

УДК 536.2

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ КОСМИЧЕСКОГО КАЛИБРОВОЧНО-ЮСТИРОВОЧНОГО АППАРАТА

В. С. Зарубин, В. Н. Зимин, Г. Н. Кувыркин

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана,  
105005 Москва, Россия  
E-mails: zarubin@bmstu.ru, zimmin@bmstu.ru, fn2@bmstu.ru

Построена тепловая модель алюминизированной полимерной оболочки космического калибровочно-юстировочного аппарата для расчета установившегося распределения температуры этой оболочки при ее фиксированной ориентации относительно Солнца. С помощью модифицированного варианта модели проведен анализ квазистационарного распределения температуры оболочки в случае ее вращения с постоянной угловой скоростью вокруг оси, перпендикулярной направлению на Солнце.

**Ключевые слова:** космический аппарат, сферическая оболочка, равновесная температура, квазистационарное распределение температуры.

DOI: 10.15372/PMTF20170614

**Введение.** Для определения рабочих характеристик и энергетического потенциала радиолокационного канала наземного комплекса, контролирующего движение космических объектов, применяются калибровочно-юстировочные космические аппараты [1, 2], одним из вариантов геометрической формы которых является выполненная с высокой точностью сферическая оболочка. Такую же форму имеют пассивные ретрансляторы сигналов и используемые для калибровки и юстировки радиолокационной аппаратуры некоторые типы малоразмерных эталонных отражателей [1, 3]. Орбиты рассматриваемых космических аппаратов (КА) могут быть как круговыми на расстоянии от поверхности Земли, приближенно равном 1000 км, в том числе близкими к полярным, так и эллиптическими с апогеем до 2200 км [2, 3]. Известен вариант указанных КА в виде двухслойной сферической оболочки диаметром более 3 м, состоящей из слоя полимерного материала, внешняя поверхность которого покрыта тонким слоем напыленного алюминия. Развертывание такой оболочки в космическом пространстве и поддержание ее стабильной формы обеспечиваются сравнительно невысоким внутренним давлением.

В качестве полимерного материала используется каптон, аналогом которого является полиимидная пленка ПМФ-352 с двусторонним покрытием из политетрафторэтилена (тефлона) [4]. Пленка, изготовленная из такого материала, имеет достаточно высокие механические характеристики (при температуре  $T = 300$  К модуль упругости и предел прочности равны 3 ГПа и 90 МПа соответственно, а при увеличении температуры до значения

---

Работа выполнена в рамках государственных заданий Министерства образования и науки РФ (проекты № 9.7784.2017/БЧ, 9.2422.2017/ПЧ).

$T = 500$  К, которое следует считать предельно возможным для КА рассматриваемого типа, — 2 ГПа и 45 МПа соответственно).

Основным фактором, определяющим температурное состояние сферической оболочки КА указанного типа на освещенном участке орбиты, является солнечное излучение. Вклад отраженного от Земли солнечного излучения и собственного излучения Земли следует учитывать лишь на расстоянии от ее поверхности менее 500 км [5]. При фиксированном положении оболочки относительно направления на Солнце возникающая неравномерность распределения температуры по ее поверхности приводит к отклонению формы оболочки от идеальной сферической, что оказывает влияние на характеристики КА. Вращение оболочки относительно оси, перпендикулярной направлению на Солнце, может способствовать уменьшению степени неравномерности распределения температуры.

Для оценки степени неравномерности распределения температуры по поверхности сферической оболочки в околоземном космическом пространстве могут быть использованы методы математического моделирования [6, 7]. Целью данной работы является построение математической модели температурного состояния алюминизированной полимерной оболочки калибровочно-юстировочного КА, а также проведение с помощью этой модели анализа распределения температуры по поверхности оболочки, неподвижной относительно Солнца и вращающейся с постоянной угловой скоростью вокруг оси, перпендикулярной направлению на Солнце.

**Равновесная температура участка поверхности оболочки.** Основной количественной характеристикой установившегося температурного состояния участка внешней поверхности оболочки, облучаемого Солнцем в космическом пространстве, является равновесная температура, определяемая из уравнения баланса всех тепловых потоков, действующих на этом участке [8]. Измерения, проведенные за пределами слоя земной атмосферы, показывают, что большая часть суммарной энергии Солнца (95 %) излучается в интервале длин волн  $0,3 \div 3,0$  мкм [5]. Согласно закону Вина [9] максимум интенсивности излучения абсолютно черного тела при температуре  $T = 300$  К соответствует длине волны, приблизительно равной 10 мкм, причем в коротковолновой части спектра (при длине волн менее 3 мкм) доля суммарной излучаемой энергии составляет менее 1 %. Таким образом, при наложении спектра излучения абсолютно черного тела при температурах, близких к значению  $T = 300$  К, на спектр излучения Солнца перекрытием этих спектров при определении их энергии можно пренебречь. Частичное перекрытие указанных спектров становится существенным лишь при температурах  $T > 1000$  К, не характерных для рассматриваемой оболочки.

При падении солнечных лучей на участок поверхности под углом  $\varphi$  относительно направления нормали к этой поверхности плотность поглощаемого потока солнечного излучения составляет  $A_S q_S \cos \varphi$ , где  $A_S$  — коэффициент поглощения поверхностью коротковолнового излучения;  $q_S$  — плотность потока падающего солнечного излучения за пределами слоя земной атмосферы. Согласно закону Стефана — Больцмана плотность потока собственного длинноволнового излучения рассматриваемого участка поверхности с температурой  $T$  равна  $\varepsilon \sigma_0 T^4$ , где  $\varepsilon$  — коэффициент излучения поверхности;  $\sigma_0 \approx 5,6693 \cdot 10^{-8}$  Вт/(м<sup>2</sup>·К) — постоянная Стефана — Больцмана [9]. Полагая участок поверхности идеально теплоизолированным, из равенства  $A_S q_S \cos \varphi = \varepsilon \sigma_0 T^4$  получаем формулу для равновесной температуры рассматриваемого участка в виде

$$T_R = \left( \frac{A_S q_S \cos \varphi}{\varepsilon \sigma_0} \right)^{1/4}.$$

Эта формула справедлива не только для плоских, но и для выпуклых участков поверхности, когда ни собственное излучение соседних участков, ни отраженное от них солнечное излучение не попадает на рассматриваемый участок поверхности.

На среднем расстоянии  $L_0 \approx 1,49 \cdot 10^{11}$  м от Земли до Солнца плотность  $q_S$  потока солнечного излучения полагается равной солнечной постоянной  $S_0$  [4, 7]. Несмотря на принятое название величины  $S_0$ , ее значение не является строго постоянным, так как интенсивность солнечного излучения зависит от текущего состояния поверхности Солнца и от положения Земли на ее орбите при движении вокруг Солнца, которая является эллиптической с эксцентриситетом, приближенно равным 0,0167. По рекомендации Всемирного центра радиационного мониторинга (Давос, Швейцария) принимается среднее значение  $S_0 = 1368$  Вт/м<sup>2</sup>.

Плотность потока солнечного излучения изменяется обратно пропорционально квадрату расстояния от Солнца. Поэтому даже при достаточно малом эксцентриситете орбиты Земли в перигелии (наиболее близкой к Солнцу точке орбиты) принимается  $q_S = 1414$  Вт/м<sup>2</sup>, в афелии (наиболее удаленной от Солнца точке орбиты) —  $q_S = 1322$  Вт/м<sup>2</sup> [5]. Многолетние наблюдения показали, что изменение солнечной активности оказывает несущественное влияние на значение  $S_0$ . Изменение значения  $S_0$  не превышает 0,1 %. В инженерных расчетах в случаях, когда увеличение  $q_S$  может привести к ухудшению характеристик КА или повлиять на его работоспособность, обычно принимается завышенное значение  $q_S$  (например,  $q_S = 1420$  Вт/м<sup>2</sup> [10] или  $q_S = 1400$  Вт/м<sup>2</sup> [11]).

Для проведения количественных оценок температурного состояния оболочки рассматриваемого КА примем значение  $q_S = S_0 = 1368$  Вт/м<sup>2</sup>. Тогда формула для равновесной температуры идеально теплоизолированной поверхности принимает вид  $T_R = T_R^0 ((A_S/\varepsilon) \cos \varphi)^{1/4}$ , где  $T_R^0 = 394,8$  К. Отношение  $A_S/\varepsilon$  зависит от состояния поверхности и для различных материалов может принимать значения в достаточно широком диапазоне. При использовании модели так называемого серого тела [9] это отношение равно единице, для большинства полимерных материалов — меньше единицы, а для металлов с неокисленной и тем более с полированной поверхностью может существенно превышать единицу. В случае алюминизированной оболочки можно принять  $A_S = 0,151$ ,  $\varepsilon = 0,05$  [12], т. е.  $A_S/\varepsilon = 3,02$ . В этом случае при падении солнечных лучей перпендикулярно поверхности характерное значение ее равновесной температуры равно  $T_R \approx 520$  К, тогда как в рамках модели серого тела  $T_R = T_R^0$ .

**Тепловая модель оболочки.** Оптические характеристики внешней и внутренней поверхностей оболочки из алюминизированного полимерного материала (в общем случае полупрозрачного при тепловом излучении), определяемые коэффициентами излучения  $\varepsilon$ , поглощения  $A$ , отражения  $R$  и пропускания  $D$ , в общем случае различны (величины, соответствующие внешнему слою, будем отмечать штрихом). Пусть на внешнюю поверхность сферической оболочки падают лучистые потоки плотностью  $q_1(\theta, \psi)$  и  $q_2(\theta, \psi)$ , где  $\theta \in [0, \pi]$ ,  $\psi \in [0, 2\pi)$  — угловые координаты точки сферической поверхности, отсчитываемые от координатных осей  $Ox_3$  и  $Ox_1$  соответственно (рис. 1). Здесь и далее параметры с индексом “1” соответствуют коротковолновому (солнечному) излучению, с индексом “2” — длинноволновому излучению. Внешняя поверхность слоя алюминия, напыленного на полимерный материал, частично поглощает данные потоки ( $A'_1 q_1$  и  $A'_2 q_2$ ) и частично их отражает ( $R'_1 q_1$  и  $R'_2 q_2$ ), причем в силу непрозрачности слоя  $A'_1 + R'_1 = A'_2 + R'_2 = 1$ . Собственное излучение рассматриваемой поверхности является длинноволновым, плотность его потока равна  $\varepsilon'_2 q_0(\theta, \psi)$  (в соответствии с законом Стефана — Больцмана  $q_0(\theta, \psi) = \sigma_0 T^4(\theta, \psi)$ ). Будем полагать, что плотность потока собственного излучения внутренней поверхности внешнего слоя также равна  $\varepsilon'_2 q_0(\theta, \psi)$ , а распределение интенсивности этого излучения по различным направлениям является диффузным, описываемым законом Ламберта [9]. Часть потока проходит через внешний слой и диффузно излучается с его внутренней поверхности, создавая поток излучения плотностью  $D_2 \varepsilon'_2 q_0(\theta, \psi)$  ( $D_2$  — коэффициент пропускания полупрозрачного внутреннего слоя оболочки).

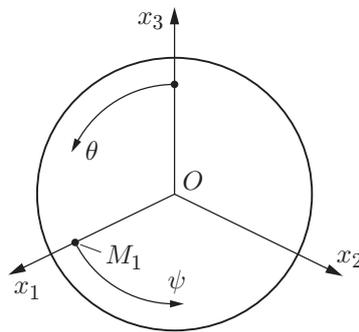


Рис. 1. Система отсчета угловых координат на сферической поверхности оболочки

Давление газа в полости оболочки диаметром порядка 1 м не превышает 10 Па. Поэтому переносом тепловой энергии в этой полости за счет теплопроводности газа (даже в случае использования гелия) можно пренебречь и учитывать лишь теплоперенос за счет излучения. Предполагается, что при наличии в оболочке оборудования занимаемый им объем достаточно мал. Это позволяет при анализе переноса излучения внутри оболочки не учитывать частичное затенение участков ее внутренней поверхности.

На каждый участок вогнутой внутренней поверхности оболочки с соседних участков падает поток длинноволнового излучения плотностью  $q_2^0$ . Особенность сферической полости состоит в том, что величина  $q_2^0$  не зависит от распределения температуры на ее поверхности и имеет одно и то же значение на любом участке [9, 13]. Поток падающего излучения частично (с коэффициентом  $R_2$ ) отражается от внутренней поверхности, частично (с коэффициентом  $D_2$ ) проходит к границе слоев оболочки, остальная его часть (с коэффициентом  $A_2 = 1 - R_2 - D_2$ ) поглощается материалом внутреннего слоя. В свою очередь, поток излучения плотностью  $D_2 q_2^0$ , достигнув этой границы, частично (с коэффициентом  $R_2'$ ) отражается и выходит через внутреннюю поверхность оболочки в ее полость, имея плотность  $D_2^2 R_2' q_2^0$ . В эту полость поступает также собственное излучение внутренней поверхности, плотность которого равна  $\varepsilon_2 q_0(\theta, \psi)$ .

Сумма собственного, отраженного и пропускаемого через полупрозрачный слой оболочки лучистых потоков называется потоком эффективного излучения [9]. Плотность этого потока на внутренней поверхности оболочки в окрестности точки с угловыми координатами  $\theta$  и  $\psi$  равна

$$q_2^*(\theta, \psi) = (\varepsilon_2 + D_2 \varepsilon_2') q_0(\theta, \psi) + (R_2 + D_2^2 R_2') q_2^0, \quad (1)$$

причем для сферической полости плотности падающего и эффективного излучений связаны соотношением [13]

$$q_2^0 = \int_0^\pi \frac{\sin \alpha}{4\pi} d\alpha \int_0^{2\pi} q_2^*(\alpha, \beta) d\beta. \quad (2)$$

Для рассматриваемой двухслойной оболочки толщина  $h'$  слоя покрытия алюминием с теплопроводностью  $\lambda \approx 200$  Вт/(м·К) составляет несколько нанометров. Слой полимерного материала типа ПМФ-32 при толщине  $h \approx 0,03$  мм имеет достаточно малую теплопроводность  $\lambda = 0,17$  Вт/(м·К) [14]. Эффективная теплопроводность оболочки в тангенциальных направлениях, оцениваемая по формуле  $\lambda_* = (\lambda h + \lambda' h') / (h + h')$ , не превышает 0,18 Вт/(м·К), что позволяет при построении тепловой модели оболочки не учитывать кондуктивный теплоперенос в этих направлениях.

Из оценки перепада температуры между внешней и внутренней поверхностями оболочки следует, что можно принять допущение об однородности распределения температуры по ее толщине. Действительно, термическим сопротивлением алюминиевого покрытия можно пренебречь, а термическое сопротивление полимерной пленки составляет  $h/\lambda \approx 0,0018 \text{ м}^2 \cdot \text{К}/\text{Вт}$ . При использовании завышенной оценки значения плотности проходящего через оболочку теплового потока, равного  $1000 \text{ Вт}/\text{м}^2$ , получаемая оценка перепада температуры по толщине оболочки, равная  $1,8 \text{ К}$ , также завышена. Принятое допущение означает, что распределение температуры в оболочке можно описывать функцией  $T(\theta, \psi)$  двух угловых координат, задающих положение точки на срединной поверхности двухслойной оболочки.

В случае установившегося распределения температуры уравнение теплового баланса для участка оболочки в окрестности точки с угловыми координатами  $\theta$  и  $\psi$  принимает вид

$$\varepsilon'_2 q_0(\theta, \psi) + q_2^*(\theta, \psi) = (1 - R'_1)q_1(\theta, \psi) + (1 - R'_2)q_2(\theta, \psi) + q_2^0. \quad (3)$$

Исключая из равенств (1), (3) величину  $q_0(\theta, \psi)$ , можно записать

$$q_2^*(\theta, \psi) = \frac{(\varepsilon'_2 D_2 + \varepsilon)(A'_1 q_1(\theta, \psi) + A'_2 q_2(\theta, \psi)) + (\varepsilon'_2(R_2 + D_2 + D_2^2 R'_2) + \varepsilon_2)q_2^0}{\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2}.$$

Интегрируя это выражение по поверхности оболочки в соответствии с формулой (2), получаем

$$\varepsilon'_2(1 - R_2 - D_2^2 R'_2)q_2^0 = (\varepsilon'_2 D_2 + \varepsilon)(A'_1 q_{1,m} + A'_2 q_{2,m}),$$

где  $q_{1,m}$ ,  $q_{2,m}$  — осредненные по внешней поверхности оболочки плотности падающих потоков коротковолнового и длинноволнового излучений соответственно. Используя это равенство совместно с соотношениями (1), (3), находим

$$q_0(\theta, \psi) = \frac{A'_1 q_1(\theta, \psi) + A'_2 q_2(\theta, \psi)}{\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2} + \frac{(\varepsilon'_2 D_2 + \varepsilon)(A'_1 q_{1,m} + A'_2 q_{2,m})}{\varepsilon'_2(\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2)}, \quad (4)$$

откуда следует формула

$$T(\theta, \psi) = (q_0(\theta, \psi)/\sigma_0)^{1/4} \quad (5)$$

для расчета установившегося распределения температуры по поверхности оболочки.

**Установившееся распределение температуры оболочки.** Рассмотрим случай, когда на распределение температуры оболочки влияет лишь солнечное излучение, т. е.  $q_2 \equiv 0$ . Пусть оболочка неподвижна относительно Солнца и ось  $Ox_1$  отсчета угловой координаты  $\psi$  (см. рис. 1) направлена на Солнце. Тогда  $q_1(\theta, \psi) = q_S \sin \theta \cos \psi$  при  $\cos \psi > 0$  и  $q_1(\theta, \psi) \equiv 0$  при  $\cos \psi \leq 0$ . Эти выражения можно заменить одним соотношением  $q_1(\theta, \psi) = (q_S/2)(\cos \psi + |\cos \psi|) \sin \theta$ .

Примем следующие значения оптических характеристик оболочки, входящих в формулу (4):  $A'_1 = 0,15$ ,  $A'_2 = \varepsilon'_2 = 0,05$ ,  $D_2 = 0,2$ ,  $\varepsilon_2 = 0,6$ . Тогда из равенств (4), (5) при  $q_S = 1368 \text{ Вт}/\text{м}^2$  получаем

$$T(\theta, \psi) = T_R^0(0,6932 + 0,1136(\cos \psi + |\cos \psi|) \sin \theta)^{1/4}.$$

Из этой формулы следует, что при  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$  температура оболочки в полярных точках не зависит от угла  $\psi$ . На рис. 2 представлены рассчитанные по данной формуле зависимости температуры оболочки от угловой координаты  $\theta$  при различных значениях  $\psi \in [0, \pi/2]$ .

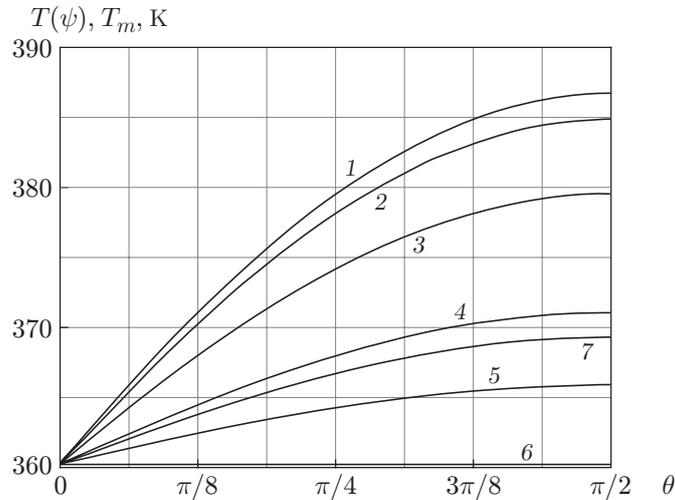


Рис. 2. Зависимости температуры оболочки от угловой координаты  $T(\theta, \psi)$  (1–6) и  $T_m(\theta)$  (7) при различных значениях  $\psi$ :  
 1 —  $\psi = 0$ , 2 —  $\psi = \pi/8$ , 3 —  $\psi = \pi/4$ , 4 —  $\psi = 3\pi/8$ , 5 —  $\psi = 5\pi/16$ , 6 —  $\psi = \pi/2$

Наибольшая температура  $T_{\max} \approx 386,7$  К достигается при  $\theta = \pi/2$  и  $\psi = 0$  в точке  $M_1$  (см. рис. 1) пересечения координатной оси  $Ox_1$  со срединной поверхностью оболочки, наименьшая температура  $T_{\min} \approx 360,2$  К — на теневой стороне сферической оболочки. Наиболее неравномерным является распределение температуры по дуге окружности  $\psi \in [-\pi/2; \pi/2]$ , соответствующей угловой координате  $\theta = \pi/2$ . Это распределение совпадает не только с распределением температуры по дуге окружности при  $\theta \in [0; \pi]$ ,  $\psi = 0$ , но и с распределением температуры вдоль любой проходящей через точку  $M_1$  дуги большого круга, радиус которого  $r_0$  равен радиусу срединной поверхности оболочки.

При увеличении коэффициента  $\varepsilon_2$  излучения внутренней поверхности оболочки разность  $\Delta T = T_{\max} - T_{\min}$  монотонно убывает. Например, при  $\varepsilon_2 = 0,8$  и фиксированных значениях остальных параметров  $T_{\max} \approx 381,8$  К,  $T_{\min} \approx 361,3$  К. В предельном случае  $\varepsilon_2 = 1$ ,  $D_2 = 0$  при тех же значениях остальных параметров получаем  $T_{\max} \approx 379,2$  К,  $T_{\min} \approx 362,3$  К. Следовательно,  $\Delta T \approx 16,9$  К. Для принятых выше значений  $A'_1 = 0,15$  и  $A'_2 = \varepsilon'_2 = 0,05$  это значение соответствует наименьшему возможному значению разности температур при фиксированной ориентации оболочки относительно Солнца.

Выполним количественную оценку влияния кондуктивного теплопереноса в оболочке в тангенциальных направлениях, используя полученное распределение  $T(\theta, 0) = T_R^0(0,6932 + 0,2272 \sin \theta)^{1/4}$  ее температуры на освещенной Солнцем стороне при  $\psi = 0$ . Двумя коническими поверхностями с общей вершиной в центре оболочки и образующими, составляющими с направлением на Солнце углы  $\pi/2 - \theta$  и  $\pi/2 - \theta - d\theta$ , выделим на оболочке сферический пояс шириной  $r_0 d\theta$ , поглощающий поток солнечного излучения

$$dQ_S = 2\pi r_0^2 A'_1 q_S \sin \theta \cos \theta d\theta.$$

Сравним эту величину с разностью тепловых потоков, проходящих через круговые границы этого пояса:

$$\begin{aligned} dQ_\lambda &= d\left(2\pi r_0(h + h')\lambda_* \frac{dT(\theta, 0)}{r_0 d\theta} \cos \theta\right) = \\ &= \frac{2\pi(h + h')T_R^0 \lambda_* \sin \theta \cos \theta}{4(0,6932 + 0,2272 \sin \theta)^{3/2}} \left(\frac{0,1704 \cos^2 \theta}{\sin \theta} - 2(0,6932 + 0,2272 \sin \theta)^{3/4}\right) d\theta. \end{aligned}$$

При принятых выше исходных данных и  $r_0 = 1$  м по мере уменьшения угла  $\theta$  от значения  $\pi/2$  отношение  $dQ_\lambda/dQ_S$  монотонно возрастает от отрицательного значения  $-5,53 \cdot 10^{-6}$  до положительного значения 0,01 при  $\theta_* = 7,8 \cdot 10^{-5}$ . Это означает, что при  $\theta \in [\theta_*, \pi/2]$  погрешность в уравнении теплового баланса, обусловленная неучетом влияния кондуктивного теплопереноса в оболочке в тангенциальном направлении, не превышает 1 %. Однако в пределах сферического пояса шириной  $r_0\theta_* = 78$  мкм, примыкающего к теневой стороне оболочки, эта погрешность превышает 1 %, причем  $dQ_S/d\theta \rightarrow 0$  при  $\theta \rightarrow 0$ , что приводит к неограниченному увеличению отношения  $dQ_\lambda/dQ_S$ . Такое увеличение является следствием указанного выше допущения, обеспечивающего непрерывность распределения температуры при переходе через границу между освещенной и теневой сторонами оболочки, но приводящего к разрыву нормальной составляющей градиента температуры на этой границе.

**Распределение температуры вращающейся оболочки.** Неравномерность распределения температуры по поверхности оболочки можно уменьшить путем ее вращения. Рассмотрим случай вращения оболочки относительно оси  $Ox_3$  (см. рис. 1), перпендикулярной направлению на Солнце. При этом любая точка  $M' \in F'$ , выбранная на срединной поверхности оболочки, совершает вращение по окружности, центр которой расположен на этой оси, при периодическом изменении угловой координаты  $\psi'$  в интервале  $[0; 2\pi]$  и фиксированном значении угловой координаты  $\theta$ . По мере увеличения угловой скорости  $\omega$  вращения оболочки температура на каждой такой окружности стремится к значению  $T_m(\theta)$ , зависящему от среднего значения величины  $q_1(\theta, \psi)$  при изменении угла  $\psi$  за полный оборот оболочки вокруг оси  $Ox_3$ . В соответствии с формулами (4), (5) при  $q_2 \equiv 0$  получаем

$$T_m(\theta) = \left( \frac{A'_1 q_S}{\sigma_0} \right)^{1/4} \left( \frac{(1/\pi) \sin \theta}{\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2} + \frac{\varepsilon'_2 D_2 + \varepsilon_2}{4\varepsilon'_2(\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2)} \right)^{1/4}. \quad (6)$$

При указанных выше значениях параметров из равенства (6) следует  $T_m(\theta) = T_R^0(0,6932 + 0,0723 \sin \theta)^{1/4}$ . Зависимость  $T_m$  от угла  $\theta$ , построенная по этой формуле, представлена на рис. 2 (кривая 7). В точке, расположенной на оси вращения, температура остается неизменной, а в точке на “экваторе” очень быстро вращающейся оболочки при  $\theta = \pi/2$  принимает значение  $T_m(\pi/2) \approx 369,3$  К.

Для того чтобы оценить влияние на распределение температуры оболочки ее сравнительно медленного вращения с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , представим равенство (4) в виде

$$A'_1 q_1(\theta, \psi) + A'_2 q_2(\theta, \psi) = (\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2) \sigma_0 T^4(\theta, \psi) - C, \quad (7)$$

где  $C = (\varepsilon'_2 D_2 + \varepsilon_2)(A'_1 q_{1,m} + A'_2 q_{2,m})/\varepsilon'_2 = \text{const}$ . Соотношение (7) является одним из вариантов уравнения теплового баланса. Его левая часть определяет суммарную плотность потока излучения, поглощаемого внешней поверхностью оболочки в окрестности неподвижной точки с угловыми координатами  $\theta, \psi$ , а первое слагаемое в правой части пропорционально плотности собственного излучения этой поверхности в той же точке.

Левая часть соотношения (7) имеет одно и то же значение как в случае неподвижной, так и в случае вращающейся оболочки, но при ее вращении в правую часть этого соотношения нужно добавить слагаемое, учитывающее поглощение или выделение теплоты при изменении во времени  $t$  температуры  $T_\omega(\theta, \psi, t)$  в рассматриваемой точке с угловыми координатами  $\theta$  и  $\psi$  в неподвижной системе координат. В результате имеем равенство

$$A'_1 q_1(\theta, \psi) + A'_2 q_2(\theta, \psi) = (\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2) \sigma_0 T_\omega^4(\theta, \psi, t) + c \frac{dT_\omega(\theta, \psi, t)}{dt} - C,$$

где  $c$  — теплоемкость оболочки, приходящаяся на единицу площади ее поверхности. Приравняв правые части этого равенства (с учетом представления полной производной тем-

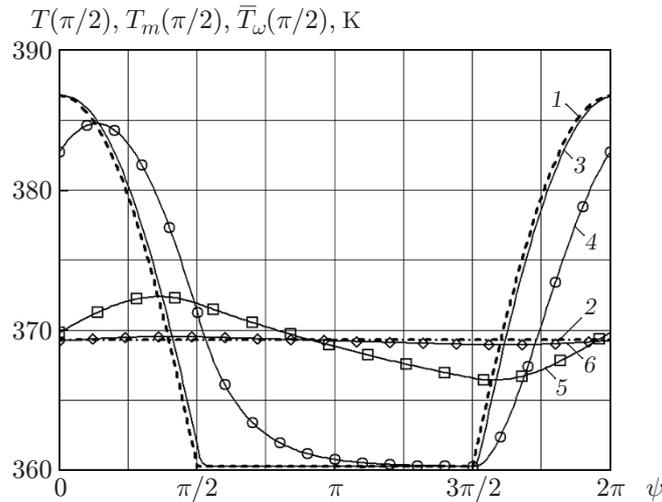


Рис. 3. Зависимости температуры оболочки от угловой координаты  $T(\pi/2, \psi)$  (1),  $T_m(\pi/2, \psi)$  (2),  $\bar{T}_\omega(\pi/2, \psi)$  (3–6) при  $\theta = \pi/2$  и различных значениях параметра  $\beta$ : 1 —  $\beta = \infty$ , 2 —  $\beta > 10^{-7} \text{ K}^{-3}$ , 3 —  $\beta = 10^{-7} \text{ K}^{-3}$ , 4 —  $\beta = 10^{-8} \text{ K}^{-3}$ , 5 —  $\beta = 10^{-9} \text{ K}^{-3}$ , 6 —  $\beta = 10^{-10} \text{ K}^{-3}$

пературы по времени в виде  $dT_\omega/dt = \partial T_\omega/\partial t + \omega \partial T_\omega/\partial \psi$ ) и соотношения (7), получаем нелинейное дифференциальное уравнение первого порядка (аргументы функций опущены)

$$c \left( \frac{\partial T_\omega}{\partial t} + \omega \frac{\partial T_\omega}{\partial \psi} \right) = (\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2)\sigma_0(T^4 - T_\omega^4). \quad (8)$$

Для получения определенного решения уравнения (8) необходимо задать начальное условие, в качестве которого целесообразно принять установившееся распределение температуры для неподвижной оболочки, и краевое условие в виде  $T_\omega(\theta, \psi) = T_\omega(\theta, \psi + 2\pi)$ . Все функции в уравнении (8), определенные в сферической системе координат, в полярных точках (при  $\theta = 0$  и  $\theta = \pi$ ), расположенных в данном случае на оси вращения, не зависят от угловой координаты  $\psi$ , т. е. решение этого уравнения в полярных точках не зависит от  $\psi$ . В пренебрежении кондуктивным теплопереносом в оболочке в тангенциальных направлениях температура  $T_{\min}$  в полярных точках, неподвижных при вращении оболочки, равна температуре  $T_{\min}$  в случае неподвижной оболочки.

При длительном вращении оболочки с постоянным значением  $\omega$  и неизменных условиях солнечного облучения ее температура перестает изменяться во времени для внешнего наблюдателя, т. е.  $\partial T/\partial t \rightarrow 0$  и возникает так называемое квазистационарное распределение  $\bar{T}_\omega(\theta, \psi)$  температуры, удовлетворяющее при фиксированном значении угловой координаты  $\theta$  обыкновенному дифференциальному уравнению первого порядка

$$\frac{d\bar{T}_\omega(\theta, \psi)}{d\psi} = \beta(T^4(\theta, \psi) - \bar{T}_\omega^4(\theta, \psi)), \quad (9)$$

где  $\beta = (\varepsilon'_2(1 + D_2) + \varepsilon_2)\sigma_0/(c\omega)$ .

Искомое квазистационарное распределение  $\bar{T}_\omega(\theta, \psi)$  температуры является периодической функцией угла  $\psi$  с периодом  $2\pi$ . Поэтому краевое условие для уравнения (9) определяет равенство  $\bar{T}_\omega(\theta, \psi) = \bar{T}_\omega(\theta, \psi + 2\pi)$ . Результаты численного решения уравнения (9) при  $\theta = \pi/2$  и выбранных выше исходных данных для различных значений параметра  $\beta$  приведены на рис. 3. Кривой 1 показано распределение температуры для неподвижной оболочки при  $\theta = \pi/2$ , кривой 2 — температура  $T_m(\pi/2) \approx 369,3 \text{ K}$ , соответствующая предельно быстрому вращению оболочки. Из рис. 3 следует, что при  $\beta > 10^{-7} \text{ K}^{-3}$  враще-

ние оболочки практически не влияет на распределение температуры, тогда как расчеты, проведенные при  $\beta = 10^{-10} \text{ К}^{-3}$ , показывают, что  $|\bar{T}_\omega(\pi/2, \psi) - T_m(\pi/2)| < 1 \text{ К}$ , т. е. происходит практически полное выравнивание распределения температуры вдоль дуги окружности при  $\theta = \pi/2$ .

**Заключение.** Получены установившееся и квазистационарные распределения температуры по поверхности алюминизированной полимерной сферической оболочки калибровочно-юстировочного аппарата, неподвижной относительно направления на Солнце и вращающейся с постоянной угловой скоростью относительно оси, перпендикулярной этому направлению. Вычисленные для условий околоземной орбиты значения температуры оболочки не превышают 400 К и являются допустимыми для существующих полимерных материалов. Установлено, что с увеличением скорости вращения оболочки распределение температуры по ее поверхности становится более равномерным.

## ЛИТЕРАТУРА

1. **Малые** космические аппараты информационного обеспечения. М.: Радиотехника, 2010.
2. **Ракеты** и космические аппараты конструкторского бюро “Южное”. Днепропетровск: Гос. конструктор. бюро “Южное” им. М. К. Янгеля, 2000.
3. **Тарасенко М. В.** Военные аспекты советской космонавтики. М.: Агентство Рос. печати: ТОО “Николь”, 1992.
4. **Комков М. А., Болотин Ю. З., Васильева Т. В.** Определение конструктивно-технологических параметров трубопроводов, изготовленных намоткой из полиимидной пленки // Наука и образование. Электрон. журн. 2013. № 3. С. 169–178. DOI: 10.7463/0313.0541990.
5. **Spaceraft thermal control handbook. V. 1. Fundamental technologies. El Segundo:** Aerospace Press, 2002.
6. **Зарубин В. С., Кувыркин Г. Н.** Математическое моделирование термомеханических процессов при интенсивном тепловом воздействии // Теплофизика высоких температур. 2003. Т. 41, № 2. С. 300–309.
7. **Зимин В. Н.** К вопросу моделирования и расчета динамики раскрытия трансформируемых космических конструкций // Оборон. техника. 2006. № 1. С. 123–127.
8. **Авдуевский В. С.** Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике / В. С. Авдуевский, Б. М. Галицкий, Г. А. Глебов, Ю. И. Данилов и др. М.: Машиностроение, 1975.
9. **Зигель Р.** Теплообмен излучением / Р. Зигель, Дж. Хауэлл. М.: Мир, 1975.
10. **Комарова М. А.** Температурные условия на корпусе узлового модуля на этапе автономного полета к международной космической станции // Изв. РАН. Энергетика. 2012. № 2. С. 23–30.
11. **Гукало А. А., Грибков А. С.** Оптимизация температуры плоского и крестообразного холодильника-излучателя космической ядерной энергетической установки с учетом внешнего теплового излучения // Изв. РАН. Энергетика. 2012. № 2. С. 103–110.
12. **Степень** черноты и коэффициенты поглощения солнечной радиации алюминием и сплавами. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://forca.ru/spravka/shiny-i-tokoprovody/stepen-chernoty-i-koefficienty-pogloscheniya-solnechnoy-radiacii-alyuminiem-i-splavami.html>.
13. **Зарубин В. С.** Температурное состояние тонкой сферической оболочки // ПМТФ. 1963. № 6. С. 169–171.
14. **Аналитический** портал химической промышленности. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <http://www.newchemistry.ru/production.php?cat-id=52&cat-parent=7&level=3>.

*Поступила в редакцию 15/IV 2016 г.,  
в окончательном варианте — 22/IX 2016 г.*