



**БРАЗИЛЬСКАЯ ПРОЧНОСТЬ НА РАСТЯЖЕНИЕ И ЕЕ СВЯЗЬ
С ПРОЧНОСТЬЮ НА РАЗРЫВ**

В. П. Ефимов

*Институт горного дела им. Н. А. Чинакала СО РАН, E-mail: efimov-pedan@mail.ru,
Красный проспект 54, г. Новосибирск 630091, Россия*

Представлены результаты сравнения бразильской прочности на растяжение с прочностью на одноосное растяжение. Отмечено, что на основе только статистической обработки можно получить лишь грубые оценки прямой прочности на разрыв по измеренной бразильской прочности. Для согласования этих величин следует привлекать модели, учитывающие структуру материала. Учет двухосности поля напряжений, приводящий к уменьшению бразильской прочности по сравнению с прямым растяжением, и учет неравномерности растягивающих напряжений, вызывающий обратный эффект, позволяют согласовать величины прочности на растяжение, измеренные разными способами.

Горные породы, прочность на растяжение, бразильский метод, трещиностойкость, структурный параметр

**BRAZILIAN TENSILE STRENGTH AND ITS RELATIONSHIP
WITH UNIAXIAL TENSILE STRENGTH**

V. P. Efimov

*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,
E-mail: efimov-pedan@mail.ru, Krasny pr. 54, Novosibirsk 630091, Russia*

Comparison of Brazilian tensile strength with uniaxial tensile strength is presented. It is noted that on the basis of only statistical processing, it is possible to obtain only rough estimates of direct tensile strength from the measured Brazilian strength. To agree on these values, models that take into account the structure of the material should be used. Taking into account the biaxiality of the stress field, which leads to a decrease in Brazilian strength compared to direct tensile stretch, and considering the nonuniformity of tensile stresses causing the opposite effect, it is possible to correlate the values of tensile strength measured by different methods.

Rocks, tensile strength, Brazilian test, fracture resistance, structural parameter

Прочность горных пород на растяжение для многих технологических процессов в горном деле является основным параметром для определения несущей способности элементов горных конструкций. Природный массив горных пород находится в условиях тотальных сжимающих напряжений, но проведение в нем горных работ меняет исходное состояние массива, и образуются зоны, подверженные растягивающему или сдвиговому напряжению. Кроме того, исследования [1–3] возникновения и роста микротрещин при сжатии образцов горных пород показывают, что микротрещины, растущие под воздействием приложенного напряжения в хрупких породах, — растягивающие, а не сдвиговые и ориентированы в основном параллельно сжимающему напряжению. Это факт свидетельствует о взаимосвязи между прочностью на растяжение и сжатие породы, в основе разрушения которых лежат схожие механизмы. В работе [4] пока-

зано, что разрушение прочных керамических материалов при сжатии контролируется также ростом осевых микротрещин растяжения. Для горных пород, как и многих хрупких сред, характерно большое отношение прочности на сжатие к прочности на растяжение. По указанным причинам горные породы наиболее уязвимы при растяжении, поэтому характеристики горных пород при растяжении имеют первостепенное значение в инженерно-технических задачах.

Прочность на растяжение определяется как прямыми, так и косвенными методами. Прямые испытания горных пород на растяжение из-за сложности подготовки образцов и специфических условий проведения осуществляются крайне редко, и используются обычно как калибровочные. Более распространены косвенные методы, такие как испытания на изгиб или бразильский тест, но величины прочности в этих случаях отличаются от испытаний, выполненных в однородном поле растяжения. Исследователи давно пришли к выводу, что прочность материала зависит от приложенного поля напряжений, а поле напряжений любого косвенного метода отличается от однородного. Изучая научную литературу по прочности горных пород на растяжение можно заметить, что большинство данных получены в результате использования бразильского теста.

Бразильская проба — это самый простой косвенный метод испытаний, позволяющий определить предел прочности на растяжение хрупких горных пород. Первоначально предложенный для тестирования бетона [5] метод прочно вошел в практику испытаний горных пород. В этом испытании дисковый образец, обычно толщиной равной радиусу, диаметрально сжимается до разрушения. С момента возникновения метода он претерпел много модификаций, основные из которых схематично представлены на рис. 1.

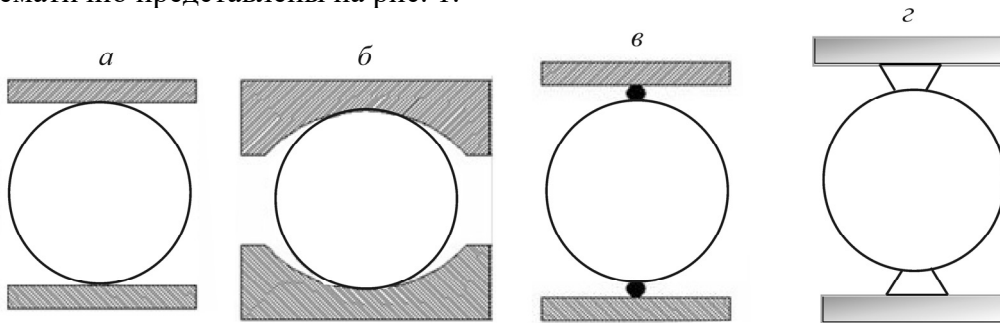


Рис. 1. Наиболее часто употребляемые схемы для проведения бразильских испытаний

Сжатие вызывает растягивающие напряжения вдоль вертикального диаметра, которое практически постоянно по диаметру за исключением небольших зон возле точек приложения нагрузки. Бразильская прочность на растяжение обычно рассчитывается исходя из предположения, что разрушение возникает в центре диска в точке максимального растягивающего напряжения. Упругое решение этой задачи дает двухосное поле в центральной части диска, причем напряжения, ортогональные растяжению, в центре диска являются сжимающими и втрое превышают растяжение. Формула расчета прочности на растяжение при раскалывании диска

$$\sigma_t = \frac{2F}{\pi Dt}, \quad (1)$$

где F — усилие в момент разрушения; D, t — диаметр и толщина диска.

Эта формула применяется и в американском стандарте (рис. 1а) [6], и в международном (рис. 1б) [7], и в китайском (рис. 1в), и в том же виде при использовании схемы, предложенной в [8]. Из-за наличия существенных сжимающих напряжений в точках контактов разрушение нередко начинается из окрестностей этих точек и такие испытания бракуются (в зачет идут только образцы, разрушение которых произошло из внутренней области образца по линии приложения нагрузки). Все изображенные схемы направлены на минимизацию количества отбра-

кованных образцов, как не соответствующих стандарту при испытаниях. Исследователи отмечают, что применение разных по конфигурации плит или подкладок, меняет граничные условия, но мало меняет поле в центре диска, а соответственно несущественно меняются величины вычисленной прочности по формуле (1). По сути, эта малая поправка в соотношении прочностей на прямое и бразильское растяжение. Как видно из соотношения (1), в предлагаемой обработке результатов испытаний наличие двухосности поля напряжений просто игнорируется. Вопрос о влиянии двухосности поля напряжений и о соотношении полученной прочности на растяжение с прочностью на прямой разрыв не снимается с повестки дня.

В работе [9] отмечено, что за полувековую историю развития бразильского метода проведено большое количество теоретических и экспериментальных исследований, связанных с определением прочности материалов на прямое растяжение и бразильскими испытаниями, но практические подходы для их согласования до сих пор не найдены. Многие авторы предлагают введение поправочных коэффициентов по категориям пород для коррекции величин прочности на растяжение, полученных бразильским способом, например [11]. С точки зрения автора путь, основанный только на статистической обработке без учета характеристик среды, не перспективен, так как поле напряжений при бразильском испытании не только двухосное, но и неоднородное.

Испытания на растяжение прямым и бразильским способом. На основе данных как обзорных статей [10–12], так и оригинальных работ составлена таблица сравнения данных по прочности на прямое растяжение и бразильское испытание. Породы в табл. 1 объединены в несколько групп, после каждой из которых приведено среднее значение и доверительный интервал отношения бразильской прочности к прочности на прямое растяжение. Следует заметить, что средние значения разнятся от 0.9 до 1.46 при среднем по всем породам 1.2. Этот экспериментальный факт противоречит утверждению некоторых авторов [28, 29] о том, что бразильская прочность должна быть ниже по отношению к прямому разрыву за счет вклада в деформацию растяжения от поперечного сжатия, которое определяется двухосностью поля напряжений.

Расчетная модель. Для объяснения противоречивых величин отношения прочностей, измеренных косвенным и прямым способом, в зависимости от материала в работе [29] предложена двухпараметрическая модель, учитывающая структуру испытываемой среды δ . На рис. 2 представлена расчетная зависимость отношения прочностей, измеренных бразильским и прямым способом для материала с коэффициентом Пуассона $\nu = 0.2$ при различных соотношениях поперечного и продольного размера структуры в условиях плоской деформации. В основу модели положен критерий предельной работы растягивающих напряжений на соответствующих деформациях.

Смещение графиков ниже 1 — это следствие двухосности поля напряжений, и оно в зависимости от изменения в широких пределах коэффициента Пуассона варьирует от 0.65 до 0.9 для плоской деформации. Учет неравномерности полей напряжений на структуре среды приводит к повышению этого отношения в зависимости от соотношения структуры и диаметра испытываемого зерна. Зависимость $\sigma_{Bts} / \sigma_{uts}$ при отношении поперечного размера структуры к продольному, равному 1.7, показала наилучшее соответствие экспериментальным данным для бетона с разными наполнителями. К таким же результатам приводит применение интегрального критерия разрушения. Это иллюстрирует рис. 3. Так как при испытаниях бразильским способом поле растягивающих напряжений в центре диска в направлении, перпендикулярном распространению трещины, имеет спадающий характер (рис. 3а), зависимость эффективных растягивающих напряжений от безразмерной величины δ/R будет спадающей (R — радиус диска). На рис. 3б представлена обратная к ней зависимость, а именно, расчетное отношение бразильской прочности к прочности на одноосное растяжение при применении интегрального критерия разрушения на параметре структуры и в поперечном направлении, равным δ .

ТАБЛИЦА 1. Сравнение результатов испытаний на прямое и бразильское растяжение

Порода	σ_{uts}	σ_{Bts}	$\sigma_{Bts} / \sigma_{uts}$	Источник
Gosford песчаник	3.59	3.72	1.04	Jaeger, 1967 [13]
Песчаник*	2.96	7.8	2.64*	Pandey, 1986 [14]
Песчаник	6.49	10.68	1.65	Fuenkajorn, 2011 [15]
Песчаник	5.1	9.5	1.86	Jaeger, 1967 [13]
Песчаник	6.8	8.9	1.31	Unlu, 2014 [16]
Среднее значение			1.46 ± 0.5	
Саггара мрамор	6.9	8.72	1.26	Jaeger, 1967 [10]
Ufaiei мрамор	5.9	6.9	1.17	Ефимов 2009 [17]
Saraburi мрамор	6.33	8.02	1.27	Fuenkajorn, 2011 [15]
Мрамор	7.5	10.1	1.35	Jaeger, 1967 [13]
Среднее значение			1.26 ± 0.09	
Indiana известняк	5.86	6.21	1.06	Mellor, 1971 [18]
Saraburi известняк	9.31	10.9	1.17	Fuenkajorn, 2011 [15]
Известняк	7.1	6	0.85	Fuenkajorn, 2011 [15]
Известняк	11.9	11.8	0.99	Demirdag, 2019 [12]
Доломит	5.7	8	1.4	Ramana, 1987 [19]
Среднее значение			1.09 ± 0.21	
Varre гранит	13.45	14.34	1.07	Mellor, 1971 [18]
Гранит	11.1	13.46	1.21	Alehossein, 2004 [20]
Weishan гранит	9.53	11.24	1.18	Liu J., 2014 [21]
Bonnet гранит	6.9	8.8	1.27	Qi S., 2020 [22]
Базальт	10	13	1.3	Demirdag, 2019 [12]
Bowral трахит	13.72	12	0.87	Jaeger, 1967 [13]
Vitoshа сиенит	20.5	21.05	1.03	Andreev, 1991 [23]
Кварцит	16.3	13	0.8	Cai, 2010 [22]
Среднее значение			1.09 ± 0.15	
Сланец (schist)	13.3	11.8	0.89	Ramana, 1987 [19]
Сланец (shale)	5.6	5.9	1.05	Hansen, 1987 [24]
Гнейс	8.2	9.8	1.2	Hakala, 1997 [25]
Среднее значение			1.04 ± 0.23	
Андезит	3.9	7.1	1.82	Ramana, 1987 [19]
Brisbane туф	5.65	9.2	1.63	Erarslan 2012 [26]
Бетон	4.2	6.7	1.6	Demirdag, 2019 [12]
Среднее значение			1.68 ± 0.23	
Серый гипс	1.75	1.99	1.14	Andreev, 1991 [23]
Белый гипс	1.42	1.29	0.91	Andreev, 1991 [23]
Газобетон	0.863	0.54	0.63	Coviello, 2005 [27]
Gravina калкаренит	0.686	0.643	0.93	Coviello, 2005 [27]
Среднее значение			0.9 ± 0.25	
Среднее по всем породам			1.19 ± 0.12	

Примечание. σ_{uts} , σ_{Bts} — прочность на прямое и бразильское растяжение соответственно;

* — значение, определенное Pandey [14] из статистики исключено.

Здесь нет смещения графика ниже 1, так как он построен для плоского напряженного состояния. При реальных испытаниях материал керна находится в промежуточном состоянии между плоской деформацией и плоским напряженным состоянием. Из этого можно сделать вывод о том, что толщина образцов также имеет значение. Рост отношения прочностей с увеличением структуры материала независимо от принятого критерия разрушения показывают рис. 2 и рис. 3б. Теперь проверим, как это работает на горных породах. В табл. 2 представлена необходимая информация, заимствованная непосредственно из оригинальных работ.

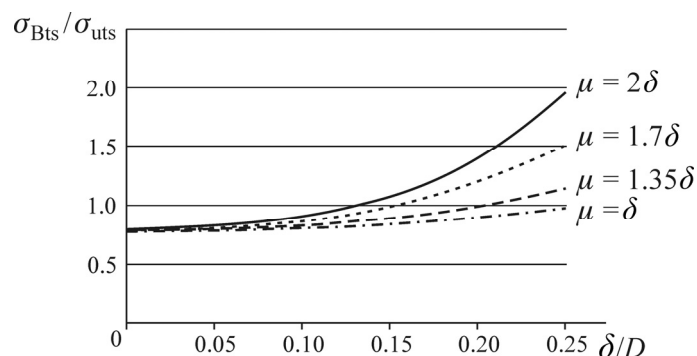


Рис. 2. Отношение прочности на растяжение бразильским методом к прочности на одноосное растяжение [29]

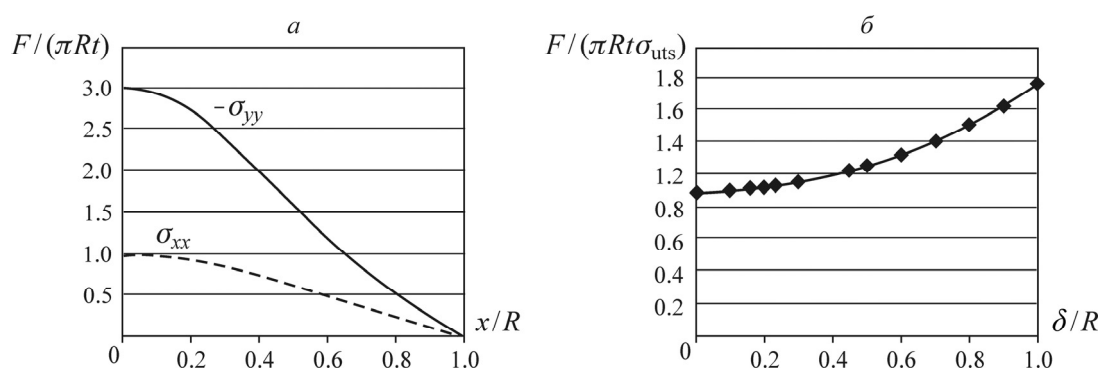


Рис. 3. Распределение напряжений в центре ядра по оси x (а) и отношение прочности по методу “бразильская проба” к прочности при применении интегрального критерия разрушения (б)

ТАБЛИЦА 2. Экспериментальные значения прочности и трещиностойкости, и отношение структурного параметра к диаметру ядра

Порода	σ_{uts} , МПа	σ_{Bts} , МПа	$\sigma_{Bts}/\sigma_{uts}$	D , мм	K_{Ic} , МПа·м ^{1/2}	δ , мм	δ/D
Мрамор Уфалейский	5.9	6.9	1.17	38	0.9	14.82	0.39
Гранит	11.1	13.46	1.21	58	2.3	27.35	0.47
Weishan гранит	9.53	11.24	1.18	63	1.14*	9.11	0.14
Vonnet гранит	6.9	8.8	1.27	63	0.935*	11.70	0.19
Туф	5.65	9.23	1.63	52	1.1	24.14	0.46
Известняк	11.9	11.8	0.99	54	1.37	8.44	0.16
Базальт	10	13	1.3	54	1.8*	20.64	0.38

Примечание. K_{Ic} — критический коэффициент интенсивности напряжений; * — усредненные значения трещиностойкости для выбранной категории горных пород из [30].

Для вычисления структурного параметра необходимы значения трещиностойкости. Для некоторых горных пород их невозможно найти в литературе, поэтому они взяты как средние по категориям пород, указанных в обзоре [30] и обозначенных *, эти значения носят приблизительный характер. Величина структурного параметра δ определяется выражением:

$$\delta = \frac{2}{\pi} \left(\frac{K_{Ic}}{\sigma_{uts}} \right)^2. \quad (2)$$

На рис. 4 приведены результаты обработки экспериментальных данных в виде зависимости отношения бразильской прочности к прочности на одноосное растяжение от структурного параметра породы. Сравнение рис. 4, 2, 3б показывает их функциональную схожесть.

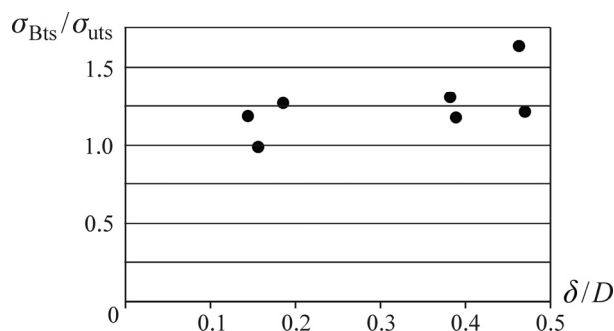


Рис. 4. Отношение бразильской прочности к прямому растяжению в зависимости от относительного параметра структуры

ВЫВОДЫ

Результаты сравнения прочностей, измеренных бразильским способом и прямым растяжением свидетельствуют о том, что в большинстве случаев бразильская прочность выше, чем при прямом растяжении в среднем на 20 %. Вместе с тем явно прослеживается тенденция уменьшения этого отношения с уменьшением относительного параметра структуры. Для прочных пород, имеющих не крупное зерно, превышение величин бразильской прочности над прямым растяжением составляет примерно 10 %. Показано, что учет двухосности поля напряжений приводит к снижению бразильской прочности по сравнению с прямым растяжением, а учет неравномерности растягивающих напряжений — к обратному эффекту. Представленные модели расчета прямой прочности по измеренным значениям бразильской прочности с учетом структуры среды позволяют утверждать, что статистические коэффициенты для согласования прочностей по категориям пород могут дать лишь грубую оценку прочности при одноосном растяжении.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Tapponier P. and Brace W. F.** Development of stress-induced microcracks in Westerly granite, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics*, 1976, vol. 13, pp. 103–115.
2. **Kranz R. L.** Crack growth and development during creep of Barre granite, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics*, 1979, vol. 16, pp. 23–35.
3. **Janach W.** Failure of granite under compression, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics*, 1977, vol. 14, pp. 209–224.
4. **Lankford J.** The role of tensile microfracture in the strain rate dependence of compressive strength of fine-grained limestone – analogy with strong ceramics, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics*, 1981, vol. 18, pp. 173–178.
5. Carneiro F. A new method to determine the tensile strength of concrete, in: *Proceedings of the 5th meeting of the Brazilian Association for technical rules*, 1943, pp. 126–129 (in Portuguese).
6. **ASTM D 3967-08:** standard test method for splitting tensile strength of intact rock core specimens, 2008, ASTM International, West Conshohocken, USA.
7. **ISRM** Suggested methods for determining tensile strength of rock materials, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics*, 1978, vol. 15(3), pp. 99–103.
8. **Hondros G.** The evaluation of Poisson's ratio and the modulus of materials of a low tensile resistance by Brazilian (indirect tensile) test with particular reference to concrete, *Australian Journal of Applied Science*, 1959, vol. 10, pp. 243–68.
9. **Briševac Z., Kujundžić T., and Čajić S.** Current Cognition of Rock Tensile Strength Testing By Brazilian Test, *The Mining-Geology-Petroleum Engineering Bulletin*, 2015, pp. 101–114.
10. **Li D. and Wong L.** The Brazilian Disc Test for Rock Mechanics Applications: Review and New Insights, *Rock Mechanics and Rock Engineering*, 2013, vol. 46, pp. 269–287.

11. **Perras M. A. and Diederichs M. S.** A Review of the Tensile Strength of Rock. Concepts and Testing, Geotechnical and geological engineering, 2014, vol. 32(2), pp. 525 – 546.
12. **Demirdag S., Tufekci K., Sengun N., Efe T., and Altindag R.** Determination of the Direct Tensile Strength of Granite Rock by Using a New Dumbbell Shape and its Relationship with Brazilian Tensile Strength. IOP Conf. Series: Earth and Environmental Science, 2019, 221, 012094.
13. **Jaeger J. C.** Failure of rocks under tensile conditions, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences & Geomechanics, 1967, vol. 4(2), pp. 219 – 227.
14. **Pandey P. and Singh D. P.** Deformation of a rock in different tensile tests, Engineering Geology., 1986, vol. 22(3), pp. 281 – 292.
15. **Fuenkajorn K. and Klanphumesri S.** Laboratory Determination of Direct Tensile Strength and Deformability of Intact Rocks, Geotechnical Testing Journal, 2011, vol. 34, no. 1, pp. 97 – 102.
16. **Unlu T. and Yilmaz O.** A new method developed for determining direct tensile strength of intact rock Materials, ROCKMEC'2014-XIth Regional Rock Mechanics Symposium, 2014, pp. 97–106, Afyonkarahisar, Turkey.
17. **Efimov V. P.** The rock strength in different tension conditions, Journal of Mining Science, 2009, vol. 45(6), pp. 569 – 575. [Ефимов В. П. Прочностные свойства горных пород при растяжении в разных условиях нагружения // ФТПРПИ. — 2009. — № 6. — С. 61 – 68.]
18. **Mellor M. and Hawkes I.** Measurement of tensile strength by diametral compression of discs and annuli, Engineering Geology, 1971, vol. 5(3), pp. 173 – 225.
19. **Ramana Y. V. and Sarma L. P.** Split-collar tensile test grips for short rock cores, Engineering Geology, 1987, vol. 23, pp. 255 – 261.
20. **Alehossein H. and Boland J. N.** Strength, toughness, damage and fatigue of rock, in: Atrens A., Boland J. N., Clegg R., Giffiths J. R. (eds.) Proceedings of the international conference on structural integrity and fracture, 2004, Brisbane, Australia, SIF 836.
21. **Liu J., Chen L., Wang C., Man K., Wang L., Wang J., and Su R.** Characterizing the mechanical tensile behavior of Beishan granite with different experimental methods, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2014, vol. 69, pp. 50 – 58.
22. **Qi S. W., Lan H. X., Martin D., and Huang X. L.** Factors Controlling the Difference in Brazilian and Direct Tensile Strengths of the Lac du Bonnet Granite, Rock Mechanics and Rock Engineering, 2020, vol. 53, pp. 1005 – 1019.
23. **Andreev G. E.** A review of the Brazilian test for rock tensile strength determination, Part I: calculation formula, International Journal of Mining Science and Technology, 1991, vol. 13(3), pp. 445 – 456.
24. **Hansen F. D. and Vogt T. J.** Thermo mechanical properties of selected shales, Oak Ridge National Laboratory Report, 1987, ORNL/Sub/85-97343/2 (RSI-0305)
25. **Hakala M. and Heikkila E.** Posiva laboratory testing reports WR-97-04, WR-97-07e, 1997.
26. **Erarslan N. and Williams D.** Experimental, numerical and analytical studies on tensile strength of rocks, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2012, vol. 49, pp. 21 – 30.
27. **Coviello A., Lagioia R., and Nova R.** On the measurement of the tensile strength of soft rocks. Rock Mechanics and Rock Engineering, 2005, vol. 38(4), pp. 251 – 273.
28. **Lermit R.** Problems of concrete technology, Moscow, Gosstroyizdat, 1959, 294 pp. [Лермит Р. Проблемы технологии бетона. — М.: Госстройиздат, 1959.]
29. **Trapeznikov L. P.** Temperature fracture toughness of massive concrete structures, Moscow, Energoatomizdat, 1986, 272 pp. [Трапезников Л. П. Температурная трещиностойкость массивных бетонных конструкций. — М.: Энергоатомиздат, 1986. — 272 с.]
30. **Zhang Z. X.** An empirical relation between mode I fracture toughness and the tensile strength of rock, International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2002, vol. 39, pp. 401 – 406.