

ми условиями. При  $\alpha \Rightarrow \infty$  выражения совпадают. Таким образом, максимальный разогрев определяется адиабатическим разогревом и числом Le, и не зависит от кинетических параметров.

Авторы выражают признательность за оказанную помощь и полезные обсуждения И. Р. Габитову.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Глузберг Е. И. Теоретические основы прогноза и профилактики шахтных эндогенных пожаров.— М.: Недра, 1986.
2. Саранчук В. И., Баев Х. А. Теоретические основы самовозгорания угля.— М.: Наука, 1976.
3. Саранчук В. И. Окисление и самовозгорание угля.— Киев: Наук. думка, 1982.
4. Brooks K., Glasser D. A simplified model of spontaneous combustion in coal stockpiles // Fuel.— 1986.— 65.— P. 1035—1041.
5. Brooks K., Balakotaiah V., Luss D. Effect of natural convection on spontaneous combustion of coal stockpiles // AIChE J.— 1988.— 34, N 3.— P. 353—365.
6. Baum M. M. On predicting spontaneous combustion // Combust. Flame.— 1981.— 41, N 2.— P. 187—200.
7. Boddington T., Scott S. K., Walker I. K. Modelling thermal runaway and criticality in the oxidation of coal and other materials // Arch. Combust.— 1984.— 4, N 1.— P. 59—70.
8. Матюхина О. В. Моделирование процессов самонагрева угольных скоплений: Дис. ... канд. физ.-мат. наук.— Фрунзе, 1990.
9. Лыков А. В. Тепломассообмен.— М.: Энергия, 1978.
10. Франк-Каменецкий Д. А. Диффузия и теплопередача в химической кинетике.— М.: Наука, 1967.

г. Бишкек, Новосибирск

Поступила в редакцию 25/III 1992

УДК 536.46

О. М. Колесников

### ВЛИЯНИЕ ГОРЕНИЯ НА ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИСТЕННОЙ НЕДОРАСШИРЕННОЙ СТРУИ ВОДОРОДА СО СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ

Представлены результаты расчетных исследований горения недорасширенной струи водорода, инжектируемой в высокотемпературный сверхзвуковой поток вдоль стенки плоского канала. Параболизированные уравнения Навье — Стокса решались маршевым методом и с помощью глобальных итераций по давлению. Основное внимание уделялось влиянию горения на взаимодействие пристенной турбулентной струи с генерируемыми ею скачками уплотнения. Показано, что горение приводит к существенному увеличению неравномерности поля статического давления, к образованию внутри сверхзвукового потока дозвуковых зон, а в некоторых случаях к появлению отрыва в области взаимодействия наиболее сильного скачка уплотнения с пограничным слоем. Расчеты при различных давлениях выдува струи выявили сильную, хотя и неоднозначную зависимость длины задержки воспламенения от нерасчетности струи.

В связи с повышенным вниманием, которое уделяется проблемам создания гиперзвукового летательного аппарата, крайне актуальным становится численное моделирование сверхзвуковых вязких течений с подводом, смешением и воспламенением топлива. Наиболее строгий и универсальный подход основан на численном решении полных уравнений Навье — Стокса. Хотя здесь и имеются определенные успехи (см., например, [1]), следует признать, что возможности современных компьютеров для проведения расчетов неравновесных течений со сложной газодинамической структурой все еще недостаточны.

В настоящей работе для численного анализа воспламенения и горения тангенциальной нерасчетной струи водорода, инжектируемой в

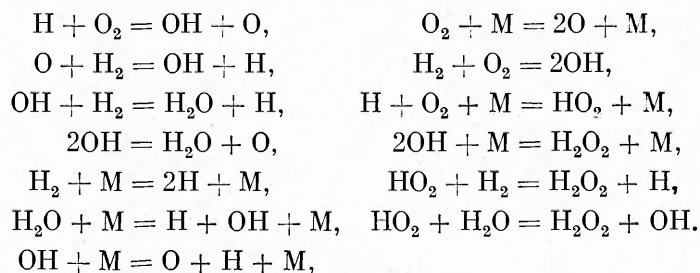
сверхзвуковой поток вдоль стенок плоского канала, привлекаются параболизированные уравнения Навье — Стокса (ПУНС). Основная цель расчетов — изучение влияния горения на взаимодействие пристенной струи с генерируемыми ею скачками уплотнения.

Система ПУНС получается в результате упрощения полных уравнений Навье — Стокса после отбрасывания несущественных для рассматриваемого типа задач вязких членов с производными в продольном направлении. В двумерной постановке используемая здесь система обезразмеренных ПУНС записывается в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} &= 0, \\ \frac{\partial \rho u^2}{\partial x} + \frac{\partial \rho uv}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_1 \frac{\partial u}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \rho uv}{\partial x} + \frac{\partial \rho v^2}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{4}{3} \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_1 \frac{\partial v}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial \rho u T}{\partial x} + \frac{\partial \rho v T}{\partial y} &= \frac{(\gamma_\infty - 1) M_\infty^2}{c_p} \left( u \frac{\partial p}{\partial x} + v \frac{\partial p}{\partial y} \right) + \frac{(\gamma_\infty - 1) M_\infty^2}{c_p} \frac{\mu_1}{\text{Re}} \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \\ &+ \frac{1}{c_p \text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( c_p \mu_2 \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\mu_2}{c_p \text{Re}} \left( \sum_i c_{pi} \frac{\partial Y_i}{\partial y} \right) \frac{\partial T}{\partial y} - \frac{1}{c_p \text{Re}} \sum_i h_i W_i, \\ \frac{\partial \rho u Y_i}{\partial x} + \frac{\partial \rho v Y_i}{\partial y} &= \frac{1}{\text{Re}} \frac{\partial}{\partial y} \left( \mu_2 \frac{\partial Y_i}{\partial y} \right) + \frac{W_i}{\text{Re}}, \end{aligned}$$

где  $\mu_1 = \mu + \rho \varepsilon \text{Re}$ ;  $\mu_2 = \mu/\text{Pr} + \rho \varepsilon \text{Re}/\text{Pr}_T$ ;  $\text{Pr} = 0,74$ ,  $\text{Pr}_T = 1$  — молекулярное и турбулентное числа Прандтля;  $Y_i$  — концентрация  $i$ -го компонента;  $\gamma_\infty$  — отношение удельных теплоемкостей в набегающем потоке;  $h_i = \int c_{pi} dT + h_{i0}$ ;  $h_{i0}$  — удельная теплота образования.

Компоненты скоростей  $u$ ,  $v$ , плотность  $\rho$ , температура  $T$ , коэффициент молекулярной вязкости  $\mu$ , удельная теплоемкость  $c_p$  отнесены к соответствующим значениям набегающего потока, давления  $p$  — к  $\rho_\infty u_\infty^2$ , коэффициент турбулентной вязкости  $\varepsilon$  к  $h u_\infty$  ( $h$  — ширина щели), а скорость образования  $i$ -го компонента  $W_i$  обезразмеривалась делением на комплекс  $\mu_\infty/h^2$ . Вычисление коэффициента турбулентной вязкости  $\varepsilon$  основывалось на модели Себеси — Смита. Кинетика горения водорода в воздухе определялась тринадцатью реакциями, в которых помимо  $\text{O}_2$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$  участвуют такие компоненты, как  $\text{O}$ ,  $\text{H}$ ,  $\text{OH}$ ,  $\text{HO}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}_2$ :



Здесь  $\text{M}$  — любой из упомянутых выше компонентов.

Для учета влияния перемежаемости на скорость химических реакций привлекалась упрощенная модель [2]. В своем оригинальном виде она неоправданно усложнена. Необходимость учета влияния перемежаемости на распределение давления показана в [3] путем сопоставления расчетных и экспериментальных данных. Отмечалось, что перемежаемость замедляет тепловыделение и, как следствие, нарастание давления.

Основное преимущество использования ПУНС по сравнению с полными уравнениями Навье — Стокса заключается в том, что в сверхзвуковых областях они относятся к смешанному гипербо-параболическому типу и, следовательно, появляется возможность решать их высокоэффективными с точки зрения реализации на компьютерах маршевыми мето-

дами. При дозвуковых скоростях система ПУНС по-прежнему эллиптически, и постановка задачи Коши принадлежит к некоторым задачам. Это обусловлено наличием в уравнении продольной компоненты количества движения члена  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , который описывает распространение возмущений по дозвуковому пристеночному слою вверх по потоку. Поэтому, если в этом слое исключить из исходной системы уравнений член  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , эллиптичность устраняется и исходную систему уравнений становится возможным решать маршевыми методами. Для задач, где дозвуковой подслоем тонки и градиенты давления малы, ошибки, вносимые этим упрощением исходной системы уравнений, будут малыми.

В используемом маршевом методе решение на очередном шаге находилось более аккуратно: с помощью двух локальных итераций. При проведении первой итерации исходная система уравнений решалась без члена  $\frac{\partial p}{\partial x}$ , точнее, в области, где  $M \leq 1$ ,  $\frac{\partial p}{\partial x}$  заменялся на  $\xi \frac{\partial p}{\partial x}$  (как и в [4]), а  $\xi = \frac{\gamma M^2}{1 + (\gamma - 1) M^2}$ . На второй итерации продольный градиент давления в дозвуковой зоне аппроксимировался явно с помощью левых разностей, исходя из информации, полученной на предыдущей итерации.

Как будет продемонстрировано ниже, в некоторых случаях вторая итерация может существенно улучшить качество численного решения. Подавление неустойчивости, обусловленной некорректностью постановки задачи Коши, здесь основывается только на присутствии конечно-разностной постановке схемном демпфировании, которое снижается с уменьшением шага, а шаг в расчетах неравновесных течений требуется достаточно малым. Радикальное решение проблемы устойчивости заключается в отказе от постановки задачи Коши, например, путем проведения глобальных итераций по давлению [5]. В этом случае член  $\frac{\partial p}{\partial x}$  аппроксимируется следующим образом:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial x}\right)_i = \xi \frac{p_i - p_{i-1}}{\Delta x} + (1 - \xi) \frac{p_{i+1} - p_i}{\Delta x},$$

где  $i$  — номер узла в направлении  $x$ ;

$$\xi = \frac{\gamma M^2}{1 + (\gamma - 1) M^2} \quad \text{при } M \leq 1;$$

$$\xi = 1 \quad \text{при } M > 1.$$

Отсюда видно, что при малых  $M$  постановка задачи становится эллиптической. Тем не менее, если задаться каким-либо предварительным распределением давления вдоль стенки, а затем  $p_{i+1}$  каждый раз брать с предыдущей итерации, то можно по-прежнему работать с тем же маршевым алгоритмом. Необходимо только (поскольку задача краевая) сформулировать условия по давлению на правой границе. Здесь решение на последнем слое ( $i = N$ ) находится по обычной маршевой методике, т. е.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \xi \frac{p_N - p_{N-1}}{\Delta x} \quad \text{при } M \leq 1.$$

В этом случае правая граница не должна располагаться в областях, где поток подвергается каким-либо сильным возмущениям. Итерационный процесс обрывается, когда разница в распределении давления, полученная на последовательных итерациях, становится малой. Дополнительные затраты памяти в методе глобальных итераций невелики. Требуется сохранения в памяти только распределение давления вдоль дозвуковых слоев. Однако при составлении программы следует иметь в виду, что воспламенение может усложнить задачу, привести к образованию

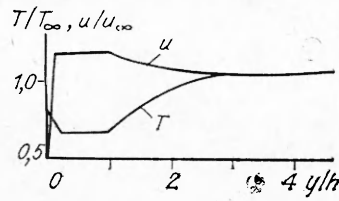


Рис. 1. Начальные данные.

новых дозвуковых слоев, как это имеет место в рассмотренных ниже примерах.

Решение исходных нелинейных уравнений в частных производных основывалось на квазилинеаризации с помощью метода Ньютона и последующем неявном численном интегрировании. Использовалась конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации в поперечном направлении и первого — в продольном. Разностные уравнения сохранения массы, количества движения и энергии решались совместно с помощью векторной прогонки. Отцеплялись только девять уравнений сохранения концентраций, которые решались с помощью скалярной прогонки.

Разработанная по данной методике программа к настоящему времени уже привлекалась для решения некоторых задач сверхзвукового горения [6—8], но только таких, в которых не требовалось проведения глобальных итераций. Ниже представлен пример задачи, где такая необходимость возникла.

Расчеты горения недорасширенных пристенных струй водорода в плоском канале проводились при следующих параметрах воздушного потока:  $T_\infty = 1010$  К,  $M_\infty = 2,63$ ,  $p_\infty = 1,74 \cdot 10^5$  Па. Водород, подогретый до 800 К, вдувался со звуковой скоростью из двух щелей высотой  $h = 0,5$  см, расположенных симметрично на противоположных стенках канала высотой 30 см. Нерасчетность струи  $p_i/p_\infty = 6$  и 2. Из рис. 1 видно, что толщина пограничного слоя, накопившегося на стенках до места вдува водорода, принималась равной 1 см. Стенка считалась теплоизоли-

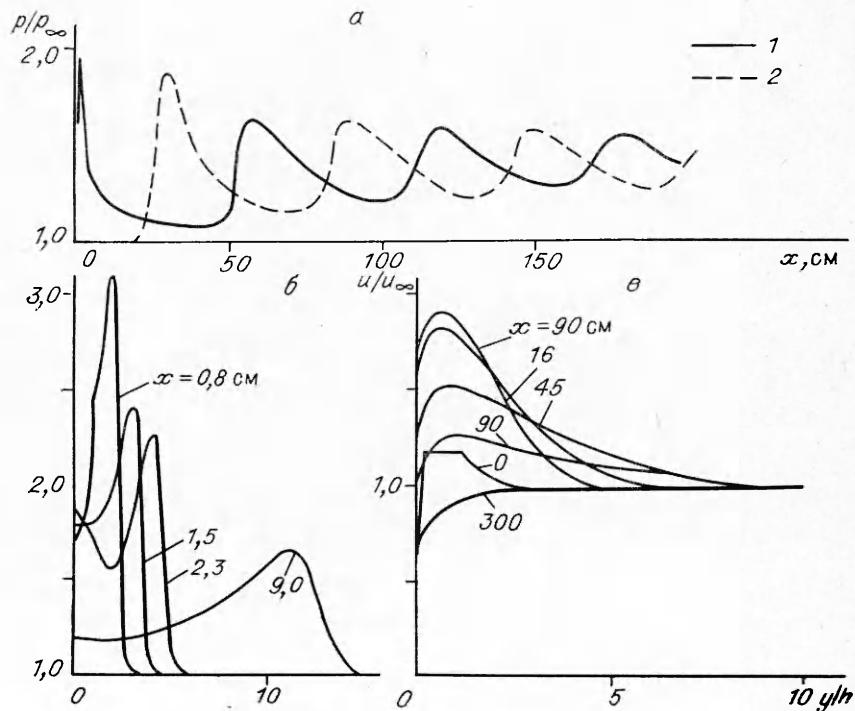


Рис. 2. Распределение давления для замороженных скоростей химических реакций (а), профили статического давления (б) и скорости (в).

1 — стенка; 2 — плоскость симметрии.

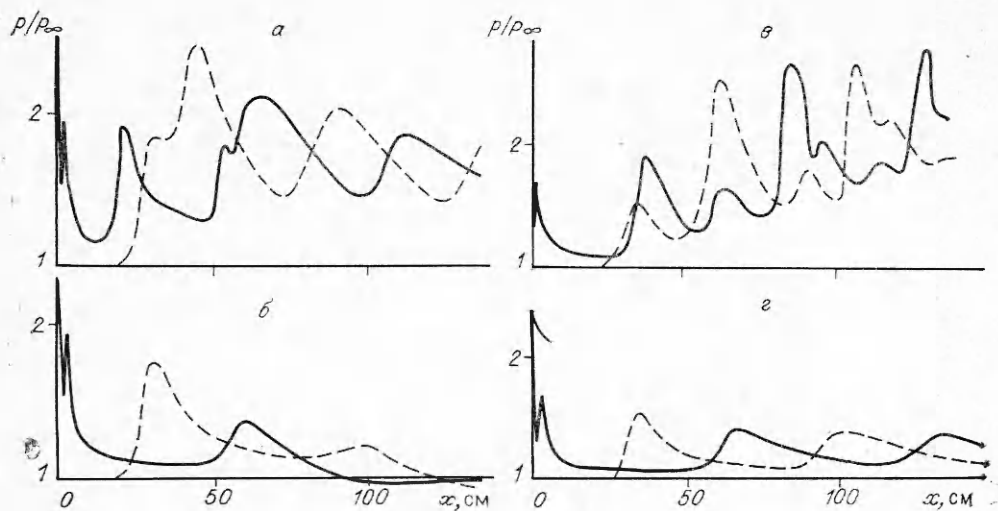


Рис. 3. Распределение давления в канале с расширением (а, б) и без него (в, г). а, в — горение; б, г — горения нет. — — — стенка; - - - - в плоскости симметрии.

рованной, пока ее температура не повышалась до 1400 К. Ниже по потоку температура стенки принималась постоянной:  $T_w = 1400$  К.

Для выявления влияния тепловыделения на газодинамику течения вначале полезно провести расчеты без химических реакций. Хорошо иллюстрирует возникновение в канале периодической структуры скачков уплотнения, порожденных недорасширенностью струи, рис. 2, где показано распределение статического давления в продольном и поперечном направлениях для случая  $p_j/p_\infty = 6$ . По мере продвижения вниз по потоку интенсивность скачков уплотнения уменьшается. Как видно из рис. 2, в, ускорение струи вследствие ее расширения продолжается примерно на расстоянии 10 см. Ниже по потоку в результате турбулентного смешения скорости выравниваются, так что на расстоянии 2,5 м уже мало что напоминает о присутствии струи, если располагать только данными о распределении скорости поперек канала. Ускорение струи вблизи среза сопла приводит к быстрому увеличению числа Маха, вследствие чего, за исключением очень узкой дозвуковой пристенной части пограничного слоя, поток в канале всюду сверхзвуковой. Именно по этой причине маршевая процедура решения ПУНС работает здесь очень хорошо.

Расчеты без горения помогают определить нужную длину для полного смешения водорода с воздухом. Как показывают профили концентрации водорода, трех метров для этих целей явно недостаточно: в значительной части канала ( $\sim 1/3$  по площади) водород все еще отсутствует.

Начало воспламенения в расчетах с горением можно обнаружить как по профилям концентрации паров воды, температуры, так и по появлению нового пика в распределении давления на стенке канала (рис. 3). В случае  $p_j/p_\infty = 6$  (рис. 3, а, б) воспламенение происходит на расстоянии  $x_* = 12$  см от места вдува, при  $p_j/p_\infty = 2$  (рис. 3, в, г)  $x_* = 28$  см. Причина сильного влияния давления вдува на длину задержки воспламенения заключается в следующем. Бóльший перепад давления увеличивает разницу скоростей потока и струи, что в свою очередь повышает коэффициент турбулентной вязкости и, следовательно, скорость смешения. Так, в первом случае максимальная величина коэффициента турбулентной вязкости на расстоянии  $x = 10 \div 30$  см в 2 раза выше, чем во втором, что и приводит к более быстрому образованию в слое смешения пригодной для воспламенения воздушно-водородной смеси.

Следует подчеркнуть, что вывод о влиянии нерасчетности пристенной струи на задержку воспламенения получен в условиях, когда статическая температура внешнего потока достаточна для воспламенения.

Когда же она меньше, то, как показано в [8], влияние нерасчетности обратное.

Наиболее сильный скачок уплотнения в рассматриваемых примерах порождается воспламенением водорода. Область взаимодействия этого скачка со слоем смешения после отражения его от плоскости симметрии представляет наиболее серьезное препятствие для решения ПУНС маршевыми методами. Повышение температуры в слое смешения, обусловленное воспламенением, приводит к падению там числа Маха. Взаимодействие этого горячего слоя со скачком уплотнения приводит к дальнейшему падению величины  $M$  вплоть до образования сравнительно обширной (до  $1/4$  сечения) дозвуковой области. Как следствие, устойчивость маршевого алгоритма резко ухудшается, и решение сравнительно быстро разрушается. Устойчивое решение с помощью маршевой процедуры удалось получить только после предотвращения чрезмерного падения числа Маха путем расширения канала под углом  $2,3^\circ$  в месте падения скачка уплотнения на стенку ( $x = 50$  см). Внутренняя дозвуковая область здесь также образуется, но ее размеры в поперечном и продольном направлениях сокращаются, а  $M_{\min}$  в ней возрастает.

С методическими целями проводились расчеты и по наиболее распространенному варианту маршевых методик — с одной локальной итерацией. Как видно из рис. 3, а, совпадение кривых, полученных с одной и двумя итерациями, наблюдается только до прихода к стенке скачка уплотнения. Ниже по потоку, где появляется внутренняя дозвуковая область, в расчетах с одной итерацией появляются нефизические колебания давления, что наглядно свидетельствует о том, что маршевые методики надежны только в тех случаях, когда дозвуковой подслоем сравнительно тонок и его вкладом в общее изменение толщины вытеснения можно пренебречь.

Трудности получения решения для канала без расширения удалось преодолеть, только привлекая метод глобальных итераций. Распределение давления и коэффициента трения  $c_f$  приведено на рис. 4. Для сходимости здесь потребовалось 20 итераций. В других областях, где градиенты давления малы, мало и влияние итераций. Для сходимости достаточно трех итераций. Наиболее важная особенность, которую выявили расчеты, состоит в возникновении отрыва пограничного слоя в месте падения скачка уплотнения на горячую пристенную струю. Появление в области отрыва нового механизма передачи возмущений вверх по потоку (конвекции) в общем случае требует серьезной переработки алгоритма. В первую очередь необходимо изменить конечно-разностную аппроксимацию конвективных членов, потребный объем машинной памяти при этом резко увеличивается. Однако, если отрывная зона мала, как это имеет место в рассматриваемом примере, то можно обойтись без сколь-

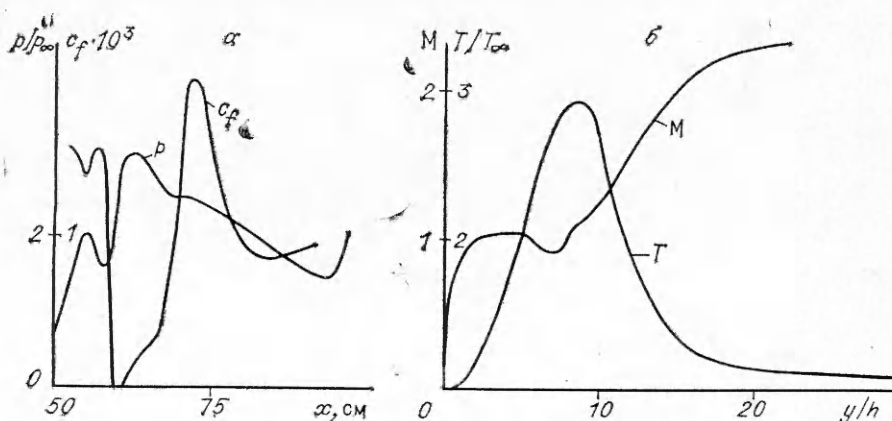


Рис. 4. Распределение давления и коэффициента трения в канале без расширения для  $p_i/p_\infty = 6$  в окрестности взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем (а) и профили числа Маха и температуры при  $x = 0,66$  (б).

ко-нибудь серьезной переделки алгоритма. Для получения устойчивого решения достаточно сделать нулевыми скорости в тех узлах, где расчеты обнаруживают появление отрицательных скоростей. Именно по этой причине на рис. 4, а коэффициент трения в отрывной зоне равняется нулю.

Сравнение результатов расчетов по распределению давления с горением и без него (см. рис. 3) позволяет сделать два основных вывода относительно влияния горения на газодинамику течения: 1) горение приводит к повышению давления в канале в 1,5—2 раза, 2) при горении резко увеличивается неоднородность поля статического давления. Как известно, определение полноты сгорания в экспериментальных исследованиях обычно основывается на предположении об одномерности потока, в первую очередь статического давления.

Настоящие расчеты свидетельствуют, что это предположение для сверхзвукового горения не всегда справедливо. Очень осторожно следует относиться и к попыткам решения тех или иных проблем сверхзвуковых камер сгорания путем холодных испытаний в аэродинамических трубах. Как свидетельствуют представленные выше расчеты, объемное тепловыделение в рассмотренных примерах сравнительно невелико. Например, при  $p_j/p_\infty = 2$  на длине 1,5 м сгорает примерно 30 % водорода ( $m_j/\rho_\infty u_\infty h = 0,43$ ). Тем не менее влияние горения на течение в канале значительно. Горение приводит к возникновению новых скачков уплотнения, усилению уже существующих, а их взаимодействие с пограничным слоем в свою очередь может привести к появлению отрывов.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Баев В. К., Головичев В. И. и др. Горение в сверхзвуковом потоке.— Новосибирск: Наука, 1984.
2. Spiegler E., Wolfstein M., Manheimer-Timnat R. A model of unmixedness for turbulent reacting flows // Acta Astronautica.— 1976.— 3, N 3—4.
3. Колесников О. М. Влияние пульсацйй концентраций на воспламенение пристенной струи водорода в сверхзвуковом потоке // ФГВ.— 1985.— 21, № 1.
4. Vigneron Y. C., Rakich J. V., Tannehill J. C. Calculation of supersonic viscous flows over delta wings with sharp subsonic leading edges // AIAA Paper, 78—1137.
5. Barnett M., Power G. D. An efficient algorithm for strong viscous/Inviscid Interaction in Hypersonic Flows // Ibid, 88—0712.
6. Колесников О. М. Влияние горения водорода в сверхзвуковом пограничном слое на коэффициент трения // Уч. зап. ЦАГИ.— 1988.— 19, № 3.
7. Колесников О. М. Влияние инъекции водорода на взаимодействие неравновесного пограничного слоя с внешним гиперзвуковым потоком // Там же.— 1987.— 18, № 6.
8. Колесников О. М. Влияние нерасчетности на задержку воспламенения пристенной струи водорода в сверхзвуковом потоке // ФГВ.— 1990.— 26, № 5.

г. Жуковский

Поступила в редакцию 26/III 1992

УДК 536.46

С. А. Рашковский

### СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГОРЕНИЯ ГЕТЕРОГЕННЫХ КОНДЕНСИРОВАННЫХ СМЕСЕЙ

Разработана модель стационарного горения гетерогенных полидисперсных конденсированных смесей, основанная на идеях модели Бекстеда — Дерра — Прайса и ее обобщениях. Используемый подход позволил сформулировать краевую задачу для тепловых потоков и скоростей разложения псевдосвязующих различного уровня. Обобщена схема выгорания частиц окислителя.

Предложенная Бекстедом, Дерром и Прайсом модель (модель БДП) стационарного горения конденсированных смесей (КС) [1], основанная

© С. А. Рашковский, 1992.

2 Физика горения и взрыва № 6, 1992 г.

17