РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ РАЗРАБОТКИ ПОЛЕЗНЫХ ИСКОПАЕМЫХ

2016 № 4

УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАКОПЛЕНИЯ И ВЫСВОБОЖДЕНИЯ УПРУГОЙ ЭНЕРГИИ В СТРУКТУРНО-НЕОДНОРОДНЫХ ГЕОМАТЕРИАЛАХ

С. В. Лавриков, А. Ф. Ревуженко

Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: lvk64@mail.ru,
Красный проспект, 54, 630091, г. Новосибирск, Россия

С помощью метода дискретных элементов рассмотрен способ численного моделирования нагружения физического образца, позволяющий описать свойство горной породы запасать и высвобождать упругую энергию. Образец моделируется ансамблем частиц, между которыми происходит упруго-вязкое взаимодействие с учетом сухого трения. В качестве внешней упругой обвязки выступают граничные частицы, связанные между собой упругими пружинами. В целом модельный образец представляет собой элемент среды, способной запасать часть энергии деформирования в виде внутренних самоуравновешенных напряжений. Проведено численное моделирование сжатия образца, даны оценки запасаемой энергии. Показано, что в среде формируются кластеры, скольжение по границам которых приводит к срывам на диаграмме деформирования. Срывы также возможны в процессе релаксации напряжений после однократного динамического воздействия на образец. Численные результаты согласуются с экспериментальными.

Геоматериал, самоуравновешенные напряжения, аккумулирование и высвобождение упругой энергии, численное моделирование, дискретные элементы

Известно, что массив горных пород представляет собой сложную иерархическую структурно-неоднородную среду. Иерархия внутренней структуры играет важную роль в ряде квазистатических и динамических процессов деформирования [1 – 5]. Блочность строения породных массивов определяет такие его фундаментальные свойства, как дилатансию, внутреннее трение, сцепление, нелинейность поведения и анизотропию. Наряду с этим блочность массива допускает практически неограниченное число форм его равновесного состояния. При этом отдельные области массива могут быть “заряжены” энергией в виде внутренних самоуравновешенных напряжений, т. е. выступать в роли потенциальных источников энергии. При определенных условиях накопленная энергия может быть высвобождена, причем этот процесс может носить как устойчивый релаксационный, так и неустойчивый катастрофический характер в виде толчков и горных ударов.

Для необходимости учета свойства запасать и высвобождать упругую энергию есть достаточные основания. В работе [6] описан эффект последействия. Образцы горных пород цилиндрической формы помещались в камеру высокого гидростатического давления и затем нагружались дополнительным осевым давлением. После того как осевая необратимая деформация об-

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 16-17-10121).

разца достигала определенного уровня (иногда весьма значительного — до 25 %), но такого, чтобы образец не разрушался, осуществлялась полная разгрузка. Установлено, что после разгрузки образцы приобретали следующее качество. С течением времени без какого-либо усилия извне их высота и диаметр самопроизвольно увеличивались, а будучи помещенными в динамометр без зазоров, они развивали некоторые усилия как в осевом, так и в боковом направлении. При этом образец совершал работу за счет внутренних ресурсов, приобретенных ранее.

Проводились лабораторные опыты по определению ползучести образцов горной породы, извлеченных с больших глубин [7]. В опытах наблюдалось аномальное поведение образцов при нагружении — мгновенное упругое укорачивание в направлении приложенной нагрузки. Дальнейшее развитие деформации ползучести происходило скачкообразно. Образцы горной породы после извлечения их из массива и полной разгрузки сохраняют высокий уровень внутренних напряжений [8]. Иногда этих напряжений оказывается достаточно для самопроизвольного разрушения образца. Существуют факты пространственного, объемного дробления геологических тел при всплытии пород с больших глубин, что связано с избыточным внутренним давлением по отношению к внешнему (тектоно-кессонный эффект) [9]. Известны также случаи, когда реакция массива горных пород на взрывные воздействия наблюдалась в течение длительного времени после взрыва [10]. В массиве фиксировались толчки, подвижки, а иногда и горные удары. Это свидетельствует о том, что происходит перераспределение и частичное высвобождение энергии, ранее запасенной в массиве в виде внутренних напряжений. При этом взрыв играет роль спускового механизма, нарушающего равновесие и приводящего к динамическому высвобождению запасенной энергии.

В работе [11] рассмотрен физический образец, моделирующий свойство блочной среды запасать и высвобождать упругую энергию. Он представляет собой пучок шероховатых стержней, стянутых упругой нитью (рис. 1). Серия лабораторных экспериментов [12] показала, что диаграмма нагружения такого образца носит “рваный” скачкообразный характер со множеством срывов (рис. 2). После сжатия и последующей полной разгрузки остаточная деформация образца весьма значительна, при этом внешняя упругая обвязка имеет бóльшую длину, чем в исходном состоянии (до сжатия). Это означает, что часть энергии деформирования была запасена в виде энергии растянутой упругой нити. Упругое натяжение обвязки компенсируется трением между стержнями, и образец остается в равновесии даже в сжатом состоянии. Теоретические оценки [12] показали, что физический образец в зависимости от величины трения между стержнями способен запасать до 30 % энергии, затраченной на его деформирование.

В настоящей работе проводится численное моделирование процесса деформирования физического образца из [11, 12] на основе метода дискретных элементов.

а *б*

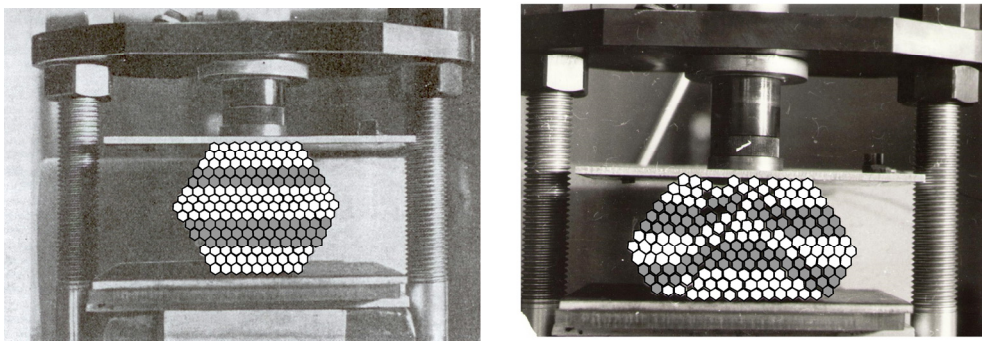

Рис. 1. Экспериментальное нагружение физического образца (шестигранные карандаши, связанные внешней упругой нитью): *а* — исходное состояние; *б* — промежуточная стадия сжатия

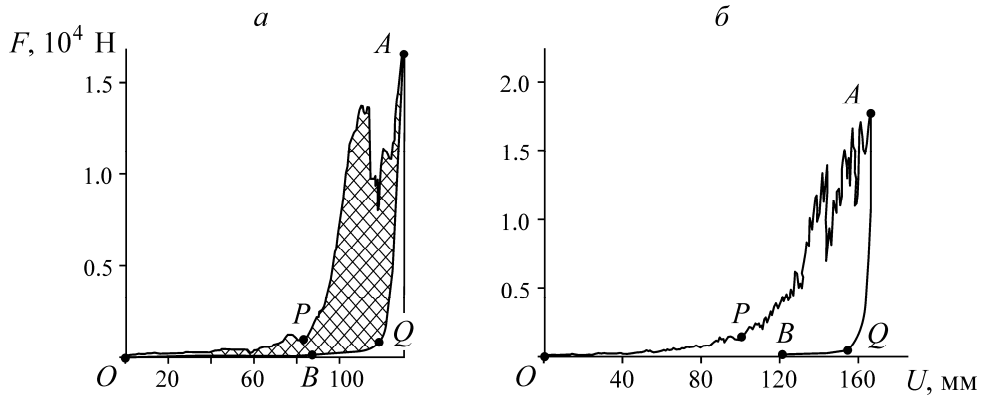

Рис. 2. Типичная экспериментальная диаграмма “сила – смещение” (*OPA* — стадия сжатия; *AQB* — разгрузка): *а* — образец из деревянных шестигранных карандашей; *б* — образец из тонких металлических спиц

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу в плоской постановке. Пусть дан образец материала, лежащий на горизонтальной плоскости (рис. 3*а*). Светлые (внутренние) частицы имеют форму окружностей одинакового радиуса и моделируют несвязанный гранулированный материал. Темные (граничные) частицы играют роль внешней упругой обвязки — они представляют собой такие же частицы, как и внутренние, но с дополнительными связями — ближайшие соседи связаны между собой упругими пружинами. Начальная форма образца — результат предварительного расчета на установление с учетом веса среды. Образец, показанный на рис. 3*а*, находится в равновесном состоянии, все частицы покоятся, при этом упругое натяжение пружин между граничными частицами и сила тяжести компенсируются трением между контактирующими частицами.

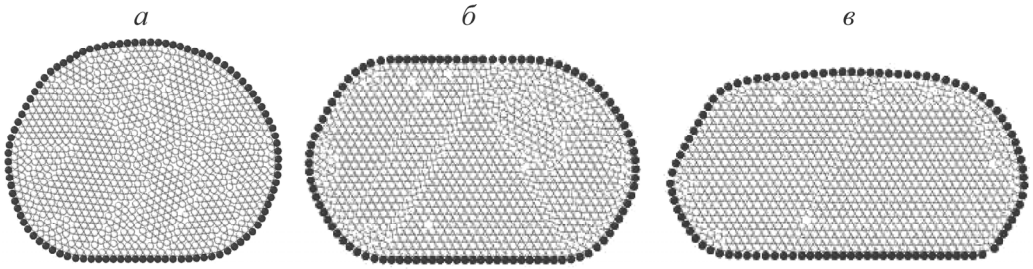

Рис. 3. Численное нагружение образца (темные частицы связаны упругими пружинами): *а* — исходное состояние; *б* — промежуточная стадия сжатия; *в* — состояние образца после разгрузки

Уравнения движения частиц представляют собой уравнения второго закона Ньютона для поступательного и вращательного движений:

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_b} \mathbf{F}_{ij} + m_i \mathbf{g}, \quad J_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_{j=1}^{n_b} \mathbf{M}_{ij}, \quad i = \overline{1, N}, \tag{1}$$

где $\mathbf{v}_i$, $\boldsymbol{\omega}_i$ — соответственно векторы линейной и угловой скорости; m_i, J_i — масса и момент инерции i-частицы; $\mathbf{F}_{ij}$, $\mathbf{M}_{ij}$ — соответственно главный вектор и главный момент сил, действующие на i-частицу со стороны j-частицы; n_b — количество соседних частиц, с которыми i-частица имеет контакт в текущий момент времени; N — общее число частиц; $\mathbf{g}$ — вектор ускорения свободного падения. Для расчета силы, возникающей при контакте час-

тиц, используется вязкоупругая модель Кельвина – Фойгта с учетом нормальной и касательной составляющих, дополненная упругими связями граничных частиц. При расчете нормальной составляющей силы использован закона Герца контактной механики [13], при расчете касательной составляющей — представления Миндлина – Дересевича [14, 15]. Упругое взаимодействие связанных граничных элементов описывается с помощью линейного закона Гука. Уравнения для расчета сил имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} &\mathbf{F}_{ij} = F_{n,ij}\mathbf{n}_{ij} + F_{t,ij}\mathbf{t}_{ij}, \\ &F_{n,ij} = k_{n,ij}\, d_{n,ij} - \gamma_{n,ij}\, v_{n,ij} + k_{s,pq}\, l_{pq}\, \delta_{ip}\, \delta_{jq}, \\ &F_{t,ij} = k_{t,ij}\, d_{t,ij} - \gamma_{t,ij}\, v_{t,ij}, \end{aligned} \tag{2}$$

где $\mathbf{n}_{ij}$, $\mathbf{t}_{ij}$ — нормальные и касательные единичные векторы для плоскости контакта i, j-частиц; $v_{n,ij}$, $v_{t,ij}$ — нормальная и касательная проекции вектора относительной скорости в точке контакта; $d_{n,ij}$, $d_{t,ij}$ — нормальное перекрытие и касательное проскальзывание между частицами; $k_{s,pq}$ — жесткость пружин внешней обвязки; l_{pq} — расстояние между связанными граничными частицами; $p, q \in \Gamma$ — множество связанных частиц границы; δ_{ij} — символ Кронекера. Упругие $k_{n,ij}$, $k_{t,ij}$ и вязкие $\gamma_{n,ij}$, $\gamma_{t,ij}$ модули в соотношении (2) взяты в соответствии с работами [16 – 18]:

$$\begin{aligned} &k_{n,ij} = \frac{4}{3}E^*\sqrt{R^* d_{n,ij}}, \quad k_{t,ij} = 8G^*\sqrt{R^* d_{n,ij}}, \\ &\gamma_{n,ij} = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\,\beta\sqrt{S_{n,ij} m^*}, \quad \gamma_{t,ij} = -2\sqrt{\frac{5}{6}}\,\beta\sqrt{S_{t,ij} m^*}, \\ &S_{n,ij} = 2E^*\sqrt{R^* d_{n,ij}}, \quad S_{t,ij} = 8G^*\sqrt{R^* d_{n,ij}}, \\ &\beta = \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}} < 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Здесь $0 \le e \le 1$ представляет собой коэффициент восстановления скорости (отношение нормальной составляющей вектора скорости разлета частиц после соударения к соответствующей скорости их подлета до соударения), обобщенные величины R^*, m^*, E^*, G^* вычисляются по формулам:

$$\begin{aligned} &\frac{1}{R^*} = \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}, \quad \frac{1}{m^*} = \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j}, \quad \frac{1}{E^*} = \frac{(1-\nu_i)^2}{E_i} + \frac{(1-\nu_j)^2}{E_j}, \\ &\frac{1}{G^*} = \frac{2(2-\nu_i)(1+\nu_i)}{E_i} + \frac{2(2-\nu_j)(1+\nu_j)}{E_j}, \end{aligned} \tag{4}$$

где R_i, m_i, E_i, ν_i — соответственно радиус, масса, модуль Юнга и коэффициент Пуассона i-частицы. Величина касательной силы $F_{t,ij}$ вычисляется в соответствии с соотношением (2) только до определенного момента, а именно пока $F_{t,ij} \le \mathrm{tg}\varphi \cdot F_{n,ij}$ (стадия развивающегося трения), в противном случае $F_{t,ij} = \mathrm{tg}\varphi \cdot F_{n,ij}$ (стадия развитого трения), где $\mathrm{tg}\varphi$ — коэффициент сухого трения частиц.

РЕЗУЛЬТАТЫ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В соответствии с экспериментами [12] программа нагружения образца разделена на два этапа: сжатие между двумя горизонтальными пластинами до некоторого фиксированного значения деформации и последующая полная разгрузка.

В качестве параметров расчета выберем $\varphi = 15°$, $e = 0.7$, $E = 12000$ МПа, $\nu = 0.2$, $\rho = 0.5$ г/см^3, $k_{s,pq} = 3000$ Н, R = 1 мм. Сжимающие пластины предполагаются абсолютно гладкими, трение по их поверхности отсутствует. Указанные параметры одинаковы для всех частиц образца, включая граничные частицы. Следует отметить, что параметры плотности частиц и жесткости пружин подобраны таким образом, чтобы образец, стянутый упругой обвязкой, под действием собственного веса приобретал равновесную форму, приближающуюся к показанной на рис. 3*а*.

Расчеты, проведенные на основе модели (1) – (4) для принятой программы нагружения, показывают, что в процессе сжатия образца в среде наблюдается переупаковка частиц, которая происходит за счет формирования кластеров и раскрытия магистральных трещин между ними. С увеличением проскальзывания между кластерами после переупаковки трещины “залечиваются”. На рис. 3*б* представлена конфигурация образца в один из промежуточных моментов сжатия, где отчетливо видны сформированные магистральные трещины.

Внешняя упругая обвязка при сжатии образца растягивается и запасает часть энергии, затрачиваемой на его деформирование. Расчетная диаграмма “сила – перемещение” на стадии сжатия (участок *OA*) имеет скачкообразный характер: участки роста диаграммы связаны с раскрытием трещин, срывы — с относительными проскальзываниями кластеров (рис. 4).

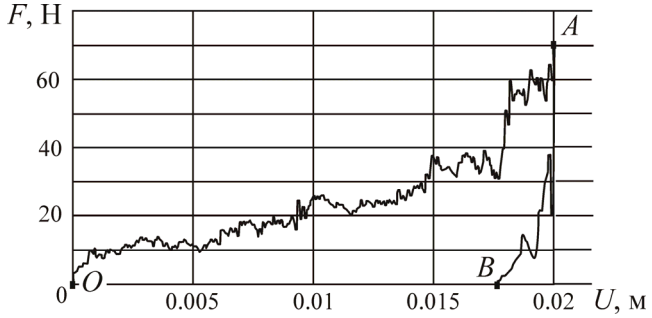

Рис. 4. Расчетная диаграмма “сила – перемещение”: *OA* — стадия сжатия; *AB* — разгрузка

Разгрузка также сопровождается рядом скачков, вызванных высвобождением энергии, запасенной во внешней упругой обвязке (участок *AB*). После полной разгрузки и последующей релаксации финальная конфигурация образца имеет значительную остаточную деформацию (около ~23 %) по сравнению с исходным состоянием (см. рис. 3*в*). При этом упругая обвязка имеет бóльшую длину и, следовательно, в ней запасена часть энергии, затраченной на деформирование. Напряжение растянутой упругой обвязки компенсируется трением между частицами, и образец после цикла “сжатие – разгрузка – релаксация” находится в равновесии, но при этом он “заряжен” энергией, которая может стать доступной при некотором внешнем воздействии.

На рис. 5 приведен график величины энергии упругих элементов, отнесенной к общей работе, затраченной на деформирование образца. Видно, что в процессе нагружения процент запасенной упругой энергии меняется и в момент максимального сжатия образца (точка *A*) составляет ~60 %. При разгрузке часть запасенной энергии возвращается, растянутые пружины сжимаются и образец стремится принять форму, приближающуюся к исходной. В момент полного снятия внешней нагрузки, когда верхняя сжимающая пластина при своем движении вверх

полностью отрывается от образца (точка B), запасенная энергия составляет ~47 %. Оказывается, что после снятия внешней нагрузки процесс деформирования образца не заканчивается. Релаксация образца (участок BD) сопровождается рядом динамических скачков (моменты крупных скачков обозначены точками B_1, B_2), в результате которых внешняя упругая обвязка уменьшает свою длину, а часть запасенной энергии высвобождается. Этот процесс происходит самопроизвольно, т. е. за счет внутренних ресурсов образца, которые он приобрел на предыдущих этапах деформирования. В точке C на диаграмме процесс достигает равновесного состояния, после чего перекачки энергии (потенциальной в кинетическую и наоборот) уже не происходит. Окончательная доля аккумулируемой в образце энергии составляет ~27 %.

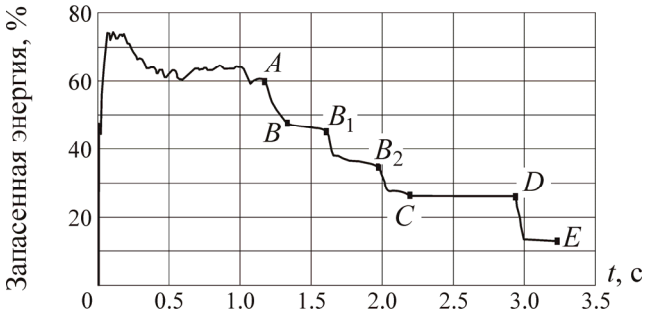

Рис. 5. Величина запасенной энергии по отношению к общей работе, затраченной на деформирование: OA — сжатие; AB — разгрузка; BD — релаксация; B_1, B_2 — моменты самопроизвольных динамических скачков; D — момент нанесения ударного воздействия; E — момент окончательного равновесного состояния образца

После стадии “сжатие – разгрузка” и полной релаксации (точка D) по боковой поверхности образца (слева и справа) нанесено одноразовое кратковременное ударное воздействие. Воздействие прикладывалось силой, составляющей 65 % от силы максимального сжатия образца, но в течение очень короткого промежутка времени, так что его суммарная энергия составила ~4 % от всей энергии, ранее затраченной на деформирование образца. После нанесения ударного воздействия вновь наступала стадия релаксации (участок DE). Оказалось, что в процессе нанесения ударного воздействия и последующей релаксации часть запасенной упругой энергии снова высвобождается. Образец скачком меняет свою конфигурацию, приближаясь к исходной форме, а растянутая упругая обвязка уменьшает свою длину. Расчеты показывают, что после ударного воздействия и релаксации процент запасенной в образце энергии по отношению к общей работе, затраченной на весь процесс деформирования, составил ~19 % (точка E). Если сравнить запасенную энергию до ударного воздействия и после него, то в процессе динамического удара образец высвободил около ~30 % запасенной в нем энергии, что существенно превышает энергию самого ударного воздействия.

В целом полученные результаты численного моделирования показывают хорошее качественное и количественное соответствие данным лабораторных экспериментов по величине запасаемой энергии [12]. Указанный образец среды, в котором граничные частицы соединены упругими пружинами, представляет собой связную среду. Он может служить в качестве одного из структурных элементов для формирования объема структурно-неоднородной среды. Такая среда будет обладать рядом свойств горной породы — дилатансией, внутренним трением, сцеплением, а также свойством аккумулировать и высвобождать упругую энергию. Рассмотренный способ численного моделирования с применением метода дискретных элементов и дополнительного слагаемого для описания упругих связей частиц может быть использован для моделирования процессов деформирования и анализа устойчивости массива горных пород с учетом больших (конечных) деформаций в различных прикладных задачах геомеханики.

ВЫВОДЫ

Введение специального потенциала взаимодействия между частицами среды в рамках метода дискретных элементов позволяет описать свойство геоматериала запасать и высвобождать упругую энергию.

Диаграмма численного сжатия образца включает в себя ряд ниспадающих участков (динамических срывов).

Сжатие образца геоматериала приводит к аккумулированию части энергии деформирования в виде внутренних самоуравновешенных напряжений. Незначительное внешнее воздействие может сыграть роль триггера и привести к динамическому высвобождению накопленной энергии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Садовский М. А.** Об естественной кусковатости горных пород // ДАН. — 1979. — Т. 247. — № 4. — С. 829 – 833.
2. **Деструкция** земной коры и процессы самоорганизации в областях сильного техногенного воздействия / [Опарин В. Н. и др.]; отв. ред. акад. Н. Н. Мельников. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2012. — 631 с.
3. **Соболев Г. А., Пономарев А. В.** Физика землетрясений и предвестники. — М.: Наука, 2003. — 270 с.
4. **Кочарян Г. Г., Спивак А. А.** Динамика деформирования блочных массивов горных пород. — М.: ИКЦ Академкнига, 2003.
5. **Пономарев В. С.** Проблемы изучения энергетически активной геологической среды // Геотектоника. — 2011. — № 2. — С. 66 – 75.
6. **Ставрогин А. Н., Ширкес О. А.** Явление последействия в горных породах, вызванное предшествующей необратимой деформацией // ФТПРПИ. — 1986. — № 4. — С. 16 – 27.
7. **Файф У., Прайс К., Томпсон А.** Флюиды в земной коре. — М.: Мир, 1981. — 438 с.
8. **Влох Н. П., Липин Я. И., Сашурин А. Д.** Исследование остаточных напряжений в крепких горных породах // Современные проблемы механики горных пород. — М.: Наука, 1972. — С. 186 – 189.
9. **Горяинов П. М., Давиденко И. В.** Тектоно-кессонный эффект в массивах горных пород и рудных месторождений — важное явление геодинамики // ДАН. — 1979. — Т. 247. — № 5. — С. 1212 – 1215.
10. **Курленя М. В., Адушкин В. В., Гарнов В. В., Опарин В. Н., Ревуженко А. Ф., Спивак А. А.** Знакопеременная реакция горных пород на динамическое воздействие // ДАН. — 1992. — Т. 323. — № 2. — С. 263 – 265.
11. **Ревуженко А. Ф.** Горная порода — среда с внутренними источниками и стоками энергии. Сообщ. 1 // ФТПРПИ. — 1990. — № 4. — С. 14 – 21.
12. **Лавриков С. В., Ревуженко А. Ф.** Об одной экспериментальной модели горной породы // ФТПРПИ. — 1991. — № 4. — С. 24 – 30.
13. **Джонсон К.** Механика контактного взаимодействия. — М.: Мир, 1989. — 509 с.
14. **Mindlin R. D.** Compliance of elastic bodies in contact, J. Appl. Mech., 1949, Vol. 16. — P. 259 – 268.
15. **Mindlin R. D., Deresiewicz H.** Elastic spheres in contact under varying oblique forces, J. Appl. Mech., Trans. ASME, 1953, Vol. 20. — P. 327 – 344.
16. **Клишин С. В., Микенина О. А., Ревуженко А. Ф.** Деформирование сыпучего материала вокруг жесткого цилиндрического включения // ФТПРПИ. — 2014. — № 2. — С. 47 – 53.
17. **Ревуженко А. Ф., Клишин С. В.** Численный метод построения континуальной модели деформирования твердого тела, эквивалентной заданной модели дискретных элементов // Физ. мезомеханика. — 2012. — Т. 15. — № 6. — С. 35 – 44.
18. **Lavrikov S. V., Revuzhenko A. F.** DEM Code-based modeling of energy accumulation and release in structurally heterogeneous rock masses, AIP Conference Proceedings 1683, 020121 (2015); doi: 10.1063/1.4932811.

Поступила в редакцию 27/V 2016