

УДК 519.6:551.588.74

ВАРИАЦИОННЫЙ ПОДХОД К ИССЛЕДОВАНИЮ ПРОЦЕССОВ ГЕОФИЗИЧЕСКОЙ ГИДРОТЕРМОДИНАМИКИ С УСВОЕНИЕМ ДАННЫХ НАБЛЮДЕНИЙ

В. В. Пененко, А. В. Пененко, Е. А. Цветова

Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН,
630090 Новосибирск, Россия
E-mails: penenko@sscc.ru, a.penenko@yandex.ru, e.tsvetova@ommgp.sccc.ru

Представлен вариационный подход для решения прямых и обратных задач на основе совместного использования математических моделей и данных мониторинга процессов геофизической гидротермодинамики. Этот подход применяется при решении задач, связанных с природоохранной тематикой. Для учета неопределенностей и ошибок в моделях и данных формулируется вариационный принцип со слабыми ограничениями. Включение неопределенностей позволяет построить прямые безытерационные алгоритмы последовательного усвоения данных, полученных различными наблюдательными системами. Для решения обратных задач экологической безопасности в систему моделирования вводятся критерии и функции управления качеством природной среды. Рассмотрена задача с усвоением данных для Новосибирской агломерации.

Ключевые слова: математическое моделирование, модели гидродинамики и химии атмосферы, вариационный принцип, усвоение данных наблюдений, Новосибирская агломерация.

DOI: 10.15372/PMTF20170502

Введение. Методы математического моделирования широко используются при решении фундаментальных и прикладных задач. С помощью этих методов изучаются природные, технические, социальные и другие процессы. Для решения больших задач создаются дорогостоящие суперкомпьютеры и новые вычислительные технологии. В то же время на разработку систем получения информации об указанных выше процессах выделяются большие средства: для проведения геофизических исследований создаются новые спутники с аппаратурой, позволяющей получать снимки из космоса с высоким разрешением и широким диапазоном частот.

В настоящей работе показано, что для корректного использования данных в математических моделях необходимо разрабатывать специальные согласованные алгоритмы моделирования исследуемых процессов и методов усвоения данных. Предлагаемый вариационный подход к построению аппроксимаций моделей позволяет учитывать разномасштабность природных процессов. В данной работе излагается алгоритм усвоения данных,

Работа выполнена в рамках Программ фундаментальных исследований Президиума РАН I.33П, II.2П и при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых — кандидатов наук (грант № МК-8214.2016.1) и Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00137).

© Пененко В. В., Пененко А. В., Цветова Е. А., 2017

представляющий собой решение последовательности согласованных обратных задач. Рассмотрена задача формирования мезоклиматов и качества атмосферы с усвоением данных для Новосибирской агломерации.

1. Основные компоненты системы моделирования. Исследования климатоэкологических процессов проводятся во всех ведущих научных центрах (см., например, работы [1–4] и библиографию к ним). В Институте вычислительной математики и математической геофизики СО РАН исследования проблем математического моделирования для задач охраны окружающей среды начаты в конце 70-х гг. XX в. [5–7] и продолжаются в настоящее время [8–15].

В данной работе рассматриваются объединенные модели геофизической гидротермодинамики и химии атмосферы. Структуру этих моделей удобно представить в операторном виде:

$$L(\varphi, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, \mathbf{r}) \equiv \frac{\partial \varphi}{\partial t} + G(\varphi, \mathbf{U}, \mathbf{Y}) - \mathbf{f} - \mathbf{r} = 0; \quad (1)$$

$$\varphi^0 = \varphi_a^0 + \xi. \quad (2)$$

Здесь $\varphi(\mathbf{x}, t) = \{\varphi_i\}$ ($i = \overline{1, n}$) — вектор-функции состояния, принадлежащие вещественному пространству $Q(D_t)$; $D_t = D \times [0, \bar{t}] \in \mathbb{R}^4$; $D \in \mathbb{R}^3$ — область изменения пространственных координат $\mathbf{x} = \{x_i\} \equiv (x, y, z)$ ($i = \overline{1, 3}$); $\Omega_t = \Omega \times [0, \bar{t}]$; Ω_t, Ω — границы областей D_t, D соответственно; $[0, \bar{t}]$ — интервал изменения времени; \mathbf{f} — функции источников; φ^0 — начальное состояние при $t = 0$; φ_a^0 — априорные оценки; \mathbf{r}, ξ — подлежащие определению функции, описывающие неопределенности соответствующих объектов. Область D может быть глобальной системой (вся Земля) либо частью глобальной системы. В нелинейный оператор модели $G(\varphi, \mathbf{U}, \mathbf{Y})$ входят дифференциальные и интегродифференциальные составляющие: \mathbf{Y} — вектор параметров модели, принадлежащий области допустимых значений $R(D_t)$, \mathbf{U} — вектор функций управления из множества допустимых управлений U_a .

В объединенных моделях динамики и химии атмосферы функцию состояния представим в блочном виде с тремя составляющими: $\varphi(\mathbf{x}, t) \equiv (\varphi_{hT}, \varphi_w, \varphi_c) = \{\varphi_i\}$, $i = \overline{1, n}$. Здесь n — общее число переменных состояния; $\varphi_{hT} = (\mathbf{u}, T, \rho, p) \equiv \{\varphi_i\}$, $i = \overline{1, 6}$ — переменные гидродинамического блока; \mathbf{u} — вектор скорости с компонентами u, v, w в направлениях координат x_1, x_2, x_3 соответственно; T, ρ, p — температура, плотность, давление; $\varphi_w = (q_v, q_c, q_r, q_l, q_f) \equiv \{\varphi_i\}$, $i = \overline{7, 11}$ — категории влаги в гидрологическом цикле атмосферы: q_v, q_c, q_r — водяной пар, облачная вода, дождь; $q_l = q_c + q_v$ — вода в жидкой фазе; q_f — вода в твердой фазе (лед, снег); $\varphi_c = \{\varphi_i\}$, $i = \overline{12, n}$ — совокупность субстанций в газовом и аэрозольном состояниях.

Систему уравнений гидротермодинамики как часть структуры (1) запишем в виде [11]

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \operatorname{div} \rho u \mathbf{u} - M(u) + \frac{\partial p}{\partial x} - \rho(lv - kw) - (f_u + r_u) = 0; \quad (3)$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \operatorname{div} \rho v \mathbf{u} - M(v) + \frac{\partial p}{\partial y} + \rho lu - (f_v + r_v) = 0; \quad (4)$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \operatorname{div} \rho w \mathbf{u} - M(w) + \frac{\partial p}{\partial z} + g\rho - \rho ku - (f_w + r_w) = 0; \quad (5)$$

$$\frac{\partial \rho T}{\partial t} + \operatorname{div} \rho T \mathbf{u} + A_T \rho T \operatorname{div} \mathbf{u} - \kappa M(T) - \kappa(f_T + r_T) = 0; \quad (6)$$

$$\frac{\partial \rho p}{\partial t} + \operatorname{div} \rho p \mathbf{u} + \kappa \rho p \operatorname{div} \mathbf{u} - (\kappa - 1)M(p) - (\kappa - 1)(f_p + r_p) = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \mathbf{u} = 0; \quad (8)$$

$$p = \rho R_d (1 + \alpha) T, \quad \alpha = (R_v / R_d - 1) q_v - q_l - q_f; \quad (9)$$

$$M(\varphi) = \operatorname{div} \mu_\varphi \operatorname{grad}(\rho \varphi), \quad A_T = \varkappa R_d (1 + \alpha) / c_p, \quad \varkappa = c_p / c_v.$$

Здесь k, l — параметры Кориолиса; g — ускорение свободного падения; R_d, R_v — газовые постоянные для сухого воздуха и водяного пара соответственно; функция α характеризует влияние влажности на виртуальную температуру $T_v = (1 + \alpha)T$; c_p — удельная теплоемкость сухого воздуха при постоянном давлении; c_v — удельная теплоемкость влажного воздуха при постоянном объеме; операторы $M(\varphi)$ описывают процессы турбулентного обмена; μ_φ — диагональный тензор коэффициентов турбулентности. Уравнение притока тепла (6) и уравнение для давления (7) построены с учетом первого начала термодинамики, уравнений неразрывности (8) и состояния (9). Такой вариант модели приспособлен для изучения негидростатических процессов в природоохранных задачах с источниками интенсивного воздействия.

Система уравнений атмосферной химии включает уравнения переноса и трансформации многокомпонентных субстанций в газовом и аэрозольном состояниях и уравнения для категорий влаги в гидрологическом цикле:

$$\frac{\partial \rho \varphi_i}{\partial t} + \operatorname{div} \rho \varphi_i \mathbf{u} - M(\varphi_i) + \rho(S_i(\varphi) - (f_{\varphi_i} + r_{\varphi_i})) = 0, \quad i = \overline{7, n}. \quad (10)$$

Компоненты операторов трансформации $S_i(\varphi)$ имеют следующую структуру:

$$S_i(\varphi) = P_i(\varphi) \varphi_i - \Pi_i(\varphi). \quad (11)$$

Здесь первое слагаемое описывает механизмы деструкции в системе (10), в которых участвует субстанция φ_i , второе — механизмы ее продукции. В моделях химии атмосферы операторы $P_i(\varphi)$ и $\Pi_i(\varphi)$ представлены вещественными функциями полиномиального вида с неотрицательными параметрами, определенными на множестве компонент вектора φ . На классе неотрицательных функций состояния $\varphi_i(\mathbf{x}, t) \geq 0$ эти функции по определению удовлетворяют условиям $P_i(\varphi) \geq 0, \Pi_i(\varphi) \geq 0$. Такие свойства операторов трансформации позволяют строить безусловно монотонные численные схемы. Общие свойства устойчивости и монотонности операторов типа операторов конвекции-диффузии обсуждаются в [9].

Краевые условия для замыкания моделей зависят от конкретных постановок задач и включаются в определение класса функций $Q(D_t)$. В задачах для ограниченной территории на верхней и боковых границах области D_t принимаются естественные условия для функции состояния с учетом фоновой информации о динамике исследуемых процессов. На нижней границе учитываются условия взаимодействия атмосферы с поверхностью Земли.

Данные и модели наблюдений относятся к числу основных элементов системы моделирования для исследования природных процессов. Определим связи между данными наблюдений Ψ_m и результатами расчета функций состояния φ по модели процессов с помощью оператора

$$\Psi_m = \tilde{H}_m(\varphi) + \eta_m, \quad m = \overline{1, N}. \quad (12)$$

Функции η_m в (12) включают погрешности результатов наблюдений и неопределенности формулировки математической модели наблюдений $\tilde{H}_m(\varphi)$; N — количество типов наблюдений. Оператор (12) определяет преобразование типа $\varphi \in Q(D_t) \Rightarrow \Psi_m(D_t^m)$. Обратное преобразование осуществляет оператор $(\partial \tilde{H}_m(\varphi) / \partial \varphi)^*$ (индекс “*” соответствует сопряженному оператору). Уравнения типа (12) формулируются для учета данных для каждой доступной системы мониторинга. Детальное описание действующих и разрабатываемых систем приведено в [1].

Целевые функционалы — необходимая составляющая предлагаемого подхода. Они выражают цель конкретного исследования. Задачи диагностики состояния окружающей среды и природоохранного прогнозирования имеют многоцелевой характер. Чтобы адаптировать процесс моделирования к различным постановкам задач и критериям, обобщенные характеристики для количественных оценок зададим в виде функционалов, определенных на множестве переменных состояния и параметров:

$$\Phi_k(\varphi) = \int_{D_t} F_k(\varphi) \chi_k(\mathbf{x}, t) dD dt \equiv (F_k, \chi_k)_{D_t}, \quad k = \overline{1, K}. \quad (13)$$

Здесь $F_k(\varphi) \in Q(D_t)$ — оцениваемые функции заданного вида, ограниченные и дифференцируемые относительно φ ; $\chi_k(\mathbf{x}, t) \geq 0$, $\chi_k(\mathbf{x}, t) dD dt$ — неотрицательные весовые функции и соответствующие им меры Радона и (или) Дирака. Эти меры позволяют единообразно использовать как распределенные, так и дискретные представления функций в D_t . Носители ненулевых значений весовых функций можно интерпретировать как области-рецепторы в D_t , конфигурации которых задаются как входные параметры в (13). Все целевые функционалы строятся по типу (13) с различными оцениваемыми и весовыми функциями. Так, для усвоения данных наблюдений (12) функция $F_k(\varphi) \in Q(D_t)$ записывается в виде

$$F(\varphi) = (W_1 \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\eta}), \quad \boldsymbol{\eta} = \boldsymbol{\psi} - \tilde{H}(\varphi). \quad (14)$$

Функционал определяет меру отклонений результатов моделирования $\{\varphi\}$ от данных мониторинга $\{\boldsymbol{\psi}\} \in \{\Psi\}$. В (14) W_1 — диагональная весовая матрица блочной структуры с неотрицательными элементами.

В задачах экологической безопасности большое значение имеют функционалы управления качеством атмосферы, оценок экологических рисков, обнаружения источников загрязнения и т. д. Определим условия управления качеством атмосферы в виде неравенств в форме распределенных в D_t ограничений на критерии экологического благополучия:

$$U_i(\varphi, \mathbf{x}, t) \leq C_i(\mathbf{x}, t), \quad (\mathbf{x}, t) \in D_t, \quad i = \overline{1, n_U}. \quad (15)$$

Здесь U_i — функции управления; C_i — параметры, определяющие предельно допустимые уровни экологической безопасности для природной среды; n_U — общее число ограничений. Для использования таких ограничений в рамках вариационного принципа удобно перейти к эквивалентным интегральным ограничениям в виде функционала (13):

$$\vartheta_i(\varphi, \mathbf{U}) = \int_{D_t} F_i(\varphi) \chi_i(\mathbf{x}, t) dD dt = 0. \quad (16)$$

Здесь $F_i(\varphi) = |U_i - C_i| + (U_i - C_i) \geq 0$; $(\mathbf{x}, t) \in D_t$; $\chi_i \geq 0$ — заданная весовая функция.

2. Вариационный принцип. Суть вариационного подхода состоит в формулировке вариационного принципа, объединяющего все элементы системы моделирования: модели, данные, целевые функционалы и т. д. Вариационный принцип формулируется в “слабом” смысле, поскольку в уравнениях (1)–(11) содержатся неопределенности \mathbf{r} — искомые функции, представляющие собой количественные оценки ошибок прогнозирования и их эволюцию при решении задач с усвоением поступающей информации (12), в том числе обратных задач. При исследовании функционалов типа (13), содержащихся в вариационном принципе, математические модели (1)–(11) являются ограничениями на классы функций состояния, параметров, функций неопределенностей и входных данных моделей процессов. Для того чтобы учесть эти ограничения в рамках вариационного принципа, используются сопряженные функции $\varphi^* \in H$ в качестве распределенных множителей Лагранжа [6, 8].

Введем пространство $H = L_2(D_t)$ как основное вещественное векторное пространство со скалярным произведением и нормой:

$$(\varphi, \psi)_H \equiv (\varphi, \psi)_{D_t} = \sum_{i=1}^n \int_{D_t} \gamma_i \varphi_i(\mathbf{x}, t) \psi_i(\mathbf{x}, t) dD dt, \quad \|\varphi\|_H = \|\varphi\|_{D_t} = (\varphi, \varphi)_{D_t}^{1/2}. \quad (17)$$

Поскольку функции состояния в моделях имеют различные смысл и физические размерности, введем масштабирующие параметры γ_i , $i = \overline{1, n}$ — вещественные положительные числа, размерности и значения которых выбираются с использованием уравнения баланса полной энергии системы (1), (2).

Определим расширенный функционал в виде

$$\begin{aligned} \tilde{\Phi}(\mathbf{X}) = & [I(\mathbf{X})]_{D_t} + \{\alpha_0 \Phi_0(\varphi) + \beta \vartheta(\varphi, \mathbf{U})\}_{D_t} + \\ & + 0,5\{\alpha_1(W_1 \boldsymbol{\eta}, \boldsymbol{\eta})_{D_t^n} + \alpha_2(W_2 \mathbf{r}, \mathbf{r})_{D_t} + \alpha_3(W_3 \boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\xi})_D + \alpha_4(W_4 \mathbf{U}, \mathbf{U})_{u_a(D_t)}\}; \end{aligned} \quad (18)$$

$$I(\mathbf{X}) = \int_{D_t} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} + G(\varphi, \mathbf{U}, \mathbf{Y}) - \mathbf{f} - \mathbf{r}, \varphi^* \right) dD dt = 0. \quad (19)$$

Здесь $\mathbf{X} = \{\varphi, \mathbf{U}, \mathbf{Y}, \mathbf{r}, \boldsymbol{\xi}, \varphi^*\}$ — вектор функциональных аргументов в системе моделирования; $\varphi^* \in Q^*(D_t) \subset H$ — вектор-функция, имеющая такую же структуру, как и функция $\varphi \in Q(D_t) \subset H$, с произвольными достаточно гладкими компонентами, определенными на D_t ; Φ — целевой функционал вида (13); $\beta \geq 0$, $\alpha_i \geq 0$ ($i = \overline{0, 4}$) — весовые коэффициенты. Первое слагаемое в (18) — функционал интегрального тождества (19). Два слагаемых в первых фигурных скобках представляют собой целевые функционалы прогнозирования (13) и управления (16). Четыре функционала во вторых фигурных скобках определим с помощью скалярных произведений энергетического типа для минимизации соответствующих объектов. Весовые матрицы W_i ($i = \overline{1, 4}$) в функционалах (18) выберем таким образом, чтобы они имели диагональную структуру, а функционалы представляли собой энергетическую норму, учитывающую различие размерностей физических величин, являющихся компонентами соответствующих многокомпонентных функций.

Предполагается, что параметры модели и функции $\varphi \in H$, $\varphi^* \in H$ обладают свойствами гладкости и интегрируемости, позволяющими для операторов задачи в исходной дифференциальной формулировке (1)–(11) и для тождества (19) выполнять операции дифференцирования и интегрирования по частям с учетом краевых и начальных условий, а также проводить дифференцирование по Гато.

3. Реализация алгоритмов. Вариационный подход используется для построения разномасштабных моделей с целью получения согласованных и достаточно точных алгоритмов нахождения функций состояния, сопряженных функций и функций неопределенностей моделей и обеспечения выполнения с приемлемой точностью основных законов сохранения.

Для аппроксимации операторов моделей (1)–(11) и основного функционала вариационного принципа (18), (19) применяются методы декомпозиции и расщепления, обладающие свойствами суммарной аппроксимации. В данном случае целесообразно использовать схемы аддитивной аппроксимации [10, 16, 17]. При таком варианте технология моделирования позволяет организовать асинхронное и параллельное вычисление на современных компьютерах.

В рамках предлагаемого вариационного подхода с использованием схем расщепления для построения дискретно-аналитических схем для уравнений, содержащих уравнения конвекции, диффузии, реакции, составляющие основу системы (1)–(11), применяется концепция сопряженных интегрирующих множителей. Схемы реализации соответствующих алгоритмов приведены в [10–15].

4. Модели усвоения данных. Для включения данных в технологию моделирования разработаны специальные вариационные методы усвоения в формулировке со слабыми ограничениями [12–14].

Задача усвоения данных для нестационарных моделей формулируется как последовательность связанных обратных задач о восстановлении пространственно-временной структуры функций состояния с учетом различных наборов данных измерений. Усвоение данных осуществляется одновременно с идентификацией дополнительной искомой функции r , которая в формулировке вариационного принципа трактуется как функция неопределенности модели. Разработано и проанализировано несколько версий алгоритмов решения задачи.

В условиях, когда требуется оценка ситуаций в реальном времени, приемлемое решение обеспечивают прямые безытерационные методы усвоения данных [13, 14]. Идея алгоритма состоит в том, чтобы в рамках схемы расщепления усваивать данные независимо на отдельных стадиях расщепления и затем объединять полученные результаты с помощью соответствующих средств схем расщепления. Применение метода расщепления позволяет выполнять параллельную обработку данных.

5. Усвоение данных в системе Новосибирской агломерации. Для исследования климатоэкологических процессов в агломерациях используется сценарный подход: с помощью моделей гидротермодинамики атмосферы строятся мезоклиматы, соответствующие типичным погодным условиям в суточном ходе. Одновременно с учетом эволюции полученных гидрометеорологических характеристик атмосферы рассчитывается динамика процессов распространения примесей.

Приведем пример моделирования мезоклимата и распространения пассивной примеси в Новосибирской агломерации. В этом регионе основные климатические факторы мезорегионального масштаба формируются в результате гидродинамического и экологического взаимодействия объектов Новосибирской агломерации с водными объектами — рекой Обь и водохранилищем Новосибирской ГЭС. Эти факторы действуют постоянно в режиме суточного и сезонного хода на фоне глобальных процессов [7, 15].

В приведенном ниже примере использованы результаты моделирования типичного сценария формирования мезоклимата в области размером 50×50 км, а также полей концентрации примесей, образующихся под влиянием этого мезоклимата. Формирование мезоклиматов происходит под действием крупномасштабного фонового потока в атмосфере, характеристики которого задаются на верхней границе области моделирования.

Расчеты выполнены с использованием адаптированного к условиям Новосибирской агломерации комплекса математических моделей гидродинамики, переноса и трансформации примесей мезорегионального масштаба. В гидродинамической модели (3)–(11) учтены процессы гидрологического цикла, использована параметризация процессов в приземном слое атмосферы, а также учтены рельеф и основные неоднородности подстилающей поверхности по нескольким категориям землепользования в регионе: город, река, водохранилище, разновидности лесов и сельскохозяйственных угодий. Потоки тепла рассчитываются с учетом их интенсивности для различных категорий.

В приведенном сценарии циркуляция атмосферы формируется под действием фонового потока юго-западного направления со скоростью ветра, равной 8 м/с, заданного на высоте 3000 м над поверхностью Земли, с учетом суточного хода солнечной радиации для летнего сезона.

Из анализа результатов серий сценарных расчетов для различных комбинаций входных параметров следует, что под влиянием островов тепла и холода в атмосфере региона формируются локальные циркуляционные системы. Характерные размеры областей влияния городских островов тепла составляют порядка 20 км по горизонтали и от 500 м до 2 км



Рис. 1. Поле скоростей ветра в различные моменты времени с начала эксперимента: a — $t = 4$ ч, b — $t = 8$ ч; 1 — источники загрязнения, 2 — станции мониторинга [18]

по вертикали. Холодная река разделяет наибольший остров тепла на две части. В режиме суточного и сезонного хода над городскими районами возникают области с повышенными уровнями концентрации загрязняющих примесей.

Согласно рассматриваемому сценарию примесь выпускается из постоянно действующих точечных источников с одинаковой заданной мощностью в местах расположения ТЭЦ и некоторых котельных города [18] (рис. 1). Под действием локальных атмосферных процессов примесь начинает распространяться и со временем попадает на станции мониторинга. Для усвоения данных в приведенном сценарии применялся оперативный вариант метода [13, 14]. Кроме того, полагалось, что априорная информация об источниках отсутствует. Такая ситуация часто встречается в реальных условиях. В данном примере показано, какую информацию можно получить с помощью системы усвоения только на основе данных измерений, доступных через каждые 30 мин на постах наблюдений за качеством воздуха в городе. В качестве точного решения принимался результат моделирования — решение прямой нестационарной трехмерной задачи распространения примесей из источников. На вход модели для усвоения данных подавались рассчитанные поля скоростей ветра и значения коэффициента турбулентного обмена в атмосфере.

Усвоение данных проводилось на уровне приземного слоя. На рис. 2 приведены точное решение и результат усвоения данных в один и тот же момент времени.

Анализ рис. 1, 2 показывает, что не все станции мониторинга регистрируют распространяющиеся факелы. Это обусловлено характером локальных циркуляций: направление ветра может измениться таким образом, что потоки примесей “обойдут” конкретную станцию (см. рис. 1, 2). Более того, нередко станции мониторинга расположены на значительном расстоянии от источников примесей. Как известно, концентрация распространяющейся примеси быстро убывает по закону распределения, близкому к гауссову, поэтому на станции мониторинга поступают примеси, имеющие существенно меньшую концентрацию, чем вблизи источника. Этим объясняется различие абсолютных величин на шкалах, приведенных на рис. 2, a, b . Заметим, что в точках измерений рассчитанные и экспериментально полученные значения концентрации совпадают.

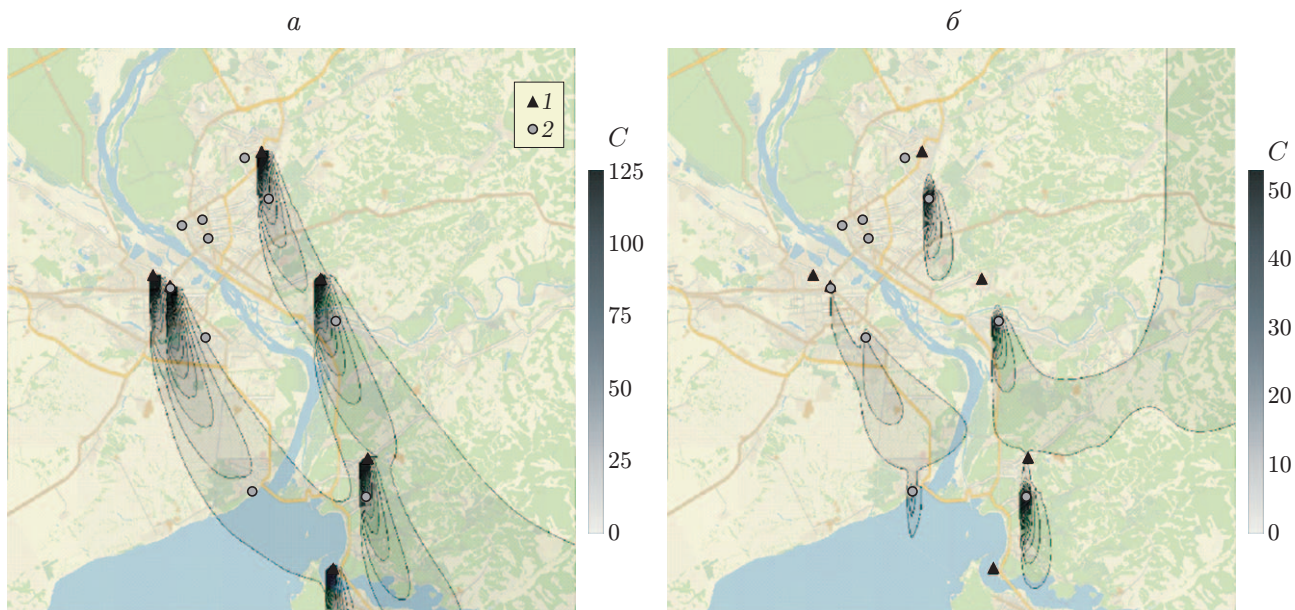


Рис. 2. Поле концентрации примеси C на верхней границе приземного слоя:
a — точное решение, *б* — результат усвоения данных; 1 — источники загрязнения,
 2 — станции мониторинга

Следовательно, чтобы получить более точную информацию о качестве атмосферы в городских кварталах, желательно располагать станции мониторинга между промышленной и жилой зонами.

Заключение. Применение вариационных принципов в формулировке со слабыми ограничениями и концепции сопряженных интегрирующих множителей в сочетании с методами декомпозиции и расщепления для их реализации расширяют возможности технологий моделирования при решении задач, в которых совместно используются математические модели и данные наблюдений. Применение такого подхода при решении задач геофизической гидродинамики и химии позволяет согласованно учитывать данные, получаемые с различных наблюдательных систем наземного и аэрокосмического базирования. Представленные методы могут применяться для оперативного прогнозирования ситуаций и получения оценок экологической безопасности с усвоением данных наблюдений в реальном времени. Приведены результаты моделирования формирования типичного мезоклимата и процессов переноса примесей в индустриальном регионе на примере Новосибирской агломерации. Показаны особенности, имеющие место при исследовании процессов распространения примесей с использованием данных наблюдений.

В заключение заметим, что представленный подход, в котором совместно используются модели и данные измерений, применим при решении различных задач, в том числе технических, медицинских, биологических, социальных и др.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Seamless** prediction of the Earth system: from minutes to months. Geneva: WMO, 2015. N 1156.
2. **Integrated** systems of meso-meteorological and chemical transport models. Heidelberg; Dordrecht: Springer, 2011.
3. **Atmospheric** boundary layers: Nature, theory, and application to environmental modeling and security. N. Y.: Springer Sci.: Business Media, 2007.

4. **Bocquet M., Elbern H., Eskes H., et al.** Data assimilation in atmospheric chemistry models: current status and future prospects for coupled chemistry meteorology models // *Atmos. Chem. Phys.* 2015. V. 15. P. 5325–5358. DOI: 10.5194/acp-15-5325-2015.
5. **Марчук Г. И.** Математическое моделирование в проблеме окружающей среды. М.: Наука, 1982.
6. **Пененко В. В.** Методы численного моделирования атмосферных процессов. Л.: Гидрометеоиздат, 1981.
7. **Пененко В. В.** Модели и методы для задач охраны окружающей среды / В. В. Пененко, А. Е. Алоян. Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1985.
8. **Penenko V., Baklanov A., Tsvetova E., Mahura A.** Direct and inverse problems in a variational concept of environmental modeling // *Pure Appl. Geophys.* 2012. V. 169. P. 447–465. DOI: 10.1007/s00024-011-0380-5.
9. **Пененко В. В., Цветова Е. А.** Вариационные методы построения монотонных аппроксимаций для моделей химии атмосферы // *Сиб. журн. вычисл. математики.* 2013. Т. 16, № 3. С. 239–252.
10. **Penenko V. V., Tsvetova E. A., Penenko A. V.** Variational approach and Euler’s integrating factors for environmental studies // *Comput. Math. Appl.* 2014. V. 67, iss. 12. P. 2240–2256. DOI: 10.1016/j.camwa.2014.04.004.
11. **Пененко В. В., Цветова Е. А., Пененко А. В.** Развитие вариационного подхода для прямых и обратных задач гидротермодинамики и химии атмосферы // *Изв. РАН. Физика атмосферы и океана.* 2015. Т. 51, № 3. С. 358–367.
12. **Пененко В. В., Цветова Е. А., Пененко А. В.** Методы совместного использования моделей и данных наблюдений в рамках вариационного подхода для прогнозирования погоды и качества состава атмосферы // *Метеорология и гидрология.* 2015. № 6. С. 13–24.
13. **Пененко А., Пененко В.** Прямой метод вариационного усвоения данных для моделей конвекции-диффузии на основе схемы расщепления // *Вычисл. технологии.* 2014. Т. 19, № 4. С. 69–83.
14. **Пененко А. В., Пененко В. В., Цветова Е. А.** Последовательные алгоритмы усвоения данных в моделях мониторинга качества атмосферы на базе вариационного принципа со слабыми ограничениями // *Сиб. журн. вычисл. математики.* 2016. Т. 19, № 4. С. 401–418. DOI: 10.15372/SJNM20160405.
15. **Penenko V. V., Tsvetova E. A.** A variational approach to environmental and climatic problems of urban agglomeration // *IOP Conf. Ser. Earth Environ. Sci.* 2016. V. 48. 012020. DOI: 10.1088/1755-1315/48/1/012020.
16. **Самарский А. А.** Аддитивные схемы для задач математической физики / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич. М.: Наука, 2001.
17. **Ковеня В. М.** Алгоритмы расщепления при решении многомерных задач аэрогидродинамики. Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2014.
18. **Обзор** состояния окружающей среды в городе Новосибирске за 2014 год. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: http://www.degkh.ru/ecology/overview_of_the_environment_in_novosibirsk/2014_obzor.pdf.

Поступила в редакцию 31/V 2017 г.