

ференциальных полос. Для определения положения порядков и граничных наблюдений применялся оптический компаратор. Использовался в основном монохроматический свет с длиной волны 546,1 мкм.

В результате экспериментального исследования построена зависимость в безразмерной форме коэффициента интенсивности напряжений $k_{\text{эксп}}$ от полудлины трещины a для одного и того же материала полосы (фиг. 3). Из рассмотрения экспериментальной кривой видно, что $k_{\text{эксп}}$ уменьшается с уменьшением длины трещины, причем изменение непропорционально \sqrt{a} , как это вытекает из классической теории.

Поступила 15 II 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Sternberg E., Muki R. The effect of couple-stresses on the stress concentration around a crack.—Intern. J. Solids and Structures, 1967, vol. 3, p. 69—95.
2. Tiwari G. Effect of couple-stresses on the distribution of stress along a crack.—J. Science Engng Research, 1968, vol. 12, p. 125—138.
3. Hahn H. Rißprobleme im Cosserat-Kontinuum.—ZAMM, 1974, Bd 51, S. 143—145.
4. Партон В. З., Кудрявцев Б. А. Об одном приеме решения задач о трещине и штампе в моментной теории упругости.—Проблемы прочности, 1971, № 3, с. 78—81.
5. Itou S. The effect of couple-stresses on the stress concentration around an elliptic hole.—Acta Mechanica, 1973, vol. 16, p. 289—296.
6. Мухелишвили Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. Изд. 5-е. М., «Наука», 1966.
7. Mindlin R. Complex representation of displacements and stresses in plane strain with couple-stresses.— В кн.: Труды международного симпозиума в Тбилиси. Т. 1. М., «Наука», 1963.
8. Irwin G. Fracture.— In: Handbuch der Physik. Bd 6. Berlin, Springer, 1958, S. 551—590.
9. Ширяев Я. М. Концентрация напряжений вблизи неоднородности и экспериментальное выявление эффекта моментных напряжений.—ПМТФ, 1976, № 4, с. 142—144.

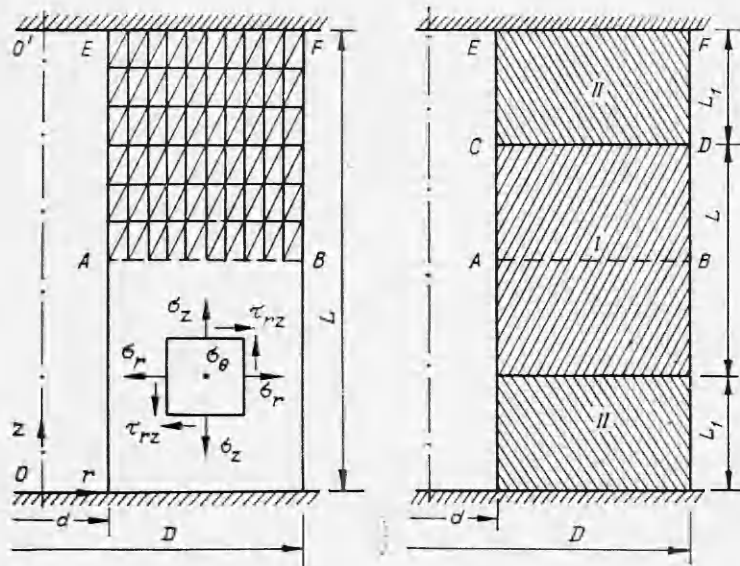
УДК 539.4

О ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛОВ НА СЖАТИЕ

М. М. Муздакбаев, В. С. Никифоровский

(Новосибирск)

Состояние сжатия в материале, горных породах, деталях машин и элементах конструкций является, по-видимому, наиболее распространенным. Для оценки этого состояния введено такое понятие, как предел прочности на одноосное сжатие, эта характеристика материала считается одной из основных. Можно также принять, что материал разрушается при достижении максимальными касательными напряжениями предела прочности, причем последний оказывается в два раза меньше предела прочности на сжатие. При этом следует отметить достаточно сильную зависимость предела прочности на сжатие от многих факторов: формы образца, его размеров и объема, от условий на торцах и т. п. [1,2]. Экспериментаторы давно пришли к заключению, что предел прочности на одноосное сжатие



Ф и г. 1

не является характеристикой материала [3,4]. Действительно, зафиксированные до сих пор описания картин разрушения образцов [2, 3, 5] с образованием наклонных поверхностей разрушения или поверхностей разрыва, соосных действующей сжимающей нагрузке, можно скорее всего связать не с сжимающими нагрузками, а с напряжениями сдвига или растяжения. Кроме того, проведенные экспериментальные и численные исследования показали, что в условиях (на первый взгляд) простого испытания имеет место сложная неоднородная картина напряженного состояния, изменяющаяся при изменении условий эксперимента [6—9].

В [9] получен ряд результатов по изучению напряженного состояния образца в условиях плоской деформации, по исследованию влияния размеров, соотношения свойств, а также роли прокладок.

В данной работе проведено численное исследование напряженного состояния трубчатых образцов с обсуждением некоторых особенностей, интересных и важных с точки зрения понимания смысла предела прочности на сжатие. Расчет проводился методом конечных элементов с использованием элементов треугольной формы [10]. На фиг. 1 показан разрез трубчатого образца меридиональной плоскостью, здесь видны геометрические размеры: внешний и внутренний диаметры D и d , длина образца L , а также длина прокладок L_1 . В верхней симметричной половине $ABFE$ дано разбиение на элементы, напряженное состояние характеризуется четырьмя компонентами тензора напряжений σ_z , σ_r , σ_θ и τ_{rz} . Так как картина симметрична относительно четверти цилиндра (ось симметрии OO' , плоскость симметрии AB), задачу поставим и будем решать для области $ABFE$. В качестве граничных условий сформулируем следующие:

$$(1) \quad \begin{aligned} v &= 0, \tau_{rz} = 0; & z = L/2, & d/2 < r < D/2; \\ u &= 0, v = \text{const}; & z = L, & d/2 < r < D/2; \\ \tau_{rz} &= 0, \sigma_r = 0; & r = d/2, & D/2, L/2 < z < L. \end{aligned}$$

Первые из граничных условий (1) означают условие в плоскости симметрии $z = L/2$ по всей толщине образца. На верхнем торце задано жест-

кое перемещение на величину $v = \text{const}$ только в вертикальном направлении $u = 0$, здесь u и v — горизонтальная и вертикальная составляющие смещения точек. Боковые грани свободны от напряжений. Следует отметить, что жесткое «защемление» точек верхней грани — отсутствие горизонтальных смещений на границе образца и давящей плиты — является крайним случаем. На самом деле имеет место некоторое проскальзывание. Тем не менее сознательное закругление постановки задачи позволяет скорее увидеть и понять эффект неоднородности картины.

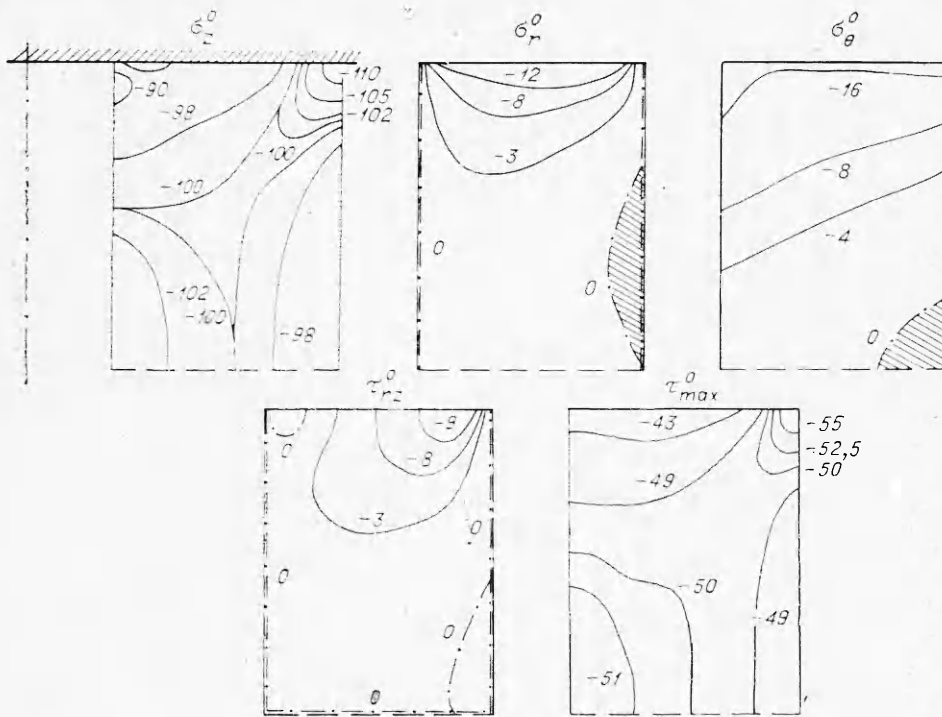
Представление о поле напряжений в образцах с отношением диаметра основания к его длине $D/L = 1(D/d = 3,7, E = 5 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2, \nu = 0,15$, где E и ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона, материал — мрамор) дает фиг. 2. Здесь сплошными, штриховыми и штрихпунктирными линиями показаны изобары — линии равных сжимающих, растягивающих и нулевых соответственно значений компонент напряжений $\sigma_z^0, \sigma_r^0, \sigma_\theta^0, \tau_{rz}^0$ и τ_{max}^0 в процентном отношении к среднему вертикальному напряжению $\sigma_{ij}^0 = \sigma_{ij}/100/\bar{\sigma}_z$; области растягивающих нормальных напряжений заштрихованы. Неоднородность напряженного состояния проявляется на всех компонентах. Так, вертикальные напряжения σ_z несколько больше на внешнем диаметре и меньше на внутреннем по сравнению со средним давлением вблизи торца, в центральной части наблюдается обратная картина: пригрузка внутренней части и относительная разгрузка внешней. Отличными от нуля оказываются радиальная σ_r , азимутальная σ_θ нормальные и касательная τ_{rz} компоненты тензора напряжений. Обращают на себя внимание две особенности: а) концентрация всех этих напряжений имеет место вблизи торца — в окрестности ограничивающей поверхности; б) смена знака на нормальных напряжениях в средней части образца, значительный градиент касательной компоненты вблизи торца на внешнем диаметре.

Эти два факта необходимо отметить с целью анализа возможного механизма разрушения образца. Изучение изобар показывает, что разрушение по вертикальным плоскостям, соосным действующему сжатию, не так уж парадоксально, как отмечалось в [11]; существует реальная причина — растяжение на радиальных и азимутальных площадках. На картине изобар максимальных касательных напряжений

$$|\tau_{\text{max}}| = \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_r - \sigma_z)^2 + 4\tau_{rz}^2}$$

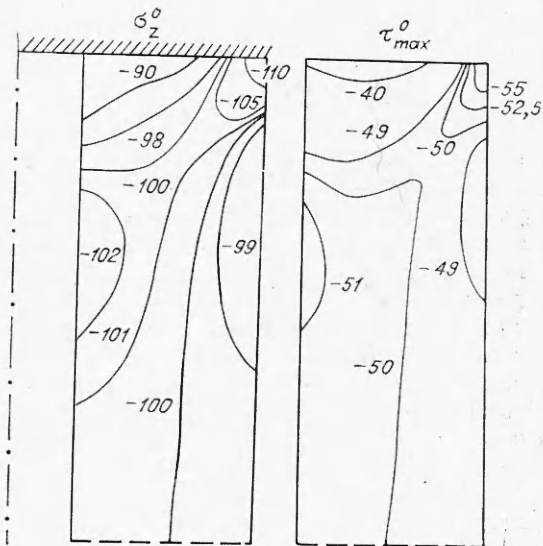
имеет место область концентрации и больших градиентов вблизи торца на внешнем диаметре. На всех компонентах неоднородность картины отмечается по всему объему образца.

С увеличением вертикального размера влияние торцов друг на друга уменьшается, концевые зоны расходятся, перестают влиять друг на друга. Локализация зон заканчивается при отношении $L \approx 2D$, одновременно с этим важно отметить следующие особенности (фиг. 3, $L = 2D, D/d = 3,7, E = 5 \cdot 10^5 \text{ кг/см}^2, \nu = 0,15$). Торцевая зона занимает только верхнюю часть картины; в средней части вертикальная компонента близка к среднему значению, радиальная, азимутальная нормальные и касательная компоненты близки к нулю, причем радиальное и азимутальное напряжения являются слабopоложительными (растягивающими) в обширной центральной зоне; максимальные касательные напряжения в зоне однородности, как это и следует быть, близки к половине среднего значения вертикального напряжения. В концевой зоне происходит некоторое усиление неоднородности картины: концентрация напряжений $\sigma_r, \sigma_\theta, \tau_{rz}$ и особенно τ_{max} , хотя и слабо, но усиливается.

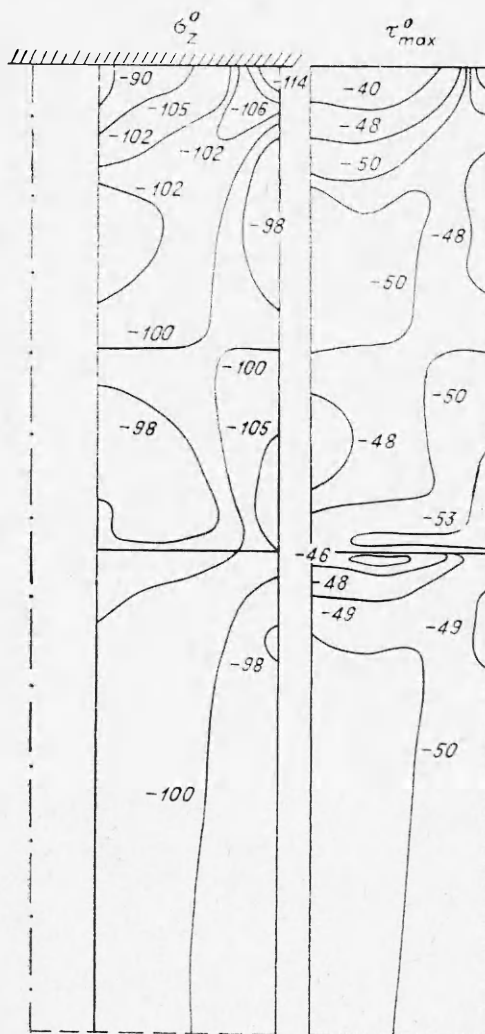


Ф и г. 2

Известен экспериментальный результат снижения и стабилизации предельного значения на одноосное сжатие с увеличением вертикального размера. Многие связывают эту стабилизацию при $L \geq 2D$ с появлением зоны однородности напряженного состояния. Как было отмечено выше, с переходом $D < L < 2D$ действительно происходит оформление концевых зон, последние расходятся, перестают влиять друг на друга, организуется зона однородности, и на первый взгляд путем изменения геометрии получен желаемый результат. Однако одновременное незначительное повышение концентрации τ_{max} и образование обширных зон растягивающих нормальных напряжений и экспериментальный результат разрушения образцов от плоскости давящих плит из внешней области, т. е. из области неоднородности напряженного состояния, или по вертикальным плоскостям, также имеют причиной слабую неоднородность в срединной части. Эти сопоставления позволяют сделать вывод о том, что стремление к однородности кар-



Ф и г. 3



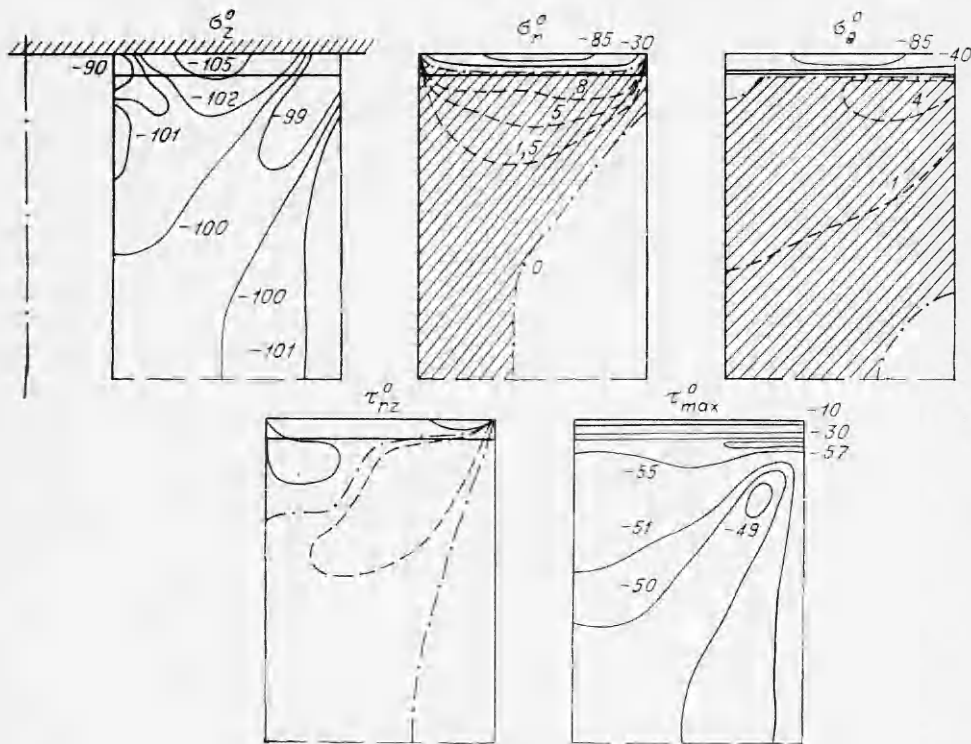
Ф и г 4.

нию, а радиальная и азимутальная нормальные и касательная составляющие поля напряжений близки к нулю, за исключением некоторой узкой зоны вблизи контакта с прокладкой. В этой же зоне имеет место также отклонение τ_{max} от однородности, а в самой прокладке — описанная выше ситуация со сформированной торцевой зоной, в последней концентрации несколько больше по сравнению с предыдущей, которую следует связать скорее с большим коэффициентом Пуассона (0,27 вместо 0,15), чем с тенденцией к увеличению, связанной с ростом длины образца. На контакте образец — прокладка возможны различные случаи, так как при совместном деформировании разнородных материалов проявляются несоответствия в радиальных ϵ_r и азимутальных ϵ_θ деформациях (различны модули Юнга и коэффициенты Пуассона).

Весьма интересная ситуация наблюдается при применении мягких легко деформируемых прокладок. В этом случае образец, как правило, разрушается не по площадкам скольжения, а по вертикальным плоскостям, параллельным направлению действия нагрузки. Механизм действия

тины не оправдано, понижение предела прочности можно связать с усилением концентрации τ_{max} , а смену характера разрушения с появлением новой причины — с растяжением на вертикальных площадках. Уменьшение соотношения диаметров D/d приводит к тому же результату, что и увеличение длины образца.

Принято, что одним из способов смягчения торцевого эффекта снижения трения на торцах и, как следствие, получение однородности полей напряжений является применение смазки — разнообразных по форме и свойствам прокладок. При применении кольцевых по форме образца стальных прокладок (область II на фиг. 1, б, AB — плоскость симметрии, OO' — ось симметрии, на границе раздела CD образец — прокладка так же, как и в торцевой зоне, произведено измельчение конечных элементов) действительно усиливается однородность напряженного состояния образца (фиг. 4, $L/D = 2$, $L_1/D = 1$, $D/d = 3,7$, $E_1 = 5 \cdot 10^5$, $E_2 = 2,1 \cdot 10^6$ кг/см², $\nu_1 = 0,15$, $\nu_2 = 0,27$). Наблюдается отмеченная выше тенденция изменения полей напряжений при увеличении длины образца. В рассматриваемой ситуации последний практически находится в области однородности напряженного состояния: вертикальная компонента близка к среднему значению,



Фиг. 5

такой прокладки является обратным по сравнению со случаем жесткого защемления. Прокладка, деформирующаяся интенсивнее в поперечном направлении, в силу действующего трения будет увлекать образец за собой, поэтому вызовет растяжение. Сама прокладка будет испытывать значительное сжатие. На фиг. 5 представлены картины изобар для случая $L = D$, $L_1 = 0,05 L$, $D/d = 3,7$, $E_1 = 5 \cdot 10^5$, $E_2 = 5 \cdot 10^3$ кг/см², $\nu_1 = 0,45$, $\nu_2 = 0,45$ (см. фиг. 1, б, II — свинец). Обращает на себя внимание качественное изменение всех компонент тензора напряжений. Так, зоны относительной разгрузки и пригрузки по сравнению со средним значением вертикального напряжения поменялись местами по сравнению с фиг. 2. Знаки на радиальной и азимутальной нормальных и касательной компонентах также сменились на обратные. Концентрация максимальных касательных напряжений возросла. Причем если концентрация τ_{\max} возросла незначительно, то зона растяжения по σ_r и σ_θ теперь занимает практически весь образец; амплитуды, хотя и сравнительно маленькие, выросли теперь в несколько раз. Вполне естествен поэтому переход от одного вида разрушения к другому.

Приведенные в статье результаты расчета и соображения показывают, что простой в исполнении эксперимент на одноосное сжатие оказывается достаточно сложным с точки зрения анализа. Напряженное состояние образца существенно неоднородно, причем условия разрушения выполняются в первую очередь в области неоднородности картины — в окрестности давящих плит испытательной машины. В результате этого предел прочности на одноосное сжатие скорее всего является удобной технической прочностной характеристикой образца-конструкции, но вряд ли может быть характеристикой материала.

Поступила 29 IV 1977

ЛИТЕРАТУРА

1. Карташев Ю. М., Грохольский А. А. Методические указания по определению прочности горных пород на сжатие. Л., ВНИМИ, 1973.
2. Ильницкая Е. И. и др. Свойства горных пород и методы их определения. М., «Недра», 1969.
3. Кузнецов Г. Н. Механические свойства горных пород. М., Углетехиздат, 1947.
4. Бурштейн Л. С. Статические и динамические испытания горных пород. Л., «Недра», 1970.
5. Поль Б. Макроскопические критерии пластического течения и хрупкого разрушения. — В кн.: Разрушение. Т. 2. М., «Мир», 1975.
6. Brady B. T. A mechanical equation of state for brittle rock. — «Int. J. Rock Mech. Min. Sci.», 1970, vol. 7, p. 385—424; vol. 10, p. 281—309.
7. Brown E. T. Controlled failure of hollow rock cylinders in uniaxial compression. — «Rock Mechanics», 1972, vol. 4, p. 1—24.
8. Al-Chalabi M., Huang C. L. Stress distribution within circular cylinder in compression. — «Int. J. Rock Mech. Min. Sci.», 1974, vol. 11, N 2.
9. Бейсетаев Р. Б., Никифоровский В. С. К вопросу о прочности твердых тел на одноосное сжатие. — ФТПРПИ, 1976, № 3, с. 15—20.
10. Зенкевич О., Чанг И. Метод конечных элементов в теории сооружений и механике сплошных сред. М., «Недра», 1974.
11. Бриджмен П. Исследование больших пластических деформаций и разрыва. М., ИЛ, 1955.

УДК 548.51:536.2

КОНВЕКТИВНЫЕ ЯВЛЕНИЯ В ЖИДКИХ ВКЛЮЧЕНИЯХ, ДРЕЙФУЮЩИХ В НЕОДНОРОДНО НАГРЕТЫХ ТВЕРДЫХ ТЕЛАХ

Ю. К. Братухин

(Пермь)

1. Рассмотрим заполненную жидкостью сферическую полость в безграничном твердом массиве. Жидкость растворяет вещество массива и представляет собой в равновесных условиях насыщенный раствор концентрации C_0 . Зададим на бесконечности постоянный горизонтальный градиент температуры $\nabla T_e = A$. При таких условиях в поле силы тяжести g в жидкости возникает свободное конвективное движение.

Примем, что движение медленное, установившееся; вещество массива легко растворяется в жидкости; твердая фаза из пересыщенного раствора может кристаллизоваться только на границе включения с матрицей; растворение вещества в жидкости не приводит к изменению объема последней; эффекты термодиффузии и диффузионной теплопроводности пренебрежимо малы [1]. Все параметры (кинематический и динамический коэффициенты вязкости ν и η , коэффициенты теплопроводности и теплопроводности κ и χ , коэффициент диффузии D) жидкости и массива постоянны. Растворимость C_0 и плотность жидкости ρ линейно зависят от температуры T . Плотность будем считать еще зависящей от концентрации C , определенной как отношение массы вещества массива в единице объема раствора к массе этого объема:

$$\rho(T, C) = \rho(T_0, C_0) [1 + \alpha(C - C_0) - \beta(T - T_0)],$$

$$C_0(T) = C_0(T_0) + (dC_0/dT)(T - T_0).$$