УДК 534.18
DOI: 10.15372/PMTF202215182

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛНЫ ДАВЛЕНИЯ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ СО СФЕРИЧЕСКИМ ПУЗЫРЬКОВЫМ КЛАСТЕРОМ

М. Н. Галимзянов*,**, И. К. Гималтдинов**, Е. Ю. Кочанова**

* Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского федерального исследовательского центра РАН, Уфа, Россия
** Уфимский государственный нефтяной технический университет, Уфа, Россия
E-mails: monk@anrb.ru, iljas_g@mail.ru, moto8728@mail.ru

Численно исследовано взаимодействие волны давления типа ступеньки со сферическим газожидкостным кластером в цилиндрическом канале, заполненном жидкостью. Показано, что кластер генерирует уединенную волну давления большой амплитуды. Изучено влияние пузырькового кластера на динамику многократного отражения волны давления от границ цилиндрического канала. Показано, что результаты численных расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

Ключевые слова: волна давления, сферический газожидкостный кластер, цилиндрический канал, фокусировка, аксиальная симметрия

Введение. Особенности распространения волн в пузырьковой жидкости обусловлены совокупным взаимодействием нелинейных, дисперсионных и диссипативных эффектов. В жидкости с пузырьками свойства практически несжимаемой жидкости, являющейся несущей фазой, существенно меняются при добавлении небольшого по объему (а тем более по массе) количества газа (пузырьков), являющегося дисперсной фазой. Особенность пузырьковых жидкостей обусловлена их высокой статической сжимаемостью при сохранении большой плотности, близкой к плотности жидкости, вследствие чего равновесная скорость звука становится малой. Для пузырьковой жидкости в динамических процессах характерна также инерционность при изменении объема смеси за счет сжатия или расширения пузырьков [1]. В настоящее время одномерные волны в пузырьковой жидкости хорошо изучены [1–3], активно исследуются двумерные волны. Одной из наиболее интересных задач волновой динамики пузырьковой жидкости, в которой отчетливо проявляются многомерные эффекты, является взаимодействие ударной волны (УВ) с пузырьковым кластером в жидкости. В работе [4] рассмотрена конечная стадия взрывного разрушения сферического объема жидкости начиная с некоторого промежутка времени, а также показано, что за волной разрежения возникает зона пузырьковой кавитации.

Интерес к данной задаче обусловлен, в частности, созданием гидроакустических аналогов лазерных систем, которые сначала могут поглощать внешнее воздействие, а затем

Работа выполнена в рамках государственного задания Министерства образования и науки РФ в сфере научной деятельности “Решение актуальных задач и исследование процессов в нефтехимических производствах, сопровождающихся течениями многофазных сред” (№ FEUR-2020-0004).

переизлучать эту энергию с существенным увеличением амплитуды и возможной концентрацией энергии в заданном направлении [5, 6]. Отметим работы, посвященные исследованию фокусировки энергии волн пузырьковыми кластерами, расположенными в жидкости. Взаимодействие плоской УВ со сферическим пузырьковым кластером в жидкости экспериментально изучалось в работе [7]. Показано, что взаимодействие плоской УВ со сферическим пузырьковым кластером в жидкости приводит к генерации уединенной волны давления, амплитуда которой значительно превышает амплитуду УВ. Установлено, что структура уединенной волны давления определяется не только параметрами кластера и амплитудой УВ, но и отношением диаметров кластера и рабочего участка. В работе [8] экспериментально исследованы эволюция и структура УВ с умеренной амплитудой в жидкости, содержащей сферические пузырьковые кластеры, получены данные о скорости и структуре УВ умеренной амплитуды и проведено сравнение с результатами, полученными по теоретическим моделям. Показано, что в случае волн малой амплитуды уравнение Буссинеска достаточно точно описывает структуру переднего фронта осциллирующей УВ. Также показано, что резонансное взаимодействие пузырьковых кластеров в волне может приводить к увеличению амплитуды осцилляций в УВ. В [9] численно исследованы структура и динамика волнового поля, излучаемого пузырьковой системой в виде аксиального пузырькового цилиндра (шнура), при его возбуждении плоской УВ, распространяющейся вдоль оси в осесимметричной ударной трубе. Показано, что в результате последовательного возбуждения пульсаций пузырьковой зоны в шнуре и в окружающей жидкости формируется квазистационарная УВ. В работе [10] изучена динамика распространения импульсных сигналов в жидкости, содержащей пузырьковую завесу конечных размеров. Показано, что в зависимости от времени действия первоначального импульса внутри завесы амплитуда волны давления может увеличиваться до значений, превышающих амплитуду исходного сигнала. В [5] в рамках модели Иорданского — Когарко — Вингардена выполнены численные исследования “накачки” сферического пузырькового кластера и формирования в нем башнеобразного импульса давления. Показано, что путем изменения объемной концентрации газовой фазы можно регулировать координату области фокусировки волны. При этом амплитуда волны, излученной кластером в жидкость, может на один-два порядка превышать амплитуду волны, возбуждающей кластер. Расчет поля давления в канале, содержащем несколько пузырьковых кластеров, проведен в [11]. Показано, что если радиус кластера меньше половины радиуса трубы, то увеличение амплитуды волны давления происходит вследствие фокусировки волны внутри кластера, а если больше, то увеличение амплитуды обусловлено многократным отражением волны от границ кластера и расчетной области, в которой поддерживается граничное давление.

Целью настоящей работы является численное исследование динамики волн давления в цилиндрическом канале, содержащем пузырьковый кластер, для условий экспериментов, описанных в [7]. Также исследуется динамика волны в канале с пузырьковым кластером при многократном отражении от границы, на которой поддерживается граничное давление, и от торца канала.

Постановка задачи и основные уравнения. Рассмотрим двумерные осесимметричные волновые возмущения в канале длиной L_z и радиусом R_c, заполненном водой и содержащем водовоздушный пузырьковый кластер радиусом R_{cl}. Центр кластера находится на оси канала на расстоянии Z_{cl} от границы $z = 0$. Волновое движение в канале инициируется мгновенным повышением давления на границе $z = 0$ от равновесного p_0 до некоторого амплитудного значения Δp_{l0} и поддерживается в течение всего времени расчета. Требуется определить динамику волнового процесса в канале при $t > 0$.

Принимая общие допущения для пузырьковых жидкостей, волновое движение будем описывать с помощью системы макроскопических уравнений для масс, числа пузырьков, импульсов и давления в пузырьках в приближении цилиндрической симметрии [1]:

$$\begin{gathered}
\frac{d\rho_i}{dt} + \rho_i \frac{v_r}{r} + \rho_i \Big(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\Big) = 0, \qquad i = l, g,\\
\frac{dn}{dt} + n\frac{v_r}{r} + n\Big(\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{\partial v_z}{\partial z}\Big) = 0,\\
\rho_l^0 \frac{dv_r}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial r} = 0, \qquad \rho_l^0 \frac{dv_z}{dt} + \frac{\partial p_l}{\partial z} = 0,\\
\frac{dp_g}{dt} = -\frac{3\gamma p_g}{a} w - \frac{3(\gamma - 1)}{a} q, \qquad w = \frac{da}{dt},
\end{gathered} \tag{1}$$

где $d/dt = \partial/\partial t + v_r\, \partial/\partial r + v_z\, \partial/\partial z$; $\alpha_l + \alpha_g = 1$; $\alpha_g = (4/3)\pi n a^3$; $\rho_i = \rho_i^0 \alpha_i$; $\rho = \rho_g + \rho_l$; a — радиус пузырьков; γ — показатель адиабаты для газа; p_i, ρ_i^0, α_i — давления, истинные плотности и объемные концентрации фаз; q — интенсивность теплообмена; n — число пузырьков в единице объема; w — радиальная скорость пузырьков; v_r, v_z — радиальная и осевая составляющие скорости; нижние индексы $i = l, g$ соответствуют жидкой и газовой фазам.

При описании радиального движения будем полагать, что $w = w_A + w_R$, где w_R определяется из уравнения Рэлея — Ламба, w_A — из решения задачи о разгрузке на сфере радиусом a в несущей жидкости в акустическом приближении

$$a \frac{dw_R}{dt} + \frac{3}{2} w_R^2 + 4\nu_l \frac{w_R}{a_j} = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0}, \qquad w_A = \frac{p_g - p_l}{\rho_l^0 C_l \alpha_g^{1/3}}$$

(ν_l — вязкость жидкости; C_l — скорость звука в “чистой” жидкости).

Будем полагать, что жидкость является акустически сжимаемой, а газ — калорически совершенным:

$$p_l = p_0 + C_l^2(\rho_l^0 - \rho_{l0}^0), \qquad p_g = \rho_g^0 B T_g$$

(B — газовая постоянная; нижний индекс “0” соответствует начальному невозмущенному состоянию).

Тепловой поток q_g задается приближенным конечным соотношением [1]

$$q_g = \mathrm{Nu}_g \lambda_g \frac{T_g - T_0}{2a},$$

где

$$\frac{T_g}{T_0} = \frac{p_g}{p_0}\Big(\frac{a}{a_0}\Big)^3, \qquad \mathrm{Nu}_g = \begin{cases} \sqrt{\mathrm{Pe}_g}\,, & \mathrm{Pe}_g \geqslant 100,\\ 10, & \mathrm{Pe}_g < 100, \end{cases}$$

$$\mathrm{Pe}_g = 12(\gamma_g - 1) \frac{T_0}{|T_g - T_0|} \frac{a|w|}{k_g}, \qquad k_g = \frac{\lambda_g}{c_g \rho_g},$$

$T_0 = \mathrm{const}$ — температура жидкости; Nu, Pe — числа Нуссельта и Пекле; k_g — температуропроводность газа; c_g, λ_g — теплоемкость и теплопроводность газа.

Для получения численного решения система уравнений (1) записывается в лагранжевых переменных. Алгоритм решения приведен в работе [9].

Результаты расчетов. Расчеты проводились с использованием экспериментальных данных [7], полученных на установке типа ударной трубы. Положение пузырькового кластера и его геометрические размеры показаны на рис. 1.

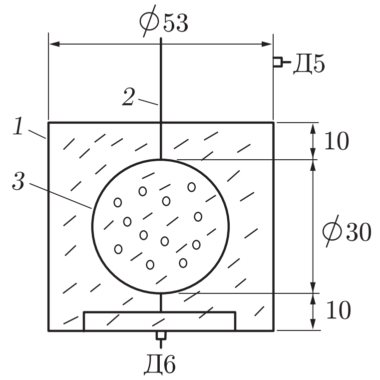


Рис. 1. Схема расположения пузырькового кластера в ударной трубе:
1 — рабочий участок, *2* — стальная проволока, *3* — газожидкостный кластер; Д5, Д6 — датчики давления

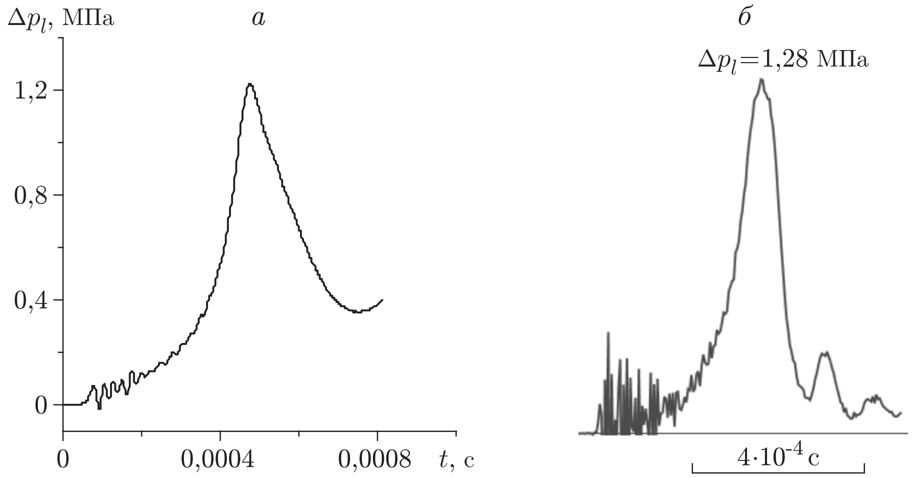


Рис. 2. Расчетный (*а*) и экспериментальный, полученный с помощью датчика Д6 (*б*) профили волны давления в жидкости при $L_z = 0{,}05$ м, $R_c = 0{,}0265$ м, $R_{cl} = 0{,}015$ м

Волны давления ступенчатой формы образовывались в воздухе при разрыве диафрагмы, разделяющей камеру высокого давления и рабочий участок, и далее распространялись в жидкость. Профили волн давления регистрировались пьезоэлектрическими датчиками давления, расположенными на боковой поверхности (Д1–Д5) и на дне рабочего участка (Д6). Сигналы с датчиков подавались на аналого-цифровой преобразователь и обрабатывались на компьютере.

На рис. 2 приведены профили волны давления в жидкости Δp_l. В расчетах волна типа ступеньки с амплитудой $\Delta p_{l0} = 0{,}3$ МПа ($p_l = p_0 + p_{l0}$ при $z = 0$) создавалась путем задания граничного давления. Для жидкости (воды) были приняты параметры $\rho_l^0 = 1000$ кг/м^3, $v_l = 10^{-6}$ м^2/с, $C_l = 1500$ м/с, $T_0 = 293$ К, для газа (воздуха) — $\alpha_{g0} = 0{,}128$, $a_0 = 0{,}248$ мм, $\rho_g^0 = 1{,}29$ кг/м^3, $\lambda_g = 2{,}59{\cdot}10^{-2}$ Вт/(м·К), $c_g = 1{,}003$ кДж/(кг·К), $\gamma = 1{,}4$. Из рис. 2 следует, что расчетные и экспериментальные данные удовлетворительно согласуются. Видно, что газожидкостный кластер, сжимаясь под действием входящей в жидкость волны давления ступенчатой формы, формирует солитоноподобный профиль давления в жидкости. Амплитуда волны давления в жидкости значительно превышает амплитуду граничной волны. Формирование уединенного профиля обусловлено поглощением кластером преломленной УВ и последующим ее переизлучением [5, 6]. Высокочастотные осцилляции на переднем фронте волны вызваны прохождением по жидкости высокочастотных пульсаций УВ и их отражением от дна и свободной поверхности жидкости, а также колебаниями пузырьков в кластере. Заметим, что низкочастотные колебания, которые наблюдаются в расчетах и эксперименте, являются, очевидно, колебаниями кластера как целого. При этом частоту колебаний кластера можно определить по формуле [12]

$$\omega_{cl} = \frac{1}{R_{cl}} \sqrt{\frac{3p_{l0}}{\rho_{l0}^0(1 + 0{,}2(1 - \alpha_{g0}))\alpha_{g0}}}\,.$$

Исследуем взаимодействие УВ ступенчатой формы со сферическим газожидкостным кластером вблизи поверхности жидкости и формирование бегущей по жидкости уединенной волны давления. Верхний край кластера находился на расстоянии 10 мм от поверхности жидкости, уровень жидкости в рабочем участке составлял 0,5 м.

На рис. 3 представлены осциллограммы давления, показывающие влияние пузырькового кластера на эволюцию сигналов, переотраженных от границ $z = 0$ и $z = L_z$. Значения

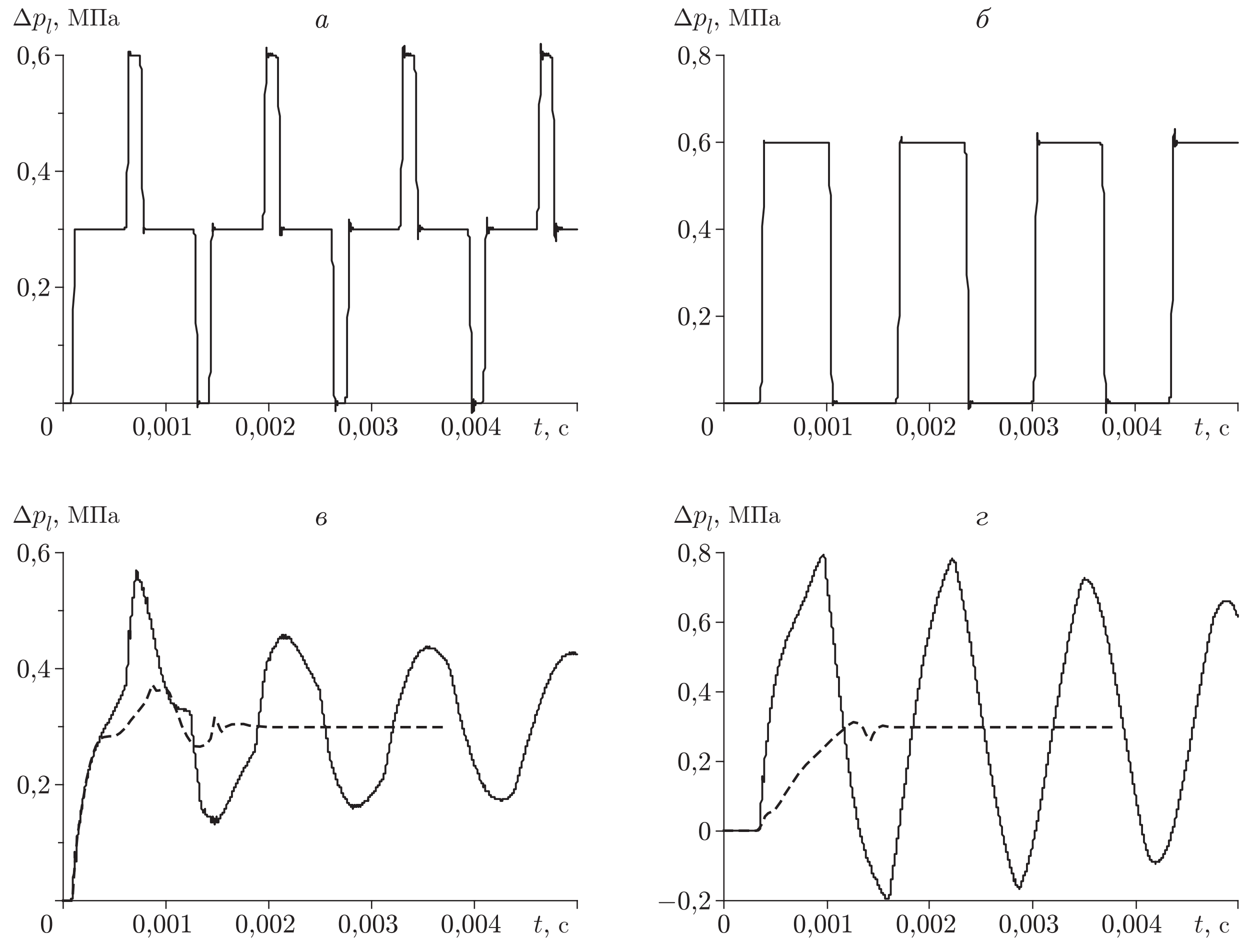


Рис. 3. Профили волн давления в жидкости за пузырьковым кластером, построенные по показаниям датчиков Д1 (*а, в*) и Д2 (*б, г*), расположенных на расстояниях 0,105; 0,495 от границы $z = 0$ соответственно, при $L_z = 0{,}5$ м, $R_c = 0{,}0265$ м, $R_{cl} = 0{,}015$ м, $\alpha_{g0} = 0{,}12$, $a_0 = 1{,}0$ мм, $\Delta p_{l0} = 0{,}3$ МПа:
а, б — расчет, *в, г* — эксперимент; штриховая линия — расчет в случае условий неотражения на границе $z = L_z$

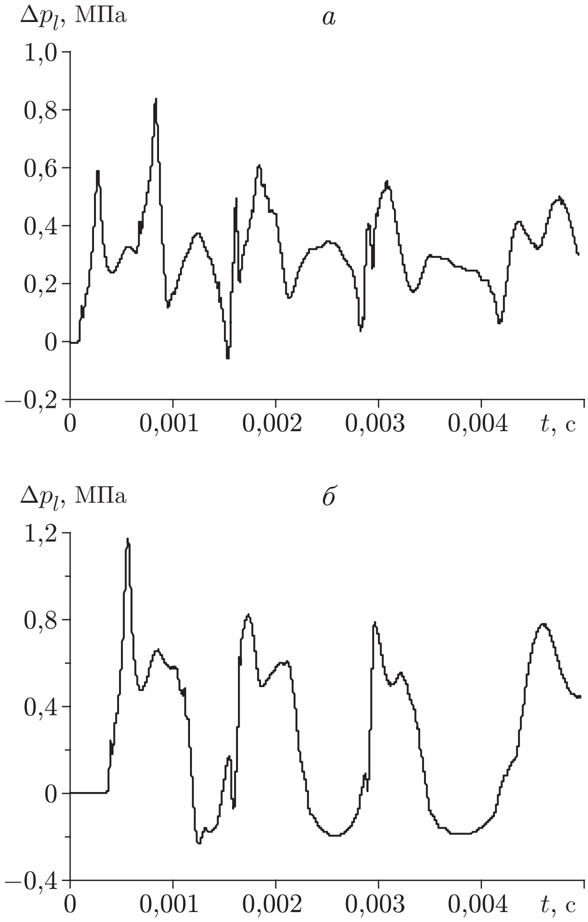
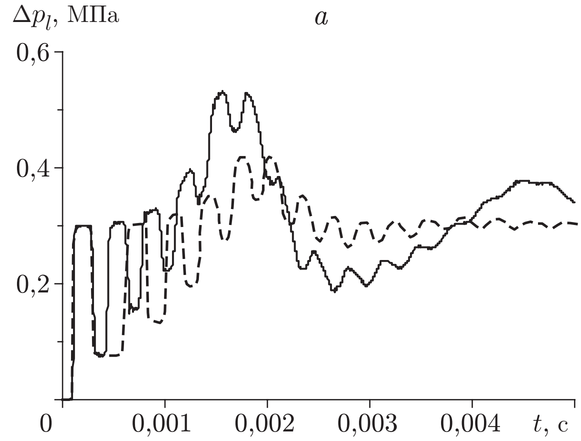


Рис. 4. Профили волн давления в жидкости за пузырьковым кластером, построенные по показаниям датчиков Д1 (*а*) и Д2 (*б*), при $L_z = 0{,}5$ м, $R_c = 0{,}0265$ м, $R_{cl} = 0{,}015$ м, $\alpha_{g0} = 0{,}012$, $a_0 = 1{,}0$ мм, $\Delta p_{l0} = 0{,}3$ МПа

параметров жидкости и газа принимались такими же, как для рис. 2. Штриховые линии на осциллограммах соответствуют расчетам в случае, когда на правой границе ($z = L_z$) приняты условия неотражения на основе импедансного соотношения [13]. Рис. 3,*а,б* соответствуют случаю, когда пузырьковый кластер отсутствует, рис. 3,*в,г* — случаю, когда в расчетной области имеется пузырьковый кластер радиусом 30 мм, верхний край которого находится на расстоянии 10 мм от границы $z = 0$. Показания датчика Д1 свидетельствуют о том, что наличие пузырькового кластера приводит к "сглаживанию" периодических колебаний в канале. Амплитуда всплесков уменьшается. Заметим, что амплитуда первого всплеска превышает амплитуду остальных всплесков приблизительно на 0,15 МПа вследствие наложения волны, сфокусированной на пузырьковом кластере, и волны, переотраженной от границы $z = L_z$. Амплитуды остальных всплесков в случае наличия кластера в канале меньше, чем в случае его отсутствия (см. рис. 3,*а,в*). Следует отметить, что при расположении кластера вблизи границы $z = 0$ амплитуда первоначальной волны увеличивается не только вследствие фокусировки волны в области кластера, но и за счет преломления образовавшейся волны на границе кластера и ее излучения в область более акустически жесткой "чистой" жидкости. Профиль волны, регистрируемой датчиком на нижнем торце канала (см. рис. 3,*б,г*), при наличии кластера становится пилообразным, а амплитуда образующихся всплесков приблизительно на 0,2 МПа больше, чем в случае,



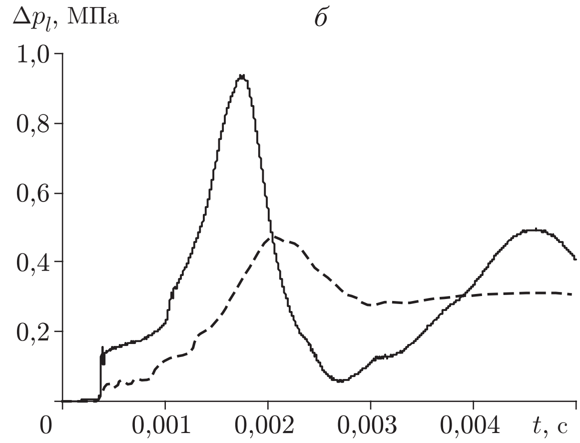


Рис. 5. Профили волн давления в жидкости за пузырьковым кластером, построенные по показаниям датчиков Д1 (*а*) и Д2 (*б*), при $L_z = 0{,}5$ м, $R_c = 0{,}0265$ м, $Z_{cl} = 0{,}25$ м, $\alpha_{g0} = 0{,}12$, $a_0 = 1{,}0$ мм, $\Delta p_{l0} = 0{,}3$ МПа:
штриховая линия — расчет в случае условий неотражения на границе $z = L_z$

когда кластер отсутствует. Заметим, что в случае, когда на правой границе ($z = L_z$) приняты условия неотражения, периодических всплесков давления не происходит.

Уменьшение объемной концентрации газа в кластере в 10 раз (значения остальных параметров такие же, как для рис. 2) приводит к изменению амплитуды и структуры образующейся волны (рис. 4). Амплитуда всплесков увеличивается, на фоне основных всплесков появляются пики. Период формирующейся волны практически такой же, как на рис. 3.

Влияние расстояния, на котором поддерживается граничное давление, от границы $z = 0$ до кластера на осциллограммы, полученные с помощью датчиков Д1 и Д2, можно оценить, сравнивая рис. 3, 5 (значения параметров жидкости и газа одинаковы). Датчик Д1 (см. рис. 5,*а*) регистрирует волны, переотраженные от границы $z = 0$ и границ кластера. Эти волны накладываются на профиль формирующейся волны с еще бóльшим (порядка 3 мс) периодом (см. рис. 5,*а*). На рис. 3, 5 видно, что расположение кластера на большем расстоянии от границы $z = 0$ приводит к увеличению периода возникающих колебаний.

Амплитуда волны, действующей на стенку, составляет приблизительно 1,0 МПа, что на 0,2 МПа больше, чем в случае, представленном на рис. 3,*б*,*г*. Таким образом, увеличение расстояния между кластером и границей, на которой инициируется волна, приводит к увеличению периода возникающих колебаний.

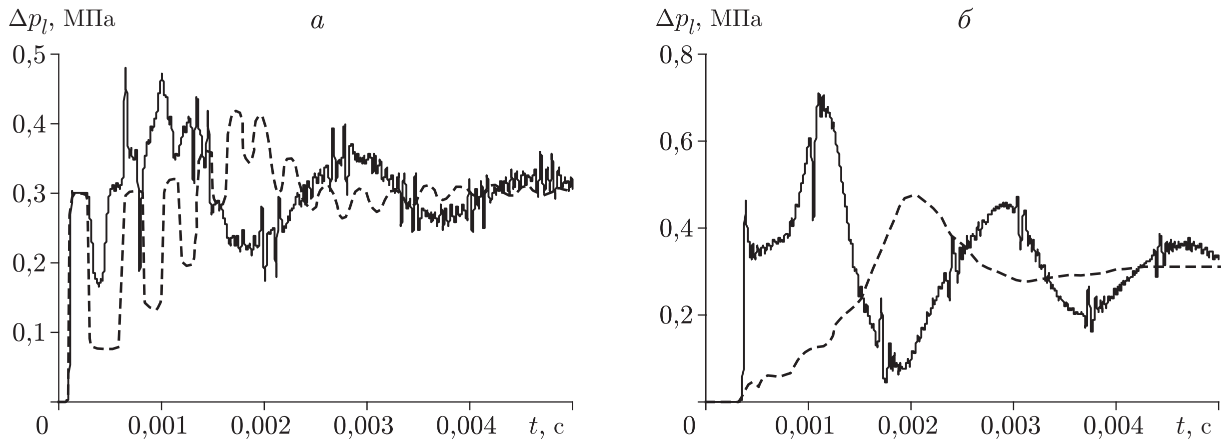


Рис. 6. Профили волн давления в жидкости за пузырьковым кластером, построенные по показаниям датчиков Д1 (*а*) и Д2 (*б*), при $L_z = 0{,}5$ м, $R_c = 0{,}054$ м, $Z_{cl} = 0{,}25$ м, $\alpha_{g0} = 0{,}012$, $a_0 = 1{,}0$ мм, $\Delta p_{l0} = 0{,}3$ МПа:
штриховая линия — расчет в случае условий неотражения на границе $z = L_z$

Увеличение радиуса цилиндрического канала, содержащего пузырьковый кластер, в два раза приводит к уменьшению амплитуды формирующейся волны (рис. 6). Например, для датчика Д2 (см. рис. 6,*б*) амплитуда первого всплеска меньше аналогичного значения, показанного на рис. 5,*б*, приблизительно на 0,3 МПа. При этом период колебаний формирующейся волны уменьшается в 1,5 раза. Высокочастотные колебания на фоне основной волны обусловлены переотражениями колебаний от границы $r = R_{cl}$.

Заключение. В работе показано, что взаимодействие волны типа ступеньки со сферическим пузырьковым кластером в жидкости приводит к генерации уединенной волны давления, амплитуда которой значительно превышает амплитуду ударной волны. В формировании уединенной волны кроме фокусировки в области пузырькового кластера существенную роль играет преломление с увеличением амплитуды волны на границе акустически мягкой пузырьковой жидкости и ее излучение в акустически жесткую “чистую” жидкость.

Наличие пузырькового кластера в канале для переотраженных волн приводит к формированию периодических колебаний с постепенно уменьшающейся амплитудой. Увеличение расстояния между кластером и границей, на которой инициируется волна, обусловливает увеличение периода возникающих колебаний, а увеличение радиуса цилиндрического канала приводит к уменьшению периода колебаний при одинаковых остальных параметрах системы. Вследствие уменьшения объемной концентрации газа в кластере амплитуда всплесков увеличивается, на фоне основных всплесков появляются пики.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред: В 2 ч. М.: Наука, 1987.
2. **Кедринский В. К.** Гидродинамика взрыва: эксперимент и модели. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000.
3. **Накоряков В. Е.** Волновая динамика газо- и парожидкостных сред / В. Е. Накоряков, Б. Г. Покусаев, И. Р. Шрейбер. М.: Энергоатомиздат, 1990.
4. **Гетц И. Г., Кедринский В. К.** Динамика взрывного нагружения конечного объема плотной двухфазной смеси // ПМТФ. 1989. № 2. С. 120–125.

5. **Кедринский В. К., Шокин Ю. И., Вшивков В. А. и др.** Генерация ударных волн в жидкости сферическими пузырьковыми кластерами // Докл. АН. 2001. Т. 381, № 6. С. 773–776.
6. **Нигматулин Р. И., Шагапов В. Ш., Гималтдинов И. К., Галимзянов М. Н.** Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьковые зоны // Докл. АН. 2001. Т. 378, № 6. С. 763–768.
7. **Донцов В. Е.** Взаимодействие ударной волны со сферическим газожидкостным кластером // ПМТФ. 2004. Т. 45, № 1. С. 3–11.
8. **Донцов В. Е.** Распространение волн давления в газожидкостной среде кластерной структуры // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 3. С. 50–60.
9. **Кедринский В. К., Вшивков В. А., Лазарева Г. Г.** Формирование и усиление ударных волн в пузырьковом “шнуре” // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 5. С. 46–52.
10. **Галимзянов М. Н., Гималтдинов И. К., Шагапов В. Ш.** Двумерные волны давления в жидкости, содержащей пузырьки // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2002. № 2. С. 139–147.
11. **Баязитова А. Р., Гималтдинов И. К., Шагапов В. Ш.** Волны давления в трубе, заполненной пузырьковой смесью с неоднородным распределением по сечению // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2006. № 3. С. 67–78.
12. **Лежнин С. И.** Волновая динамика двухфазных сред со сложной внутренней структурой: Дис. ... д-ра физ.-мат. наук. Новосибирск, 1994.
13. **Ильгамов М. А.** Неотражающие условия на границах расчетной области / М. А. Ильгамов, А. Н. Гильманов. М.: Физматлит, 2003.

Поступила в редакцию 28/VII 2022 г.,
после доработки — 7/IX 2022 г.
Принята к публикации 26/IX 2022 г.