .

Для частиц, покоящихся на участке  $I_+$ , возможен как отрыв с небольшим “перелетом” против направления внешнего течения (высота подъема таких частиц ограничена огибающей кривой 2 на рис. 4, *в*) и “приземлением” либо на стенке (кривые 3, 3' и 3''), либо на левой грани (кривые 4 и 4'), так и отрыв с выносом в центральную область каверны (кривая 5). Поэтому на участке  $I_+$  естественно ввести еще две точки  $\bar{x}_{+,1}$  и  $\bar{x}_{+,2}$ , разграничивающие интервалы с указанными типами поведения траекторий частиц, начинающихся на этом участке.

Следует отметить, что частицы дисперсной фазы, располагавшиеся на дне выемки вблизи углов сжатия  $B$  и  $C$ , подвержены сальтации, в результате которой возможно передвижение частиц по нижней стенке. Это обусловлено тем обстоятельством, что после выпадения на дно частица может вновь подниматься и выпадать на стенки. Таким об-

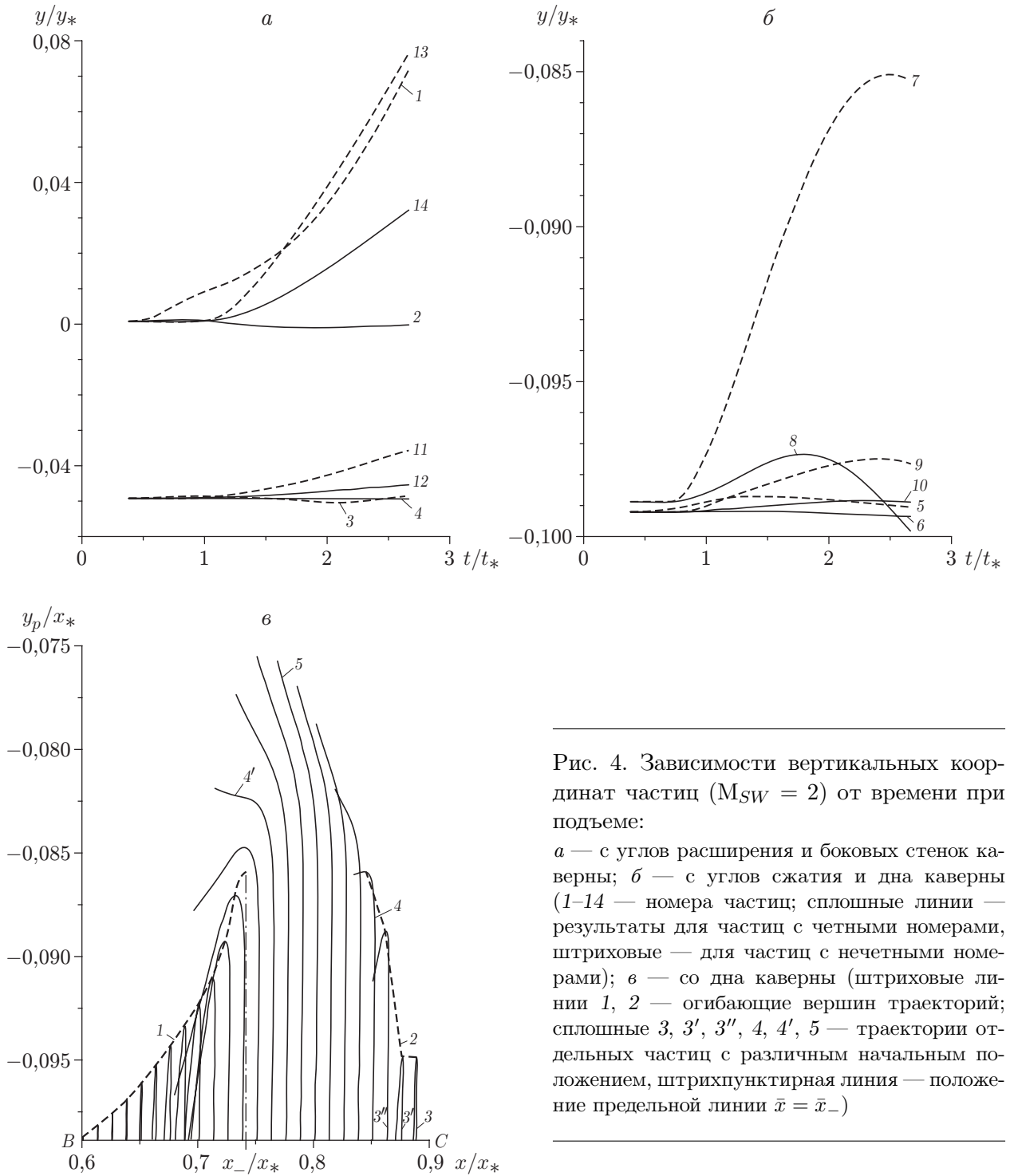


Рис. 4. Зависимости вертикальных координат частиц ( $M_{SW} = 2$ ) от времени при подъеме:

*a* — с углов расширения и боковых стенок каверны; *б* — с углов сжатия и дна каверны (1–14 — номера частиц; сплошные линии — результаты для частиц с четными номерами, штриховые — для частиц с нечетными номерами); *в* — со дна каверны (штриховые линии 1, 2 — огибающие вершин траекторий; сплошные 3, 3', 3'', 4, 4', 5 — траектории отдельных частиц с различным начальным положением, штрихпунктирная линия — положение предельной линии  $\bar{x} = \bar{x}_-$ )



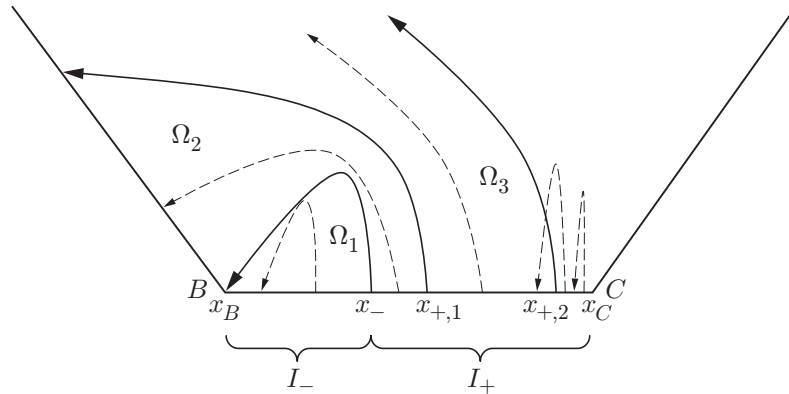


Рис. 5. Схема подъема и переноса крупных частиц со дна каверны: сплошные линии — предельные траектории, разграничивающие характерные области  $\Omega_1$ ,  $\Omega_2$  и  $\Omega_3$ , штриховые — типичные траектории отдельных частиц

Таблица 1

Зависимость времени отрыва  $\bar{t}_{lif,i}$  от номера частицы  $i$  при  $M_{SW} = 2$

$i$	$\bar{t}_{lif,i}$	$\Delta\bar{t}_{lif,i}$	$i$	$\bar{t}_{lif,i}$	$\Delta\bar{t}_{lif,i}$
1	0,383	0	8	0,661	0,278
2	0,383	0	9	0,800	0,417
3	0,419	0,036	10	0,815	0,432
4	0,433	0,050	11	0,847	0,464
5	0,495	0,112	12	0,863	0,480
6	0,516	0,133	13	0,891	0,508
7	0,646	0,263	14	0,903	0,520

Таблица 2

Расчетные и оценочные значения времени задержки отрыва  $\Delta\bar{t}_{lif,i}$  при  $M_{SW} = 2$

$i$	$\Delta\bar{t}_{lif,i}$		$\delta, \%$
	Расчет	Оценка	
3	0,036	0,05	28
5	0,112	0,10	11
7	0,263	0,25	5
9	0,417	0,40	4
11	0,464	0,45	3
13	0,508	0,50	1,6

разом, возможен эстафетный механизм переноса частиц из окрестности угла сжатия  $C$  к центральной части дна с возможным последующим подъемом во внешний поток или выпадением на боковую стенку, а также накопление частиц в окрестности угла сжатия  $B$ .

С учетом полученных результатов можно предложить качественную схему подъема крупных частиц со дна каверны (рис. 5). На схеме отмечены характерные области  $\Omega_i$  (разграниченные сплошными линиями — предельными траекториями) с различными типами движения частиц: в области  $\Omega_1$  все траектории заканчиваются на участке  $I_-$ , в области  $\Omega_2$  — на левой стенке  $AB$ , а в незамкнутой области  $\Omega_3$  частицы выносятся во внешний поток. Непредельные траектории частиц внутри указанных областей показаны штриховыми линиями. Более детальную информацию о подъеме с нижней стенки выемки можно получить после проведения расчетов с большим количеством частиц разных размеров и при больших значениях  $t$ .

В табл. 1 приведены данные о времени отрыва  $\bar{t}_{lif,i}$  частиц от поверхности и времени задержки отрыва  $i$ -й частицы по сравнению с 1-й частицей:  $\Delta\bar{t}_{lif,i} = \bar{t}_{lif,i} - \bar{t}_{lif,1}$ . Видно, что для четных и нечетных значений  $i$  зависимость  $\bar{t}_{lif,i}$  от номера частицы является монотонно возрастающей, что соответствует направлению распространения ударной волны в каверне. В данном случае фронт УВ пересекает 1-ю и 2-ю частицы в момент времени  $\bar{t}_{SW,1} = 0,381$ , т. е. время задержки подъема этих частиц весьма мало и составляет  $\bar{t}_{lif,i} - \bar{t}_{SW,1} = 0,002$ .

Попытаемся обосновать полученные данные о величине  $\Delta\bar{t}_{lif,i}$  для частиц с нечетными номерами (при  $c_s = 160$ ), учитывая, что безразмерная скорость УВ равна единице.

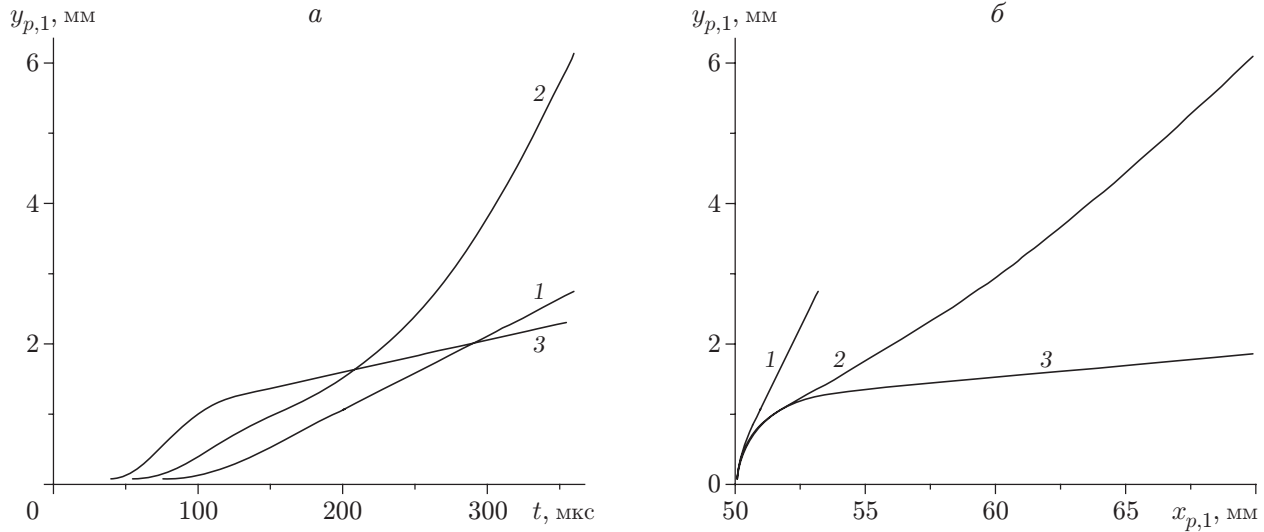


Рис. 6. Зависимость высоты подъема от времени (а) и траектории (б) 1-й частицы при различной интенсивности проходящей УВ:  
1 —  $M_{SW} = 1,5$ ; 2 —  $M_{SW} = 2$ ; 3 —  $M_{SW} = 3$

Расстояние между 1-й и 3-й частицами в продольном направлении составляет 0,05. Следовательно, для 3-й частицы (без учета задержки подъема) время задержки отрыва по сравнению с 1-й частицей будет равно  $\Delta \bar{t}_{lif,3} \approx 0,05/1 = 0,05$ , что превышает расчетное значение на величину  $\delta = 28\%$ . Для следующих частиц такая оценка становится тем точнее, чем дальше расположена частица (табл. 2). Таким образом, для частиц с повышенной мобильностью в пограничном слое (большим значением коэффициента силы Саффмана), удаленных от левого угла расширения и левой грани неглубокой каверны, время задержки подъема соседних частиц определяется временем прихода УВ к частице, так же как в случае подъема с плоской поверхности. Разная скорость подъема данных частиц вызвана различиями параметров течения несущей фазы в соответствующих областях каверны.

Выясним влияние числа Маха УВ на характеристики подъема. Отметим, что зависимость высоты подъема частицы в определенный момент времени от числа Маха УВ имеет монотонный характер, за исключением случая подъема частиц, расположенных в окрестности угла А.

На рис. 6 представлены данные, характеризующие подъем 1-й частицы, при различной интенсивности УВ. Видно, что в случае УВ большей интенсивности подъем частицы начинается раньше, так как более сильная волна быстрее достигает частицы (кривая 3 на рис. 6,а). До момента времени  $t \approx 100$  мкс кривые 1–3 на рис. 6,а, описывающие зависимость вертикальной координаты частицы от времени, аналогичны. В более интенсивной волне ( $M_{SW} = 3$ ) частица приобретает большую вертикальную скорость  $v_{p,1}$ . При  $t > 100$  мкс ее значение в случае  $M_{SW} = 3$  уменьшается. В результате высота подъема за время, равное 360 мкс, становится меньше, чем при  $M_{SW} = 1,5$ . Подобное поведение частицы в потоке за УВ с  $M_{SW} = 3$  можно, видимо, объяснить более сильным по сравнению с другими случаями увлечением частицы потоком в горизонтальном направлении. Следует отметить также, что при  $t < 100$  мкс ( $x_{p,1} < 60$  мм) траектория частицы при  $M_{SW} = 3$  практически совпадает с траекторией при  $M_{SW} = 2$  (кривые 2, 3 на рис. 6,а).

**Закключение.** Исследованы характеристики течения, возникающего после прохождения через неглубокую каверну плоской ударной волны. Отрывной характер течения в выемке (толстые сдвиговые слои) способствует подъему со стенок достаточно крупных частиц, что в случае плоской пластины затруднено.

На подъем частиц со стенок каверны существенное влияние оказывают их начальное расположение и интенсивность ударной волны. Наибольший подъем претерпевают частицы, расположенные в окрестностях углов расширения, на дне каверны и на правой грани. Зависимости высоты подъема частицы в определенный момент от начальной продольной координаты и числа Маха УВ немонотонны.

Возможно перераспределение частиц по дну каверны в направлении, противоположном внешнему потоку, вследствие влияния механизма сальтации. На нижней стенке существует две качественно различных зоны: в первой происходит перенос частиц к центральной части выемки с последующим их подъемом и выносом, во второй — устойчивое накопление частиц вблизи левого угла сжатия.

Для частиц, удаленных от угла расширения, время задержки подъема (по сравнению с соседней частицей) определяется временем прихода ударной волны на частицу аналогично случаю подъема с плоской поверхности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. **Федоров А. В.** Смесеобразование при распространении волновых процессов в газозвесах (обзор) // Физика горения и взрыва. 2004. Т. 40, № 1. С. 21–37.
2. **Гостеев Ю. А., Федоров А. В.** К расчету подъема пыли проходящей ударной волной // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 3. С. 80–84.
3. **Wang B. Y., Wu Q. S., Wang C., et al.** Shock wave diffraction by a square cavity filled with dusty gas // Shock Waves. 2001. V. 11. P. 7–14.
4. **Аманбаев Т. Р.** Подъем дисперсных частиц из выемки за фронтом нестационарной ударной волны с треугольным профилем скорости // ПМТФ. 2003. Т. 44, № 5. С. 39–45.
5. **Merzkirch W., Bracht K.** The erosion of dust by a shock wave in air: Initial stages with laminar flow // Intern. J. Multiphase Flow. 1978. V. 4. P. 89–95.
6. **Волков В. Ф., Федоров А. В., Фомин В. М.** Проблема взаимодействия сверхзвукового потока с облаком частиц // ПМТФ. 1994. Т. 35, № 6. С. 26–31.
7. **Гостеев Ю. А., Федоров А. В.** Математическое моделирование подъема и воспламенения частиц угольных отложений // Физика горения и взрыва. 2003. Т. 39, № 2. С. 67–74.
8. **Wilcox D. C.** Turbulence modelling for CFD. La Canada (California): DCW Industr. Inc., 1993.
9. **Ковеня В. М.** Метод расщепления в задачах газовой динамики / В. М. Ковеня, Н. Н. Яненко. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1981.
10. **Van Leer B.** Flux-vector splitting for the Euler equations // Lecture Notes Phys. 1985. V. 218. P. 566–570.
11. **Бедарев И. А., Федорова Н. Н.** Исследование факторов, влияющих на качество предсказания турбулентных отрывных течений // Вычисл. технологии. 1999. Т. 4, № 1. С. 14–33.
12. **Чжэн П.** Отрывные течения. М.: Мир, 1973. Т. 2.

*Поступила в редакцию 26/II 2006 г.,  
в окончательном варианте — 30/III 2006 г.*