



**ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПОРОД В ОКРЕСТНОСТИ ТРЕЩИНЫ**

**В. Е. Миренков**

*Институт горного дела им. Н.А. Чинакала СО РАН, E-mail: mirenkov@misd.ru,  
Красный проспект 54, Новосибирск 630091, Россия*

Показано, что исходное поле напряжений нетронутого массива пород связано с расчетом напряжений и смещений только через формулировку дополнительной задачи. Рассмотрена возможность восстановления исходного напряженного состояния пород через экспериментальное определение раскрытия трещин, расположенных под углом к горизонтали. Обсуждается построение эпюры растягивающих напряжений на продолжении разреза, используя диаграмму растяжения эталонного образца.

*Порода, трещина, корректная задача, напряжения, деформации*

**DEFORMATION OF ROCKS IN THE VICINITY OF A CRACK**

**V. E. Mirenkov**

*Chinakal Institute of Mining, Siberian Branch, Russian Academy of Sciences,  
E-mail: mirenkov@misd.ru, Krasny pr. 54, Novosibirsk 630091, Russia*

The intact rock mass stresses can be calculated in terms of stresses and displacements only with formulation of an additional problem. The intact rock mass stress state can be recovered using the experimental determination of opening of cracks lying at an angle to a horizontal line. The diagram of tensile stresses at an extension of a cut can be plotted using the tension diagram of a reference sample.

*Rock, crack, well-posed problem, stresses, strains*

Рассмотрим класс некорректных задач, возникающих при попытке получить аналитическое решение. К числу таких задач относятся аналитические решения для областей с угловыми точками, когда их простой анализ в рамках теории упругости показывает, что они не имеют физического смысла, т. е. решение существует, единственно, но некорректно. Попытки придать таким решениям физический смысл сводятся к введению в рассмотрение сосредоточенной силы (например, задача Фламана), хотя теория упругости не оперирует такими понятиями. Сюда примыкают задачи для математических разрезов и производные от них — коэффициенты интенсивности напряжений, используемые в механике разрушения, т. е. некорректные задачи [1–4]. Появление компьютеров и связанная с ними реализация коммерческих программ привели к новому всплеску некорректных формулировок проблем. Все эти программы удовлетворяют только одному условию, характерному для теории упругости, — равенству нулю главного вектора внешних усилий, приложенных к границе области счета. Отсутствие физического смысла получаемых решений никого не интересовало. Всех вдохновляло аналитическое решение задачи для плоскости с круговым отверстием, сжимаемой на бесконечности постоянными усилиями, которое можно найти в любом учебнике по теории упругости [5]. Существенно, что выражение для смещений в таких задачах некорректно, так как с удалением от выработки смещения неограниченно возрастают, чего конечно же не наблюдается на практике.

Перейдем к обсуждению корректных задач, необходимых на общем фоне некорректных. Для областей с угловыми точками на контуре необходимо отказаться от граничных условий, приводящих к некорректности, и заменить их на более реальные даже вне упругой формулировки [6]. Исследование трещины в упруго-пластической постановке не привело к положительному результату. Относительно задач, возникающих при использовании коммерческих программ, необходимо начинать решение с рассмотрения дополнительной задачи. Это решение, сложенное с исходным линейным полем напряжений в массиве пород, дает нулевые значения на контуре и нулевые добавки напряжений и смещений на бесконечности, т. е. решение существует, единственно и корректно.

**Трещины гидроразрыва и определение исходного поля напряжений массива пород.** Исходное поле напряжений в массиве пород принимается в виде (рис. 1)

$$\sigma_y = \gamma(H - y), \quad \sigma_x = \lambda\gamma(H - y), \quad (1)$$

где  $H$  — расстояние от дневной поверхности до рассматриваемой точки;  $\gamma$  — удельный вес пород;  $\lambda$  — боковой распор. Компактный образец при одноосном растяжении и трещина в материале — оптимальные устройства для разрушения и широко используются в науке и технике. Создавая в трещине давление сжатия  $\sigma_0 = \sigma_y$  можно добиться расхождения ее берегов и создание на продолжении конечной прямолинейной трещины растягивающих напряжений  $\sigma_y(x)$ ,  $a \leq |x| < \infty$  (рис. 1). Увеличение  $\sigma_0$  приводит к прорастанию длины трещины, т. е. к разрушению материала растягивающими напряжениями  $\sigma_y(x)$ . Переходя к безразмерным величинам, конечная трещина представлена на рис. 2, где  $\alpha$  — характеризует угол наклона ее к оси  $x$ . Как следует из соотношений (1) и рис. 2, переход из горизонтального положения ( $\alpha = 0^\circ$ ) последовательно к вертикальному ( $\alpha = 90^\circ$ ) будем получать различные граничные значения на контуре трещины. В общем случае нормальные к берегам трещины напряжения будут

$$\sigma_n = |\sigma_0| = \gamma H (\cos \alpha + \lambda \sin \alpha). \quad (2)$$

Из (2) имеем:

$$\begin{aligned} \text{при } \alpha = 0, \quad \sigma_n &= |\sigma_0| = \gamma H, \\ \text{при } \alpha = 45^\circ, \quad \sigma_n &= |\sigma_0| = \frac{\sqrt{2}}{2} \gamma H (1 + \lambda), \\ \text{при } \alpha = 90^\circ, \quad \sigma_n &= |\sigma_0| = \lambda \gamma H. \end{aligned}$$

Рассмотрим эти три случая значений  $\alpha$  для раскрытия уже сделанной трещины в массиве пород и определим показания  $\sigma_0$ , отвечающие этим случаям, обозначив их соответственно  $N_1$ ,  $N_2$  и  $N_3$ . Очевидно, что  $\lambda = N_3 / N_1$ ,  $\gamma H = N_1$ . Случай при  $\alpha = 45^\circ$  существенно зависит от бокового распора и может даже превосходить  $\sigma_0 = \gamma H$ , если

$$\lambda \geq \frac{2}{\sqrt{2}} - 1 \approx 0.43.$$

Другими словами, при  $\lambda \geq 0.43$  имеем  $\sigma_0 = \sigma_n > \gamma H$ , т. е. величина

$$\sigma_0 = \frac{\sqrt{2}}{2} (N_1 + N_3).$$

Таким образом, учет исходного поля напряжений не точен и процесс разрушения массива трещинами не контролируется и с точки зрения статистики не удовлетворительный. Для определения величин  $\gamma H$  и  $\lambda$  необходимо экспериментально определить давление раскрытия рассмотренных трещин в одной окрестности. Разрушение горизонтального нефтеносного пласта трещины гидроразрыва выгодно располагать под углом  $\alpha = 90^\circ$ .

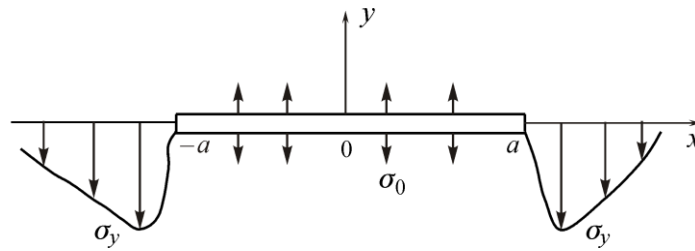


Рис. 1. Схема прямолинейной, конечной трещины под давлением  $\sigma_0$

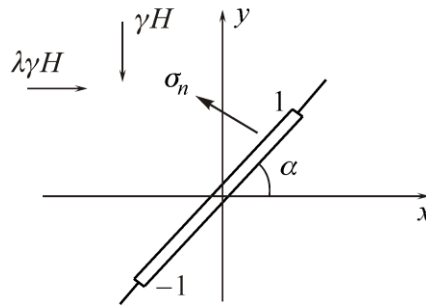


Рис. 2. Схема трещины под углом  $\alpha$  к оси  $x$

**Поле напряжений нетронутого массива и расчет деформирования** При расчетах напряженно-деформированного состояния массива пород с выработкой согласно (1) рассматривается либо полуплоскость, либо полупространство и вводится понятие дневной поверхности, понимая под которой линию или плоскость. Мелкие неровности дневной поверхности не учитываются и наделяя рассматриваемые области собственным весом, согласно (1), считается, что выработки заглублены. Во всех таких случаях никак не оговаривается процесс деформирования под действием собственного веса пород, т. е. неопределено, считая, что деформирование уже прошло. На рис. 3 изображена полуплоскость, граница которой  $\Gamma$  имеет выемку природного или техногенного происхождения. Наиболее удаленная точка выемки от прямолинейной части границы —  $H_0$  и в общем случае не будем считать эту величину маленькой. На всем контуре  $\Gamma$  (рис. 3) напряжения  $\sigma_y = 0$  и  $\sigma_x = 0$ . Если нет выемки, то на линии контура поле напряжений дает известные сжимающие значения, согласно (1), и для дополнительной задачи имеем такие же растягивающие для того же контура. Модель не фиксирует смещения, которые были для полуплоскости, когда ввели (1) и для растягивающих на  $\Gamma$ , т. е. поднятие  $\Gamma$  будет таким же как опускание при сжимающих и они никак не определены.

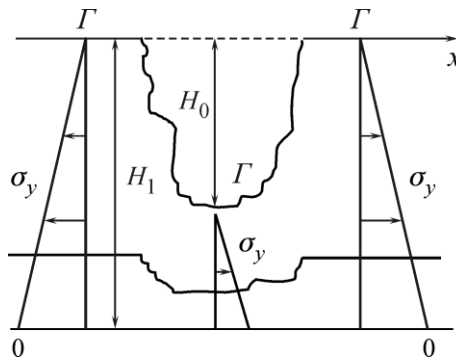


Рис. 3. Полуплоскость с границей  $\Gamma$ , имеющей выемку

Таким образом, поле напряжений (1) и смещений не связаны напрямую и, как доказано в [6], для получения корректного решения необходимо формулировать дополнительную задачу. На рис. 3 для трех точек границы построены эпюры напряжений  $\sigma_y$  при удалении в горный

массив, а на горизонтальной линии 0–0 приведена эпюра этих напряжений, характеризующая удаление от свободной границы, которую нужно учитывать при численных расчетах. Другими словами, если под выемкой проводить трещину или выработку на линии 0–0, то поле напряжений  $\sigma_y$  будет переменным согласно эпюре на рис. 3, а  $\sigma_x = \lambda\gamma H_1$ , где  $H_1$  — расстояние от дневной поверхности до линии 0–0. Поскольку любая задача решается численно методом конечных элементов (МКЭ), то учет дневной поверхности с выемкой стандартный, т. е. где можно, отступив достаточно далеко от  $\Gamma$  считать  $\sigma_y = \gamma H_1$  и  $\sigma_x = \lambda\gamma H_1$ . Одна из причин катастроф в горном производстве – низкое качество проектных расчетов, основанных на данных компьютерного моделирования. Дело в том, что численные методы, лежащие в основе современных программных пакетов, не позволяют выполнять надежных оценок точности решения краевых задач. Точность расчета МКЭ зависит от свойств конечных элементов. Поля напряжений крайне неравномерны и конечно-элементные модели, построенные на одном типе элементов нерациональны. Нужны переходные элементы, позволяющие задавать различный порядок точности интерполирующих функций в разных направлениях. Но еще важнее осознать согласованность между методами задания геометрии тела и методами решения задачи. Все достоинства тонких методов задания геометрии будут немедленно сведены на нет, если не формулировать корректно граничные условия. К настоящему моменту в научном сообществе сформировалось понимание бесперспективности классического подхода к расчету деформирования пород представленному, например, в [1–5]. Выход — в отказе от численных методов, стоящих на вооружении в горном производстве и применять только те методы, которые приводят к точным аналитическим (т. е. строго обоснованным) решениям, но их очень мало.

**Вариант построения эпюры растягивающих напряжений перед вершиной трещины** В механике горных пород учет исходного поля напряжений нетронутого массива не точен, а процесс разрушения его трещинами не контролируемых и с точки зрения накопления статистики неудовлетворительный. Пока нет аналитического или численного решения о конечной, прямолинейной трещине с эпюрой растягивающих напряжений впереди вершин нет смысла говорить о трещинах, гидроразрыве, разрушении и других создаваемых ими эффектах.

Предлагается возможность обсудить построение эпюры растягивающих напряжений на продолжении разреза. Для каждой точки впереди трещины можно рассмотреть одноосное растяжение стандартного образца из материала пород, вмещающего такие точки. Процесс разрушения (прораствания) разреза предполагает использовать полностью диаграмму растяжения образца пород вплоть до разрушения. На рис. 4 приведена такая диаграмма растяжения эталонного образца пород. На эпюре зависимости напряжения-деформации можно выбрать ряд характерных для данного материала точек и поставить их в соответствие растягивающим напряжениям пред вершиной трещины.

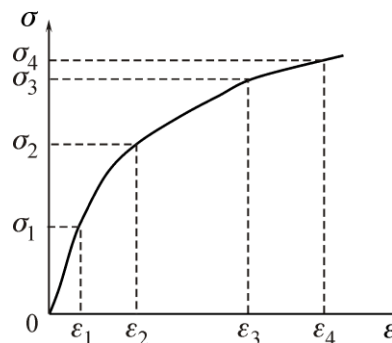


Рис. 4. Диаграмма растяжения образца пород, вмещающих трещину:  $\sigma_1$  — предел пропорциональности;  $\sigma_2$  — пластические напряжения;  $\sigma_3$  — развитые пластические напряжения;  $\sigma_4$  — предел прочности пород

## ВЫВОДЫ

Установлено, что исходное поле напряжений нетронутого массива пород связано с расчетом напряжений и смещений только через формулировку дополнительной проблемы для задач Коши. Рассмотрена возможность восстановления исходного напряженного состояния пород через экспериментальное определение раскрытия трещи, расположенных под углом к горизонтали. Обсуждается построение эпюры растягивающих напряжений на продолжении разреза, используя диаграмму растяжения эталонного образца из материала пород, содержащего трещину.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

1. **Pozharsky D. A.** Regular systems of cracks in a transversely isotropic body, *Mechanics of Solids*, 2019, no. 3, pp. 54–63]. (in Russian) [**Пожарский Д. А.** Периодическая система трещин в трансверсально-изотропном теле // Изв. РАН. МТТ. — 2019. — № 3. — С. 54–63.]
2. **Fan C., Li S., Luo M., Yang Z., and Lan T.** Numerical simulation of hydraulic fracturing in coal seam for enhancing underground gas drainage, *Energy Exploration and Exploitation*, 2019, vol. 37, no. 1, pp. 166–193. [**Фан К., Ли С., Лю М., Янг З., Лан Т.** Численное моделирование гидроразрыва угольного пласта для увеличения дренажа газа // Энергетические исследования и разработка. — 2019. — Т. 37. — № 1. — С. 111–193.]
3. **Azarov A. V., Kurlenya M. V., Serdyukov S. V., and Patutin A. V.** Features of hydraulic fracturing propagation near free surface in isotropic poroelastic medium, *Journal of Mining Science*, 2019, vol. 55, no. 1, pp. 1–8. (in Russian) [**Азаров А. В., Курленя М. В., Сердюков С. В., Патутин А. В.** Особенности развития трещин гидроразрыва вблизи свободной поверхности в изотропной пороупругой среде // ФТПРПИ. — 2019 — № 1. — С. 3–11.]
4. **Mirsalimov V. M.** Modeling partial closure of a variable-width slot with cohesion end zones in rock mass, *Journal of Mining Science*, 2020, vol. 56, no. 1, pp. 9–19. (in Russian) [**Мирсалимов В. М.** Моделирование частичного закрытия щели переменной ширины с концевыми зонами в массиве горных пород // ФТПРПИ. — № 1. — 2020. — С. 11–22.]
5. **Muskhelishvili N. I.** Some Basic Problems of Mathematical Elasticity, Moscow, Nauka, 1966. (in Russian) [**Мусхелишвили Н. И.** Некоторые основные задачи математической теории упругости. — М.: Наука. — 1966. — 708 с.]
6. **Mirenkov V. E.** Ill-posed problems of geomechanics, *Journal of Mining Science*, 2018, vol. 54, no. 3, pp. 361–367. (in Russian) [**Миренков В. Е.** О некорректных задачах геомеханики // ФТПРПИ. — 2018. — № 3. — С. 3–10.]