УДК 539.63

МОДЕЛЬ ПОВЕДЕНИЯ СМЕСИ С РАЗЛИЧНЫМИ СВОЙСТВАМИ КОМПОНЕНТОВ ПРИ ВЫСОКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ НАГРУЗКАХ

С. А. Кинеловский*,**, К. К. Маевский*

* Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, 630090 Новосибирск

** Новосибирский государственный университет, 630090 Новосибирск

E-mails: skin@hydro.nsc.ru, konstantinm@hydro.nsc.ru

С использованием термодинамически равновесной модели описано динамическое нагружение смесей двух и более конденсированных фаз с разными свойствами в пределах погрешности эксперимента с помощью только параметров компонентов. Исследовано поведение сплавов, рассматриваемых как смесь с теми же объемными долями компонентов. С использованием уравнения состояния типа уравнения Ми — Грюнайзена с учетом зависимости коэффициента Грюнайзена от температуры описано поведение конденсированных фаз для сплошных и пористых материалов. Проведено сравнение результатов расчетов с экспериментальными данными и известными результатами расчетов в широком диапазоне параметров.

Ключевые слова: ударная адиабата, пористая гетерогенная среда, порошковая смесь, термодинамическое равенство, аддитивное приближение, коэффициент Грюнайзена, сплавы.

Исследование поведения смесей порошковых материалов при ударно-волновом нагружении представляет интерес при решении прикладных задач динамического компактирования, ударно-волнового синтеза и др. Учитывая большое разнообразие порошковых смесей по составу и пористости, для описания таких смесей целесообразно использовать уравнения состояния (УС) только компонентов смеси. Для этого необходимо иметь достаточно простую модель, с помощью которой хорошо описываются результаты эксперимента в широком диапазоне значений давления и пористости.

Несмотря на то что существует большое количество подходов к выбору УС твердого тела при динамическом нагружении [1, 2], а также моделей для описания поведения смесей веществ [3, 4], проблема получения УС в точной математической постановке остается практически неразрешимой, так как исходные уравнения (уравнения статистической термодинамики) чрезвычайно сложны. На практике обычно проводятся некоторые упрощения, причем, как отмечается в [2], "в теории УС легче написать сложное уравнение, чем найти эффективное упрощение, т. е. такое, которое отражает главные черты реальности". В конечном счете главным критерием применимости модельного УС является его соответствие эксперименту.

В данной работе развита предложенная в [5, 6] модель ударно-волнового нагружения пористых сред и смесей порошков. При этом основное внимание уделяется изучению

Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (коды проектов 10-03-00527, 13-03-00663).

[©] Кинеловский С. А., Маевский К. К., 2013

смесей, у которых существенно различаются, например, плотности компонентов, а также проверке возможности рассмотрения сплавов в качестве смесей с нулевой пористостью.

Рассматриваемая модель основана на предположении о том, что при ударно-волновом нагружении все компоненты смеси, включая газ в порах, находятся в "термодинамическом равновесии", т. е. давления, температуры и массовые скорости всех компонентов равны. Для описания поведения конденсированных фаз используются УС типа уравнения Ми — Грюнайзена, т. е. полагается, что для каждой конденсированной фазы смеси $P(\rho, T) = P_x + P_T$ и $E(\rho, T) = E_x + E_T$. "Холодная" составляющая давления P_x описывается уравнением типа уравнения Тэта. Тогда для каждого *i*-го компонента с текущей плотностью ρ_{i1} , начальной плотностью ρ_{i0} и теплоемкостью c_{vi} УС имеет вид

$$P = A_i ((\rho_{i1}/\rho_{i0})^{n_i} - 1) + \Gamma_i c_{vi} (T - T_0) \rho_{i1},$$

где i = 1, ..., n; n — количество конденсированных компонентов смеси; Γ_i — коэффициент Грюнайзена. Для газа выбирается уравнение состояния идеального газа. В рамках данной модели в предположении, что ударная адиабата (УА) смеси существует, выписываются условия динамической совместности на фронте волны — условия сохранения потоков массы для каждого компонента и потоков импульса и энергии для смеси в целом (последние два условия фактически означают, что модель неявно учитывает взаимодействие компонентов).

Полученных уравнений в совокупности с УС каждого компонента достаточно для нахождения зависимостей типа P(U) или D(U) (P, U, D — давление, массовая и волновая скорости соответственно), которые можно трактовать как УА многокомпонентной смеси [5].

В частности, для смеси с двумя конденсированными компонентами можно получить выражение [5]

$$P = \left(Z_1 + Z_2 \frac{\mu_{20}\sigma_1}{\mu_{10}\sigma_2}\right) / \left(h_1 + \frac{\mu_{20}\sigma_1}{\mu_{10}\sigma_2}h_2 + \frac{(1 - \mu_{10} - \mu_{20})\sigma_1}{\mu_{10}\sigma_g}h_3 - \frac{\sigma_1}{\mu_{10}}\right),\tag{1}$$

где

$$Z_i = A_i \Big[\Big(h_i - \frac{n_i + 1}{n_i - 1} \Big) \sigma_i^{n_i} + \frac{2n_i \sigma_i}{n_i - 1} - h_i - 1 \Big], \qquad h_i = \frac{2}{\Gamma_i} + 1, \quad i = 1, 2,$$

 $\sigma_1 = \rho_{11}/\rho_{10}, \sigma_2 = \rho_{21}/\rho_{20}, \sigma_g = \rho_{g1}/\rho_{g0}$ — степени сжатия соответствующих компонентов; $h_3 = 2/(\gamma - 1); \gamma$ — показатель адиабаты; ρ_{g1}, ρ_{g0} — текущая и начальная плотности газа; μ_{10}, μ_{20} — начальные объемные доли конденсированных компонентов смеси. С учетом равенства температур компонентов получаются три уравнения для четырех неизвестных P, $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_g$, позволяющие построить УА смеси [5, 6]. Если в уравнениях динамической совместности положить $\mu_{20} = \mu_{21} = 0$, что означает отсутствие второго компонента, то получим уравнения динамической совместности для пористой среды. Если при этом дополнительно положить $\mu_{10} = 1$, то получим систему уравнений для монолитного материала. Обобщая соответствующие уравнения, не представляет особого труда построить УА для большего количества компонентов смеси.

В [5–9] проведено сравнение результатов расчетов по рассматриваемой модели с большим числом известных результатов экспериментов по ударному нагружению сплошных и пористых материалов, что позволило для каждого вещества определить значения входящих в модель свободных параметров A, n, Γ . В тех же работах проверена степень соответствия данной модели известным экспериментальным результатам для пористых двухи трехкомпонентных смесей. Показано, что при $\Gamma = \text{const}$ до значений давления, равных 200 ГПа, модель хорошо описывает экспериментальные данные. При бо́льших давлениях необходимо вводить дополнительные предположения. Как известно, с ростом давления величина Γ уменьшается. Для описания зависимости $\Gamma(V)$ часто используется модель

$$\Gamma \rho = \text{const},$$
 (2)

где ρ — плотность твердой фазы [10]. Предлагались различные варианты данной зависимости в виде $\Gamma \sim \rho^{-n}$ [11], которые тем не менее недостаточно точно описывали экспериментальные данные. Поэтому имеются основания считать, что параметр Г зависит также от температуры. В [12] отмечалось: "Поскольку УС в приближении Грюнайзена с величиной $\Gamma(V,T)$, не зависящей от T, не дает возможности точно рассчитывать ни энтропию, ни температуру, его нельзя считать полным". В [13] указано, что результаты эксперимента для металлов свидетельствуют о необходимости модификации УС путем учета уменьшения коэффициента Грюнайзена с ростом температуры. При определенной пористости рост давления и соответственно температуры происходит при практически постоянном или увеличивающемся объеме, в этом случае для описания результатов экспериментов зависимости только от объема недостаточно. В [14] введен коэффициент Грюнайзена $\Gamma(V, T)$ как функция объема V и температуры, что позволило для сплошных материалов построить УА до давлений, при которых титан сжимается в 1,6 раза, свинец — в 2,2 раза. Поскольку при динамическом воздействии температура пористых материалов существенно увеличивается, для описания поведения порошковых материалов в [6] предложено другое приближение, в котором коэффициент Грюнайзена в явном виде формально зависит только от температуры. В результате анализа экспериментальных данных как монолитных, так и пористых материалов предложена эмпирическая зависимость коэффициента Грюнайзена от температуры в следующем виде [6]:

$$\Gamma(T) = \frac{1}{1/(\Gamma(T_0) - \Gamma(T_\infty)) + CT} + \Gamma(T_\infty).$$
(3)

Заметим, что при такой зависимости $\Gamma(T)$ функция тепловой составляющей P_T в УС качественно совпадает с зависимостью, описанной в [15].

Использование зависимости (3) оказалось перспективным при описании поведения как сплощных, так и пористых материалов, а также порошков и смесей на их основе [6–9, 16]. Параметры C, $\Gamma(T_{\infty})$ выбираются из условия соответствия расчетных УА известным экспериментальным результатам для каждого материала. При начальной температуре $T = T_0$ на основе известных справочных данных при нормальных условиях выбирается значение $\Gamma(T_0)$. При температуре $T = T_*$ с использованием промежуточного значения $\Gamma(T_*)$ можно описывать данные экспериментов при средних сжатиях материала, с использованием асимптотического значения $\Gamma(T_{\infty})$ — при максимальных сжатиях. Фактически подбираются два свободных параметра: C (или T_*) и $\Gamma(T_{\infty})$. С учетом имеющихся подгоночных параметров для определения "холодной" составляющей (n и A) получаем модель с четырьмя подгоночными константами, т. е. с существенно меньшим количеством констант по сравнению с предлагавшимися ранее моделями и тем более по сравнению с широкодиапазонными УС.

Использованные в расчетах значения всех входящих в УС параметров для различных материалов приведены в [6]. Эти значения позволяют в пределах погрешности эксперимента описывать динамические характеристики как монолитных, так и пористых материалов при давлениях свыше 5 ГПа. Следует отметить, что диапазон значений пористости оказался существенно шире, чем предполагалось при разработке модели: модель позволяет описывать динамические характеристики смесей при плотностях, как в 1,5–2 раза, так и на порядок меньших плотности монолита [16]. Можно ожидать, что эти значения свободных констант могут использоваться для описания динамических характеристик любых смесей,



Рис. 1. Расчетные (линии) и экспериментальные (точки) зависимости давления от коэффициента сжатия (УА) пористой смеси вольфрама и меди: 1-4 — экспериментальные данные [10], 5-12 — результаты расчета (5-8 — с учетом (3),

9–12 — в рамках аддитивного приближения); 1, 5, 9 — $\mu = 0.936$; 2, 6, 10 — $\mu = 0.978$; 3, 7, 11 — $\mu = 0.981$; 4, 8, 12 — $\mu = 0.986$

изготовленных на основе веществ с уже определенными параметрами модели, требуется определить только объемные доли компонентов.

Учет пористости в рамках рассматриваемой модели с использованием зависимости (3) для смеси Cu–W (элконит) [10] позволил достоверно описать имеющиеся экспериментальные данные без существенных погрешностей для всех значений пористости элконита. Поскольку пористость μ определяется как отношение плотностей пористого и сплошного материалов, она фактически является суммой объемных долей конденсированных компонентов. На рис. 1 представлены УА пористой смеси W и Cu. Для наглядности на рис. 1–4 расчетные и экспериментальные данные для различных значений пористости приведены со сдвигом по оси P с шагом, равным 50 или 100 ГПа.

Для сплавов расчет в аддитивном приближении с учетом только равенства давлений в ряде случаев позволяет получить удовлетворительные результаты [17]. Расчеты при пористости, равной 0,98, когда смесь рассматривается как сплав [17], и расчеты с учетом равенства давлений и температур [6] соответствуют известным экспериментальным данным. Можно предположить, что данная модель позволяет рассчитывать поведение сплавов при динамических нагрузках, рассматривая сплав как смесь, у которой отсутствует пористость. Расчеты, выполненные для сплавов, подтвердили это предположение для давлений свыше 5 ГПа, при которых данная модель достоверно описывает поведение чистых веществ. На рис. 2 для сплавов никеля и меди, а также железа и меди представлены расчетные и экспериментальные зависимости P(U). Видно, что в пределах погрешности эксперимента эти результаты хорошо согласуются.

Использование модели поведения сплавов при динамических нагрузках позволяет выполнить расчеты нагружения смесей, в состав которых входят порошки на основе сплавов. В этом случае, рассматривая сплав как смесь порошков с теми же объемными долями компонентов, задачу можно свести к определению объемных долей всех компонентов смеси, в том числе входящих в состав сплавов. С использованием только параметров компонентов проводится расчет динамических параметров многокомпонентной смеси. Выполнены



Рис. 2. Расчетные (линии) и экспериментальные [18] (точки) зависимости давления от массовой скорости:

1 — сплав никеля с медью, 2 — сплав железа с медью

Рис. 3. Расчетные (линии) и экспериментальные [18] (точки) зависимости давления от массовой скорости для смеси алмаза с порошком сплава ВК6: $1 - \text{BK6} + \text{алмаз} (11,2\%) (\rho_0 = 5,68 \text{ г/см}^3, \mu = 0,518); 2 - \text{BK6} + \text{алмаз} (13,2\%) (\rho_0 = 5,72 \text{ г/см}^3, \mu = 0,547); 3 - \text{BK6} + \text{алмаз} (26,2\%) (\rho_0 = 4,61 \text{ г/см}^3, \mu = 0,571); 4 - \text{BK6} + \text{алмаз} (29,8\%) (\rho_0 = 4,68 \text{ г/см}^3, \mu = 0,616); 1, 3 - частицы алмаза AMC 14/10 размером 10 ÷ 14 мкм, 2, 4 - частицы алмаза AC 50 размером 200 ÷ 250 мкм$

расчеты для смеси алмаза с ВК6 (сплав карбида вольфрама с кобальтом). На основе данных [18] о массовых долях компонентов сплава и составе смеси определены объемные доли карбида вольфрама, кобальта и алмаза в смеси, а также параметры уравнения состояния каждого компонента. С использованием полученных результатов проведены расчеты для смеси с тремя конденсированными фазами, для каждой из которых известна начальная объемная доля. На рис. 3 приведены расчетные и экспериментальные зависимости P(U)для смеси алмаза с порошком сплава ВК6 при различных значениях пористости и начальной плотности смеси ρ_0 . Видно, что результаты расчетов адекватно описывают известные экспериментальные данные. Это свидетельствует о возможности использования данной модели при описании поведения пористых смесей, полученных на основе не только чистых веществ, но и сплавов.

Для дальнейшего исследования области применимости предложенной модели рассматривались смеси с компонентами, плотности которых существенно различаются, в частности смесь парафина с вольфрамом. Для данной смеси имеются результаты расчетов по различным моделям, как учитывающим взаимодействие компонентов, так и не учитывающим его. Это позволяет провести сравнение различных подходов и выбрать наиболее адекватное описание динамических нагрузок.

На рис. 4 приведены результаты расчетов по рассматриваемой модели и данные, полученные на основе экспериментов [19], для непористой смеси вольфрама и парафина с различными массовыми долями компонентов. Видно, что в пределах погрешности эксперимента расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются.

В работе [20] выполнены расчеты для смеси парафина и вольфрама с использованием трех моделей, которые с разной степенью точности описывают результаты экспериментов [19]. Приводятся результаты расчетов, выполненных с помощью следующих методов: SC-критерий (single component) [19, 21], КЕА-метод (kinetic energy averaging) [22]. Эти два



Рис. 4. Расчетные (линии) и экспериментальные [19] (точки) зависимости давления от коэффициента сжатия (УА) смеси вольфрама и парафина: 1 — парафин (16 %) — вольфрам (84 %) ($\rho_0 = 4,53 \text{ г/см}^3$), 2 — парафин (33,8 %) — вольфрам (66,2 %) ($\rho_0 = 2,44 \text{ г/см}^3$)

Рис. 5. Расчетные (линии) и экспериментальные [19] (точки) зависимости давления от удельного объема смеси вольфрама (66,2 %) и парафина (33,8 %): 1–4 — результаты расчетов с использованием различных методов (1 — SCкритерий [20], 2 — КЕА-метод [20], 3 — ТЕ-метод [20], 4 — ТЕС-метод, предложенный в данной работе)

метода основаны на принципе аддитивности, который широко используется для сплавов при относительно невысоких давлениях, однако не учитывает взаимодействие компонентов. В третьем TE-методе (turbulent entropy) предпринята попытка учесть взаимодействие компонентов, вводя дополнительно турбулентную энтропию [4].

На рис. 5, взятом из работы [20], представлены расчетные и экспериментальные зависимости давления от удельного объема смеси парафина и вольфрама. Здесь же приведена расчетная кривая, полученная с помощью предложенного в данной работе метода расчета, названного TEC-методом (thermodynamic equilibrium component). Из рис. 5 следует, что результаты расчетов, выполненных с использованием принципа аддитивности, при давлении менее 100 ГПа хорошо согласуются с экспериментальными данными, при более высоком давлении они лучше согласуются с результатами расчета по TE-методу, который, однако, не является достоверным при давлении ниже 100 ГПа. Предлагаемая в данной работе модель позволяет описать экспериментальные данные во всем диапазоне.

На рис. 6 представлены результаты расчетов по указанным выше моделям для смеси вольфрама (84 %) и парафина (16 %). Видно, что при значениях давления, не превышающих 70 ГПа, результаты расчетов по трем моделям близки к экспериментальным данным, при большем давлении с ними лучше согласуются результаты расчетов по моделям, в которых учитывается взаимодействие компонентов смеси.

Ранее для смесей вольфрама и парафина проводились также расчеты с учетом и без учета взаимодействия компонентов с использованием модели, предложенной в [23]. В этом случае, как отмечается в [23], "теоретические зависимости P(D) без учета кластерного взаимодействия лежат выше экспериментальных. Теоретические ударные адиабаты с учетом кластерного взаимодействия лежат ниже экспериментальных адиабат". Результаты расчета зависимости P(D) по рассматриваемой в данной работе модели приведены на



Рис. 6. Расчетные (линии) и экспериментальные [19] (точки) зависимости давления от удельного объема смеси вольфрама (84 %) и парафина (16 %) (обозначения те же, что на рис. 5)

Рис. 7. Расчетные (линии) и экспериментальные [19] (точки) зависимости давления от волновой скорости (УА) смеси вольфрама и парафина: 1 — парафин (16 %) — вольфрам (84 %); 2 — парафин (33,8 %) — вольфрам (66,2 %)

рис. 7. В пределах погрешности эксперимента расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются во всем диапазоне.

Представленные результаты показывают, что модель, основанная на равенстве давлений, температур и скоростей компонентов смеси и использующая только параметры компонентов, является более предпочтительной. Результаты расчетов по модели, в которой используется условие равенства скоростей компонентов смеси, хорошо соответствуют экспериментальным данным даже в случае существенного различия плотностей компонентов. Это означает, что фронт ударной волны в такой смеси фактически является размытой областью, внутри которой и происходит выравнивание скоростей компонентов. Факт существования такой области отмечен в [24].

Таким образом, достаточно простая модель динамического нагружения пористых материалов позволяет проводить достоверные расчеты для смесей с компонентами, имеющими существенно различные свойства. Показано, что предложенная в настоящей работе модель адекватно описывает известные экспериментальные результаты в случае смесей с компонентами, плотности которых могут различаться более чем в 10 раз, а также в случае смесей, в состав которых входят порошки, полученные из сплавов. Данная модель позволяет расширить класс материалов, входящих в состав смесей, для которых можно получить достоверные оценки результатов воздействия ударных волн на порошковые смеси.

ЛИТЕРАТУРА

- 1. Фортов В. Е. Ударные волны и экстремальные состояния вещества / Под ред. В. Е. Фортова, Л. В. Альтшулера, Р. Ф. Трунина, А. И. Фунтикова. М.: Наука, 2000.
- Копышев В. К., Медведев А. Б. Обзор принципиальных идей моделей уравнения состояния во ВНИИЭФ // Высокие плотности энергии. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 1997. С. 271–283.

- 3. Чарахчьян А. А., Милявский В. В., Хищенко К. В. Применение моделей смеси для анализа ударно-волновых экспериментов с неполным фазовым превращением // Теплофизика высоких температур. 2009. Т. 47, № 2. С. 254–261.
- Gavrilyuk S. L., Saurel R. Rankine Hugoniot relations for shocks in heterogeneous mixtures // J. Fluid Mech. 2007. V. 575. P. 495–507.
- Кинеловский С. А., Маевский К. К., Родиков А. С. Одна модель расчета ударной адиабаты пористой гетерогенной среды // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Физика. 2008. Т. 3, № 1. С. 3–11.
- Кинеловский С. А., Маевский К. К. Расчет ударной адиабаты порошковых смесей с учетом зависимости коэффициента Грюнайзена от температуры // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Сер. Физика. 2009. Т. 4, № 4. С. 71–78.
- Кинеловский С. А., Маевский К. К. Расчет ударной адиабаты пористых порошковых смесей // Экстремальные состояния вещества. Детонация. Ударные волны: Тр. междунар. конф. "XI Харитоновские тематические чтения". Саров, 16–20 марта 2009 г. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2009. С. 239–244.
- Кинеловский С. А., Маевский К. К. Расчет динамического воздействия на пористые материалы // Забабахинские научные чтения: Тр. 10-й Междунар. конф., Снежинск, 15–19 марта 2010 г. Снежинск: Всерос. науч.-исслед. ин-т техн. физики, 2010. [Электрон. pecypc]. Режим доступа: http://www.vniitf.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=592%3A-2010&catid=102%3A-2010&Itemid=315&lang=ru.
- Maevskij K. K., Kinelovskij S. A. Model calculation of dynamic effects on porous materials and mixes under high energy density condition // Physics of extreme states of matter — 2011, Elbrus, 1–6 Mar. 2011 / Ed. by V. E. Fortov, et al. Chernogolovka: Inst. of probl. of chem. phys. RAS, 2011. P. 112–115.
- McQueen R. G., Marsh S. P., Taylor J. W., et al. The equation of state of solids from shock wave studies // High velocity impact phenomena / Ed. by R. Kinslow. N. Y.: Acad. Press, 1970. P. 239.
- Boehler R., Ramakrishnan J. Experimental results on the pressure dependence of the Gruneisen parameter // J. Geophys. Res. Ser. B. 1980. V. 85. P. 6996–7002.
- 12. Физика высоких плотностей энергии / Под ред. П. Кальдирола, Г. Кнопфеля. М.: Мир, 1974.
- 13. Кормер С. Б., Фунтиков А. И., Урлин В. Д., Колесникова А. Н. Динамическое сжатие пористых металлов и уравнение состояния с переменной теплоемкостью при высоких температурах // Журн. эксперим. и теорет. физики. 1962. Т. 42, № 3. С. 686–702.
- 14. Молодец А. М., Молодец М. А. Температурная зависимость функции Грюнайзена химических элементов // Хим. физика. 1997. Т. 16, № 5. С. 122–126.
- 15. Бушман А. Ф., Фортов В. Е. Модели уравнения состояния вещества // Успехи физ. наук. 1983. Т. 140, № 2. С. 177–232.
- 16. Маевский К. К., Кинеловский С. А. Расчет ударно-волнового воздействия на пористые материалы и смеси // Материалы науч.-координац. сессии "Исследования неидеальной плазмы", Москва, 1–2 дек. 2010 г. М.: Объед. ин-т высоких температур РАН, 2010. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: http://www.ihed.ras.ru/npp2010/pres/mayevskiy_npp-2010.pdf.
- 17. Белякова М. Ю., Жерноклетов М. В., Сутулов Ю. Н., Трунин Р. Ф. Ударное сжатие металлических сплавов // Изв. АН СССР. Сер. Физика Земли. 1991. № 1. С. 99–106.
- Трунин Р. Ф. Экспериментальные данные по ударно-волновому сжатию и адиабатическому расширению конденсированных веществ / Под ред. Р. Ф. Трунина, Л. Ф. Гударенко, М. В. Жерноклетова, Г. В. Симакова. Саров: Всерос. науч.-исслед. ин-т эксперим. физики, 2006.

- 19. Алексеев Ю. Ф., Альтшулер Л. В., Крупникова В. П. Ударное сжатие двухкомпонентных парафино-вольфрамовых смесей // ПМТФ. 1971. № 4. С. 152–155.
- Oren E. P., Francois X. J. Comparison of methods for calculating the shock Hugoniot of mixtures // Shock Waves. 2010. V. 20. P. 73–83.
- Saurel R., Le Metayer O., Massoni J., Gavrilyuk S. Shock jump relations for multiphase mixtures with stiff mechanical relaxation // Shock Waves. 2007. V. 16. P. 209–232.
- 22. Batsanov S. S. Effects of explosions on materials: modification and synthesis under high-pressure shock compression. Berlin: Springer, 1994.
- Куропатенко В. Ф. Законы сохранения в моделях многокомпонентных сред // Сб. материалов науч. конф. "Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики", Томск, 12–14 апр. 2011 г. Томск: Изд-во Том. гос. ун-та, 2012. С. 38–41.
- Долгобородов А. Ю., Воскобойников И. М., Толстов И. К., Судариков А. В. Особенности распространения ударных волн в смесях // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 3. С. 106–111.

Поступила в редакцию 4/IV 2012 г., в окончательном варианте — 29/I 2013 г.