

ПЕРИОД САМОВОСПЛАМЕНЕНИЯ ДВУХКОМПОНЕНТНОГО АЭРОЗОЛЯ ЖИДКИХ ОКИСЛИТЕЛЯ И ГОРЮЧЕГО

Е. А. Козлов, А. Ю. Крайнов

Томский государственный университет, 634050 Томск

Рассматривается задача о самовоспламенении двухкомпонентного аэрозоля, состоящего из равномерно перемешанных капель окислителя и горючего, реагирующих в газовой фазе. Процесс самовоспламенения такого аэрозоля разделяется на два этапа — испарение компонентов аэрозоля и затем химический разогрев смеси. Получена приближенная аналитическая формула для периода самовоспламенения двухкомпонентного аэрозоля, учитывающая различия теплофизических характеристик жидкостей аэрозоля, массовых концентраций, размеров капель компонентов аэрозоля, отличие начальной температуры этих капель от начальной температуры газовой фазы. Результаты вычисления периода самовоспламенения по полученной аналитической формуле и результаты численного решения задачи в нульмерной постановке совпадают с точностью 20 % в широком диапазоне изменения определяющих параметров задачи.

ВВЕДЕНИЕ

Одной из серьезных экологических проблем является прогнозирование поведения в атмосфере аэрозольного облака горючего и окислителя, возникающего в случаях нештатного режима работы крупногабаритного ракетного двигателя. Такие ситуации возникают при проливах компонентов топлива на стартовых площадках, при выбросе компонентов в атмосферу в аварийной ситуации и, в обязательном порядке, при отделении от ракеты отработанных ступеней. В последнем случае либо при ударе отделенной ступени о землю, либо при разгерметизации ее в полете невыработанный, так называемый «гарантийный» запас токсичных компонентов массой до 1 т попадает в атмосферу в виде аэрозольного облака. При контакте горючего и окислителя смесь самовоспламеняется, причем продукты горения оказываются менее токсичными, чем исходные компоненты.

Важнейшей характеристикой процесса является время самовоспламенения аэрозольного облака. Оно позволяет прогнозировать полностью процесса окисления компонентов топлива, а именно, определить, успеют ли компоненты самовоспламениться либо испарятся и будут разнесены ветром непрореагировавшими.

Исследованию горения аэрозолей окислителя и горючего в камерах сгорания жидкостных ракетных двигателей (ЖРД) на двухкомпонентных топливах при их запуске и во время

работы посвящено множество работ (см., например, [1–3]). Однако горение таких смесей моделируется на основе горения капли горючего в среде газообразного окислителя или капли окислителя в среде газообразного горючего [1, 2, 4]. При этом не учитываются одновременно испарения обоих компонентов жидкого топлива и взаимовлияние капель в процессе тепло- и массообмена. Учет одновременности испарения капель окислителя и горючего важен при моделировании запуска ЖРД и процесса стационарного горения смеси в камере ЖРД для корректного определения кривой выгорания [3], а также при исследовании воспламенения облака двухкомпонентного аэрозоля в открытом объеме.

Математическая модель самовоспламенения двухкомпонентного аэрозоля, представленная ниже, строится на основе модели [5] без учета пространственного распределения параметров среды, но с учетом теплофизических свойств каждого компонента аэрозоля.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматривается облако аэрозоля, состоящего из равномерно перемешанных в газе мелких капель окислителя и горючего. Предполагается, что размеры капель каждого компонента одинаковы, размеры капель разных компонентов различны. Начальные температуры капель компонентов аэрозоля одинаковы и могут быть больше или равны начальной тем-

пературе газа. Предполагается, что давление в облаке при его самовоспламенении не меняется; испарение происходит равновесно и параметры состояния паров определяются уравнением Клапейрона — Клаузиуса; химическая реакция идет в газовой фазе, скорость ее подчиняется закону Аррениуса; различием в теплоемкостях паров окислителя, горючего и газовой фазы пренебрегаем. Система уравнений, описывающая самовоспламенение такого аэрозоля, состоит из уравнений для изменения размеров капель компонентов, сохранения массы и энергии компонентов и всей смеси:

$$c_g \rho_g \frac{dT_g}{dt} = \rho_{g,1} \rho_{g,2} Q k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_g}\right) - \sum_{i=1}^2 S_i N_i \alpha_i (T_g - T_i) + c_g \sum_{i=1}^2 \rho_{l,i} N_i (T_g - T_i) \frac{dV_i}{dt} \quad (1)$$

$$c_{l,i} \rho_{l,i} V_i \frac{dT_i}{dt} = S_i \alpha_i (T_g - T_i) + \rho_{l,i} l_i \frac{dV_i}{dt}; \quad (2)$$

$$\rho_{l,i} \frac{dV_i}{dt} = -S_i \beta_{m,i} (\rho_{s,i} - \rho_{g,i}), \quad (3)$$

$$\rho_{s,i} = \rho_{v,i} \exp\left(-\frac{l_i}{RT_i}\right);$$

$$\frac{d\rho_{g,i}}{dt} = -\rho_{g,1} \rho_{g,2} k_0 \exp\left(-\frac{E}{RT_g}\right) - N_i \rho_{l,i} \frac{dV_i}{dt}; \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt}(\rho_g + V_1 \rho_{l,1} N_1 + V_2 \rho_{l,2} N_2) = 0, \quad (5)$$

$$\rho_g = \rho_{in} + \rho_{g,1} + \rho_{g,2}.$$

Начальные условия:

$$\rho_g(0) = \rho_{g,0}, \quad \rho_{g,1}(0) = \rho_{g,2}(0) = 0,$$

$$V_1(0) = V_{1,0}, \quad V_2(0) = V_{2,0}, \quad (6)$$

$$T_1(0) = T_2(0) = T_N, \quad T_g(0) = T_0.$$

Здесь t — время; T — температура; ρ — плотность; c — теплоемкость; $V = \frac{4}{3} \pi r^3$, $S = 4 \pi r^2$,

r — объем, площадь поверхности, радиус капли соответственно; N — число капель в единице объема; l — теплота парообразования; λ — коэффициент теплопроводности; α — коэффициент теплообмена; β_m — коэффициент массообмена; R — газовая постоянная; Q — тепловой эффект химической реакции; k_0 — предэкспоненциальный множитель в законе Аррениуса; E — энергия активации химической реакции. Индексы: $i = 1$ соответствует компоненту с меньшим начальным размером капель, $i = 2$ — второму компоненту аэрозоля; 0 — начальные параметры газа; in — газ, не участвующий в реакции; g — газовая фаза; N — начальная температура капель аэрозоля; l — параметры жидкой фазы; s — параметры насыщенных паров; v — параметры на линии фазового перехода.

Система уравнений (1)–(6), записанная в безразмерной форме, имеет вид:

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = \frac{1}{\rho_g} \rho_1 \rho_2 \exp \frac{\theta_g}{1 + \beta \theta_g} - \frac{1}{\rho_g} \sum_{i=1}^2 \frac{m_i C_i}{\chi_i} (\theta_g - \theta_i) \mathcal{R}_i + \frac{1}{\rho_g} \sum_{i=1}^2 \frac{m_i}{\sigma_i} (\theta_g - \theta_i) (\rho_i - \rho_{s,i}) \mathcal{R}_i; \quad (7)$$

$$\frac{d\theta_i}{d\tau} = \frac{1}{\mathcal{R}_i^2} \frac{\rho_g - \theta_i}{\chi_i} - \frac{1}{\mathcal{R}_i^2} \frac{\rho_{s,i} - \rho_i}{\sigma_i} \frac{L_i \mathcal{R}_i}{\beta^2}; \quad (8)$$

$$\mathcal{R}_i \frac{d\mathcal{R}_i}{d\tau} = -\frac{\rho_{s,i} - \rho_i}{3\sigma_i}, \quad (9)$$

$$\rho_{s,i} = A_i \exp\left(L_i \frac{\theta_i}{1 + \beta \theta_i}\right);$$

$$\frac{d\rho_i}{d\tau} = -\gamma \rho_1 \rho_2 \exp \frac{\theta_g}{1 + \beta \theta_g} - \frac{m_i}{\sigma_i} \mathcal{R}_i (\rho_{s,i} - \rho_i); \quad (10)$$

$$\frac{d}{d\tau}(\rho_g + m_1 \mathcal{R}_1^3 + m_2 \mathcal{R}_2^3) = 0, \quad (11)$$

$$\rho_g = \rho_{in} + \rho_1 + \rho_2.$$

Начальные условия:

$$\rho_g(0) = 1, \quad \rho_1(0) = \rho_2(0) = 0,$$

$$\mathcal{R}_1(0) = 1, \quad \mathcal{R}_2(0) = \mathcal{R}_{2,0} \geq 1, \quad (12)$$

$$\theta_1(0) = \theta_2(0) = \theta_N, \quad \theta_g(0) = T_0.$$

Здесь использованы следующие масштабы: времени $t_* = [c_g \exp(E/RT_0)]/[Qk_0 E/RT_0^2 \rho_{g,0}]$, размера каплей $r_* = \min[r_{1,0}, r_{2,0}]$, температуры $T_* = RT_0^2/E$, плотности $\rho_* = \rho_{g,0}$. Безразмерные переменные: $\theta_i = (E/RT_0^2)(T_i - T_0)$ — температура, $\rho_i = \rho_{g,i}/\rho_{g,0}$ — плотность, $\mathcal{R}_i = r_i/r_*$ — размер каплей, $\tau = t/t_*$ — время. Безразмерные параметры характеризуют: $m_i = 4/3 \pi r_*^3 (\rho_{l,i}/\rho_{g,0}) N_i$ — массовую концентрацию компонента; $\chi_i = c_{l,i} \rho_{l,i} r_*^2 / 3 \lambda \text{Nu}^*$ — теплообмен каплей, а $\sigma_i = \rho_{l,i} r_*^2 / 3 D \text{Nu}_D \rho_{g,0} t_*$ — массообмен каплей компонента ($\chi_i = \sigma_i$ при числе Льюиса $\text{Le} = D/(\lambda/c\rho) = 1$), где $\text{Nu} = \alpha r_*/\lambda$ — тепловое и $\text{Nu}_D = \beta m r_*/D$ — диффузионное числа Нуссельта, D — коэффициент диффузии; $L_i = l_i/E$ — теплоту испарения; $R_i = R/c_{l,i}$ — газовую постоянную; $C_i = c_{l,i}/c_g$ — отношение теплоемкостей; $A_i = \rho_{v,i} \exp(-L_i \theta_{v,i} / (1 + \beta \theta_{v,i}))$ — параметр в уравнении Клапейрона — Клаузиуса, где $\rho_{v,i}$, $\theta_{v,i}$ — параметры состояния, соответствующие параметрам линии фазового перехода; $\gamma = (c_g/Q)(RT_0^2/E)$, $\beta = RT_0/E$ — традиционные для теории горения параметры.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ АНАЛИЗ

Систему уравнений (7)–(12) решали численно методом Рунге — Кутта — Мерсона с автоматическим выбором шага интегрирования [6]. Типичная картина изменения параметров облака аэрозолей представлена на рис. 1. В начальный, очень короткий период времени температура каплей за счет их интенсивного испарения быстро уменьшается до значений, меньших температуры газа. Затем интенсивность испарения несколько снижается, оставаясь существенной до достижения продуктами испарения параметров насыщения; в этот период скорость химической реакции мала. После достижения параметров насыщения устанавливается длительный квазистационарный период, характеризующийся тем, что происходит медленное испарение каплей компонентов аэрозоля, определяемое малой скоростью химической реакции. Температуры газа и каплей отличаются на малую, почти постоянную величину. В аэрозоле происходит медленное накопление тепла. Скорость химической реакции постепенно увеличивается, при этом парциальные плотности паров компонентов меняются

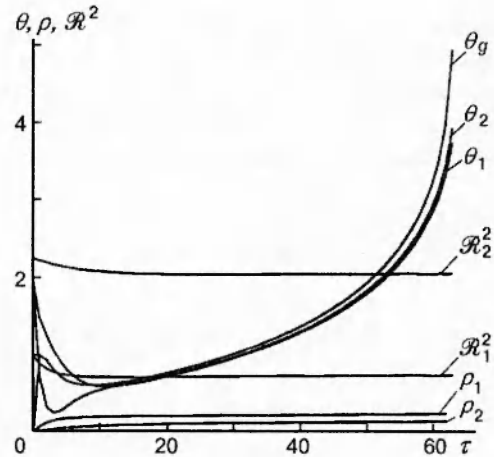


Рис. 1. Зависимость параметров состояния двухкомпонентного аэрозоля при воспламенении от времени:

$\theta_N = 2$, $\gamma = 0,001$, $\beta = 0,01$, $\mathcal{R}_{2,0} = 1,5$, $m_1 = 0,5$, $m_2 = 0,2$, $\chi_1 = 2$, $\chi_2 = 1$, $\sigma_1 = 1$, $\sigma_2 = 2$, $C_1 = 1,3$, $C_2 = 1,1$, $A_1 = 0,2$, $A_2 = 0,1$, $L_1 = 0,002$, $L_2 = 0,001$

незначительно. Когда температура смеси повышается до величины порядка 1 ($\theta \approx 1$), начинается резкий рост температуры смеси, происходит воспламенение. Капли, в зависимости от массовой концентрации и размеров, а также параметров фазового перехода, либо исчезают, испарившись, либо остаются.

Как видно из картины воспламенения смеси, процесс воспламенения можно разбить на два характерных временных промежутка: период испарения каплей окислителя и горючего до достижения параметров насыщенных паров каждым компонентом и период химического разогрева. На этапе химического разогрева двухкомпонентного аэрозоля испарение существенно не влияет на процесс самовоспламенения и он может быть определен в соответствии с нестационарной теорией теплового взрыва [7].

Такое представление процесса самовоспламенения двухкомпонентного аэрозоля позволило получить аналитическое выражение для периода ее самовоспламенения. Определим время испарения компонентов до достижения параметров насыщения продуктами испарения. Примем следующие допущения: скорость химической реакции мала и ею можно пренебречь; пренебрегаем изменением плотности газа за счет испарения и различием температур каплей компонентов (примем $\theta_1 = \theta_2$). Воспользуемся представлением о квазистационарности

изменения температуры каплей [8] (изменение температуры каплей определяется скоростью изменения температуры газа). При сделанных допущениях система уравнений (7)–(12) упрощается и записывается следующим образом:

$$\frac{d\theta_g}{d\tau} = -(\theta_g - \theta_1) \left(\frac{m_1 C_1}{\chi_1} \mathcal{R}_1 + \frac{m_2 C_2}{\chi_2} \mathcal{R}_2 \right) + (\theta_g - \theta_1) \left(\frac{m_1 \mathcal{R}_1}{\sigma_1} A_1 \exp(L_1 \theta_1) + \frac{m_2 \mathcal{R}_2}{\sigma_2} A_2 \exp(L_2 \theta_1) \right), \quad (13)$$

$$\theta_g = -\theta_1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\chi_1}{\sigma_1} A_1 L_1 R_1 \frac{1}{\beta^2} \exp(L_1 \theta_1) + \frac{\chi_2}{\sigma_2} A_2 L_2 R_2 \frac{1}{\beta^2} \exp(L_2 \theta_1) \right), \quad (14)$$

$$\frac{d\mathcal{R}_1^2}{d\tau} = -\frac{2}{3} \frac{A_1}{\sigma_1} \exp(L_1 \theta_1), \quad (15)$$

$$\frac{d\mathcal{R}_2^2}{d\tau} = -\frac{2}{3} \frac{A_2}{\sigma_2} \exp(L_2 \theta_1). \quad (16)$$

Примем за средний размер каплей среднеквадратичное значение радиуса каплей: $\mathcal{R} = \sqrt{(\mathcal{R}_1^2 + \mathcal{R}_2^2)}/2$. После подстановки связи (14) в (13) с использованием приближения $\exp(L_1 \theta_1) \approx \exp(L_2 \theta_1)$, оправданного при малых положительных и отрицательных значениях θ_1 , система уравнений (13)–(16) примет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_1}{d\tau} = & \left[-\frac{\mathcal{R}}{2} \left(\frac{m_1 C_1}{\chi_1} + \frac{m_2 C_2}{\chi_2} \right) \exp(L_1 \theta_1) \times \right. \\ & \times \left(\frac{\chi_1 A_1 L_1 R_1}{\sigma_1 \beta^2} + \frac{\chi_2 A_2 L_2 R_2}{\sigma_2 \beta^2} \right) - \\ & - \frac{\mathcal{R}}{2} \left(\frac{m_1 A_1}{\sigma_1} + \frac{m_2 A_2}{\sigma_2} \right) \exp(2L_1 \theta_1) \times \\ & \times \left. \left(\frac{\chi_1 A_1 L_1 R_1}{\sigma_1 \beta^2} + \frac{\chi_2 A_2 L_2 R_2}{\sigma_2 \beta^2} \right) \right] \times \\ & \times \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{\chi_1 A_1 L_1^2 R_1}{\sigma_1 \beta^2} + \frac{\chi_2 A_2 L_2^2 R_2}{\sigma_2 \beta^2} \right) \exp(L_1 \theta_1) \right)^{-1}, \quad (17) \end{aligned}$$

$$\frac{d\bar{\mathcal{R}}^2}{d\tau} = -\frac{1}{3} \left(\frac{A_1}{\sigma_1} + \frac{A_2}{\sigma_2} \right) \exp(L_1 \theta_1). \quad (18)$$

Из системы (17), (18) найдем зависимость $\theta_1(\bar{\mathcal{R}})$. Для этого разделим (17) на (18) и получим

$$\frac{d\theta_1}{d\bar{\mathcal{R}}^2} = \frac{B + C \exp(L_1 \theta_1)}{1 + D \exp(L_1 \theta_1)} \bar{\mathcal{R}}, \quad (19)$$

где

$$\begin{aligned} B = & \frac{3}{2} \left(\frac{m_1 C_1}{\chi_1} + \frac{m_2 C_2}{\chi_2} \right) \times \\ & \times \left(\frac{\chi_1 A_1 L_1 R_1}{\sigma_1 \beta^2} + \frac{\chi_2 A_2 L_2 R_2}{\sigma_2 \beta^2} \right) \left(\frac{A_1}{\sigma_1} + \frac{A_2}{\sigma_2} \right)^{-1}, \\ C = & \frac{3}{2} \left(\frac{m_1 A_1}{\chi_1} + \frac{m_2 A_2}{\chi_2} \right) \times \\ & \times \left(\frac{\chi_1 A_1 L_1 R_1}{\sigma_1 \beta^2} + \frac{\chi_2 A_2 L_2 R_2}{\sigma_2 \beta^2} \right) \left(\frac{A_1}{\sigma_1} + \frac{A_2}{\sigma_2} \right)^{-1}, \\ D = & \frac{1}{2} \left(\frac{\chi_1 A_1 L_1^2 R_1}{\sigma_1 \beta^2} + \frac{\chi_2 A_2 L_2^2 R_2}{\sigma_2 \beta^2} \right). \quad (20) \end{aligned}$$

Интегрируем (19), разделяя переменные. Интегрирование по θ_1 проводим от θ_N до текущего значения θ_1 , по $\bar{\mathcal{R}}$ — от начального значения $\bar{\mathcal{R}}_0$ до текущего $\bar{\mathcal{R}}$:

$$\begin{aligned} \int_{\theta_N}^{\theta_1} \frac{1 + D \exp(L_1 \theta_1)}{B + C \exp(L_1 \theta_1)} d\theta_1 = \int_{\bar{\mathcal{R}}_0}^{\bar{\mathcal{R}}} 2\bar{\mathcal{R}}^2 d\bar{\mathcal{R}}, \\ \left(\frac{D - C}{B} \right) \frac{1}{L_1 C} \ln \frac{B + C \exp(L_1 \theta_1)}{B + C \exp(L_1 \theta_N)} + \frac{1}{B} (\theta_1 - \theta_N) = \\ = \frac{2}{3} (\bar{\mathcal{R}}^3 - \bar{\mathcal{R}}_0^3). \quad (21) \end{aligned}$$

Используя приближения $\ln(1 + Z) \approx Z$, $\exp Z \approx 1 + Z$ при малых значениях числа Z , преобразуем (21) к виду

$$\begin{aligned} \theta_1 = \theta_N + \\ + \frac{2}{3} \frac{B + C \exp(L_1 \theta_N)}{BD - C + B + C \exp(L_1 \theta_N)} (\bar{\mathcal{R}}^3 - \bar{\mathcal{R}}_0^3). \end{aligned}$$

Полученную связь $\theta_1(\bar{\mathcal{R}})$ подставляем в (18), откуда, интегрируя по переменной $\bar{\mathcal{R}}$ от значения $\bar{\mathcal{R}}_0$ до $\bar{\mathcal{R}}_s$ — значения среднеквадратичного радиуса каплей аэрозоля к моменту достижения продуктами испарения параметров насыщения (если капли испаряются полностью $\bar{\mathcal{R}}_s = 0$), находим период испарения

$$\begin{aligned} \tau_v &= \int_{\bar{R}_0}^{\bar{R}_s} \frac{6\bar{R} \exp(-L_1\theta_N - L_1F(\bar{R}^3 - \bar{R}_0^3))}{A_1/\sigma_1 + A_2/\sigma_2} d\bar{R} \approx \\ &\approx \int_{\bar{R}_0}^{\bar{R}_s} \frac{1}{A_1/\sigma_1 + A_2/\sigma_2} \times \\ &\times 6\bar{R} \exp(-L_1\theta_N)(1 - L_1F(\bar{R}^3 - \bar{R}_0^3)) d\bar{R} = \\ &= -\frac{3 \exp(-L_1\theta_N)}{A_1/\sigma_1 + A_2/\sigma_2} \times \\ &\times (\bar{R} + L_1F\bar{R}_0\bar{R}^2 - 0,4L_1F\bar{R}^5) \Big|_{\bar{R}_0}^{\bar{R}_s}, \quad (22) \end{aligned}$$

где

$$F = \frac{2}{3} \frac{(B + C \exp(L_1\theta_N))B}{BD - C + B + C \exp(L_1\theta_N)}. \quad (23)$$

Принимая приближенно $\bar{R}_0 = 1$ и пренебрегая в (22) членами порядка \bar{R}_s^5 , получим

$$\begin{aligned} \tau_v &= -\frac{3 \exp(-L_1\theta_N)}{A_1/\sigma_1 + A_2/\sigma_2} \times \\ &\times (1 + 0,6L_1F - (1 + L_1F)\bar{R}_s^2). \quad (24) \end{aligned}$$

Определим радиус капель R_s . Плотности паров компонентов к моменту окончания испарения определяются из связей

$$\rho_{s,1} = \min[A_1 \exp(L_1\theta_*), m_1], \quad (25)$$

$$\rho_{s,2} = \min[A_2 \exp(L_2\theta_*), m_2\bar{R}_{2,0}^3],$$

где θ_* — температура аэрозоля к моменту окончания испарения. Тогда

$$r_{*,1} = \left(1 - \frac{\rho_{s,1}}{m_1}\right)^{1/3}, \quad r_{*,2} = \left(\bar{R}_{2,0}^3 - \frac{\rho_{s,2}}{m_2}\right)^{1/3}, \quad (26)$$

$$\bar{R}_c^2 = \frac{r_{*,1}^2 + r_{*,2}^2}{2}.$$

Температура θ_* определяется из термодинамического соотношения, имеющего смысл сохранения полной энергии смеси, записанного в пренебрежении различием теплоемкостей жидкости и пара:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\beta} + (C_1m_1 + C_2m_2\bar{R}_{2,0}^3)\left(\theta_N + \frac{1}{\beta}\right) = \\ = \left(\theta_* + \frac{1}{\beta}\right)(1 + C_1m_1 + C_2m_2\bar{R}_{2,0}^3) + \end{aligned}$$

$$+ \frac{L_1R_1\rho_{s,1} + L_2R_2\rho_{s,2}}{\beta^2}.$$

Принимая в (9)

$$\rho_{s,1} \approx A_1(1 + L_1\theta_*), \quad \rho_{s,2} \approx A_2(1 + L_2\theta_*),$$

получаем температуру

$$\begin{aligned} \theta_* = \\ \frac{(C_1m_1 + C_2m_2\bar{R}_{2,0}^3)\beta^2\theta_N - (L_1R_1A_1 + L_2R_2A_2)}{(1 + C_1m_1 + C_2m_2\bar{R}_{2,0}^3)\beta^2 + L_1^2R_1A_1 + L_2^2R_2A_2}. \quad (27) \end{aligned}$$

Период испарения определяется по формуле (24) с использованием соотношений (25)–(27) и постоянных (20), (23).

Испарение компонентов аэрозоля приводит к возникновению реагирующей газовой смеси, и начинается процесс химического разогрева смеси. Пренебрегая выгоранием, затратами тепла на продолжающееся медленное испарение капель и принимая двухфазную смесь однотемпературной, найдем период воспламенения смеси τ_{ign} . В соответствии с тепловой теорией самовоспламенения [7] в однотемпературном приближении химический разогрев описывается уравнением

$$\begin{aligned} (1 + C_1(m_1 - \rho_{s,1}) + C_2(m_2\bar{R}_{2,0}^3 - \rho_{s,2}) + \\ + \rho_{s,1} + \rho_{s,2}) \frac{d\theta_g}{d\tau} = \rho_{s,1}\rho_{s,2} \exp \theta_g. \quad (28) \end{aligned}$$

Принимая $\rho_{s,1}, \rho_{s,2}$ постоянными, определенными по (25) с учетом (27), интегрированием (28) получим время химического разогрева

$$\begin{aligned} \tau_{ind} = \{[1 + C_1(m_1 - \rho_{s,1}) + C_2(m_2\bar{R}_{2,0}^3 - \rho_{s,2}) + \\ + \rho_{s,1} + \rho_{s,2}]/\rho_{s,1}\rho_{s,2}\} \exp(-\theta_{eq}), \quad (29) \end{aligned}$$

где θ_{eq} — температура аэрозоля к моменту окончания испарения, определяемая из термодинамического соотношения

$$\begin{aligned} \theta_{eq} = \frac{C_1m_1 + C_2m_2\bar{R}_{2,0}^3}{1 + C_1m_1 + C_2m_2\bar{R}_{2,0}^3} \hat{\theta}_N - \\ - \frac{L_1R_1\rho_{s,1} + L_2R_2\rho_{s,2}}{(1 + C_1m_1 + C_2m_2\bar{R}_{2,0}^3)\beta^2}. \quad (30) \end{aligned}$$

Тогда

$$\tau_{ign} = \tau_v + \tau_{ind}. \quad (31)$$

θ_N	$\frac{m_1}{m_2}$	$\frac{\chi_1}{\chi_2}$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$	$\frac{C_1}{C_2}$	$\frac{A_1}{A_2}$	$\frac{L_1}{L_2}$	$\mathcal{R}_{2,0}$	τ_{ign}	
								численное решение	аналитическое решение
0	0,2	1	1	1	0,1	0,001	1	226	220
	0,2	1	1	1	0,1	0,001			
0	0,2	2	2	1	0,2	0,002	1	217	215
	0,2	1	1	1	0,1	0,001			
0	0,2	1	1	1,3	0,2	0,002	1	260	202
	0,2	1	1	1	0,1	0,001			
2	0,2	1	1	1	0,2	0,002	1	124	122
	0,2	1	1	1	0,1	0,001			
0	0,2	1	1	1	0,2	0,002	1,75	204	214
	0,2	1	1	1	0,2	0,001			
2	0,5	2	1	1,3	0,2	0,002	1,5	63	63
	0,2	1	2	1,1	0,1	0,001			
0	0,5	2	1	1,3	0,075	0,002	1,5	402	413
	0,2	1	2	1,1	0,1	0,001			
4	0,5	2	1	1,3	0,075	0,002	1,5	32	28
	0,2	1	2	1,1	0,1	0,001			
2	0,5	2	1	1,3	0,2	0,001	1,5	50	56
	0,2	1	2	1	0,1	0,002			

Примечание. $\gamma = 0,001$, $\beta = 0,01$.

Было проведено сравнение полученной аналитической формулы с численным решением задачи (7)–(12) в широком диапазоне параметров задачи: $0 \leq \theta_N \leq 5$, $0,1 \leq m_i \leq 0,5$, $0,5 \leq \chi_i$, $\sigma_i \leq 5$, $0,001 \leq L_i \leq 0,003$, $0,05 \leq A_i \leq 0,3$, $1 \leq C_i \leq 1,3$, $1 \leq \mathcal{R}_{2,0} \leq 1,75$, $\gamma = 0,001$, $\beta = 0,01$. Результаты расчетов приведены в таблице. Результаты вычислений периода самовоспламенения по формуле (31) согласуются

с результатами, полученными из решения системы уравнений (7)–(12) в исследованном интервале параметров с точностью до 20 %. Как видно из таблицы, отличие значений периода индукции, полученных численно и по аналитической формуле, возрастает при увеличении теплоемкости C_i и начальной температуры капель аэрозоля. Это обусловлено тем, что при выводе формулы (31) при определении времени испарения капель химическая реакция не учитывается, в то время как при повышенной температуре капель во время испарения температура газовой смеси остается достаточно высокой и тепловыделение от химической реакции в этот период ускоряет процесс испарения капель.

Как показывают аналитическая зависимость (31) и результаты численного моделирования, при изменении параметров χ_i , σ_i , C_i , A_i , L_i , $\mathcal{R}_{2,0}$ наблюдаются монотонные зависимости изменения периода самовоспламенения: с увеличением χ_i , σ_i , C_i , L_i , $\mathcal{R}_{2,0}$ и с уменьшением A_i период самовоспламенения монотонно увеличивается. С изменением массовой концентрации компонентов аэрозоля наблюдается немонотонная зависимость периода самовоспламенения (рис. 2). При малых значениях массовых концентраций с их увеличением период самовоспламенения сначала уменьшается, а затем увеличивается. Период воспламенения оказывается минимальным, когда массовая кон-

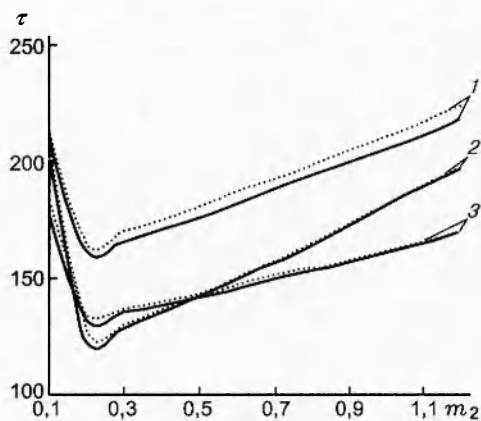


Рис. 2. Зависимость периода самовоспламенения от массовой концентрации второго компонента аэрозоля:

сплошная линия — численный счет, пунктирная — расчет по аналитической формуле (31); 1 — $m_1 = 0,1$, 2 — $m_1 = m_2$, 3 — $m_1 = 0,5$; $\theta_N = 0$, $\gamma = 0,001$, $\beta = 0,01$, $\mathcal{R}_{2,0} = 1$, $\chi_1 = \chi_2 = 1$, $\sigma_1 = \sigma_2 = 1$, $C_1 = C_2 = 1$, $A_1 = A_2 = 0,15$, $L_1 = L_2 = 0,001$

центрация компонентов аэрозоля соответствует плотности насыщенных паров компонентов, и капли компонентов аэрозоля испаряются полностью за время τ_v .

Таким образом, получена аналитическая формула для периода самовоспламенения двухкомпонентного аэрозоля, состоящего из капель окислителя и горючего. Она дает совпадение значений периода с результатами вычислений по модели (7)–(12) с точностью не хуже 20 % в широком интервале определяющих параметров и начальных температур капель аэрозоля и может быть полезна при прогнозировании экологической обстановки в районах запуска ракет и отделения отработанных ступеней.

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 98-01-03009).

ЛИТЕРАТУРА

1. **Неустойчивость** горения в ЖРД / Под ред. Д. Т. Харрье, Ф. Г Рирдона. М.: Мир, 1975.
2. **Ламбарайс С., Комбс Л.** Экспериментальное изучение стационарного горения в ракетной камере смеси жидкого кислорода с керосином и теория горения распыленной струи // Детонация и двухфазное течение. М.: Мир, 1966. С. 270–309.
3. **Натанзон М. С.** Неустойчивость горения. М.: Машиностроение, 1986.
4. **Вильямс Ф. А.** Теория горения. М.: Наука, 1971.
5. **Губин Е. И., Дик И. Г.** Искровое зажигание облаков жидкого топлива // Физика горения и взрыва. 1990. Т. 26, № 1. С. 11–15.
6. **Хайрэр Э., Нерсетт С., Ваннер Г.** Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Нежесткие задачи. М.: Мир, 1990.
7. **Математическая** теория горения и взрыва / Я. Б. Зельдович, Г. И. Баренблатт, В. Б. Либрович, Г. М. Махвиладзе. М.: Наука, 1980.
8. **Лисицын В. И., Руманов Э. Н., Хайкин Б. И.** О периоде индукции при воспламенении совокупности частиц // Физика горения и взрыва. 1971. Т. 7, № 1. С. 3–9.

*Поступила в редакцию 13/X 1998 г.,
в окончательном варианте — 12/V 1999 г.*