

УДК 539.5

ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЛЗУЧЕСТИ ВРАЩАЮЩЕГОСЯ ДИСКА ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНОГО МАТЕРИАЛА С УЧЕТОМ ЗАВИСИМОСТИ ЕГО СВОЙСТВ ОТ ТЕМПЕРАТУРЫ

Х. Жарфи

Эсферайенский технологический университет, 9661998195 Эсферайен, Иран
E-mail: zharfi@esfarayen.ac.ir

Исследуется ползучесть вращающегося диска из функционально-градиентного материала (смеси частиц алюминия и карбида кремния) на неустановившейся (первой) и установившейся (второй) стадиях. Задача решается с использованием обобщенного метода дифференциальных квадратур. Ползучесть диска исследуется при трех законах распределения температуры по радиусу диска и с учетом зависимости характеристик материала от температуры. Используются соотношения закона ползучести Нортона, параметры которых зависят от температуры, распределения объемной доли частиц и их размера. Показано, что скорость ползучести существенно зависит от градиента температуры, температуры и объемной доли армирующих частиц в каждой точке диска.

Ключевые слова: первая и вторая стадии ползучести, время, градиент температуры, вращающийся диск, функционально-градиентные материалы, обобщенный метод дифференциальных квадратур.

DOI: 10.15372/PMTF20210115

Введение. В машинах различного типа, таких как турбины, насосы, компрессоры, реактивные двигатели, вращающиеся диски являются основной частью и, как правило, находятся под действием температурных и силовых нагрузок. Поэтому необходимо исследовать ползучесть этих дисков, а также влияние неоднородности материала на ползучесть вращающихся дисков. В настоящее время наряду с улучшением эксплуатационных характеристик машин требуется обеспечить наименьшую стоимость их производства, что в свою очередь обуславливает необходимость оптимизации механических характеристик материала, таких как удельный вес, сопротивляемость температурным и силовым нагрузкам. Одним из способов решения этих задач является использование функционально-градиентных материалов (ФГМ) — неоднородных материалов, представляющих собой смесь квазиоднородных компонентов. Такие композиты имеют различные физические характеристики и функциональные свойства (небольшой удельный вес, высокую прочность, большую теплопроводность, термо- и износостойкость) и не подвержены коррозии. Примером данных материалов является металлокерамика. В таких композитах керамика обладает высокой термостойкостью и не изнашивается на поверхностях контакта. В то же время металлическая составляющая обеспечивает большую теплопроводность и высокую механическую прочность. Поэтому такие ФГМ используются в качестве материалов изделий, работающих в экстремальных термосиловых условиях [1].

При высоких температурах неизбежно появление деформаций ползучести, следовательно, необходимо провести моделирование процесса ползучести. Исследование явления ползучести началось в конце XIX в. Появление реактивных двигателей обусловило интенсивные исследования процессов ползучести и релаксации материалов [2]. Одной из первых работ, посвященных исследованию ползучести вращающихся дисков, является работа [3], в которой ползучесть вращающегося диска изучалась с использованием степенного закона изменения неоднородности материала и критерия текучести Мизеса — Треска. Данное исследование было продолжено в работе [4]. В [5] изучалась ползучесть вращающегося диска из ортотропного материала. Установлено, что тангенциальные напряжения в любой точке и скорость тангенциальной деформации ползучести на внутренней поверхности диска уменьшаются с увеличением степени неоднородности материала диска. В работе [6] задача о ползучести вращающегося диска решалась с использованием закона ползучести Нортон. В [7] показано, что прочность при ползучести вращающегося диска, толщина и плотность материала которого уменьшаются в радиальном направлении, больше прочности диска постоянной толщины, изготовленного из материала с постоянной плотностью. В работе [8] с использованием закона ползучести Нортон исследовалась установившаяся ползучесть вращающегося диска из ФГМ — композита, состоящего из смеси частиц алюминия и карбида кремния. Закон распределения частиц по радиусу диска выбран на основе экспериментальных данных, приведенных в [9]. В работе [10] с использованием метода конечных элементов исследована установившаяся ползучесть вращающегося диска при различных законах распределения частиц карбида кремния по радиусу диска. В [11, 12] изучалось влияние распределения частиц по радиусу диска на распределение напряжений, скоростей деформаций ползучести и деформаций. При этом упругими деформациями пренебрегалось и не учитывалось влияние температурного поля на распределение напряжений и деформаций.

В указанных выше работах исследовалась установившаяся ползучесть и не рассматривалась первая, неустановившаяся стадия ползучести. Кроме того, в ряде работ не учитывалась зависимость свойств материала от температуры.

Целью данной работы является исследование с использованием обобщенного метода дифференциальных квадратур ползучести вращающегося диска с учетом как первой (установившейся), так и второй (установившейся) стадии ползучести, а также изучение зависимости характеристик ФГМ от температуры. Полученные результаты сравниваются с результатами проведенных ранее исследований.

1. Математическая формулировка задачи. На рис. 1 приведена схема элемента вращающегося диска. Предполагается, что материал диска является изотропным, и принимается критерий текучести Мизеса. Считается, что толщина диска мала, поэтому выполняются допущения, принимаемые для случая плоского напряженного состояния. Полная деформация вращающегося диска из ФГМ представляется в виде суммы упругой, температурной деформаций и деформации ползучести:

$$\varepsilon_{tot} = \varepsilon_{el} + \varepsilon_{th} + \varepsilon_c.$$

Отличные от нуля компоненты тензоров деформаций и напряжений связаны соотношениями

$$\varepsilon_r = \frac{du}{dr} = \frac{1}{E} (\sigma_r - \nu\sigma_\theta) + \alpha T + \varepsilon_{r,c}, \quad \varepsilon_\theta = \frac{u}{r} = \frac{1}{E} (\sigma_\theta - \nu\sigma_r) + \alpha T + \varepsilon_{\theta,c}, \quad (1)$$

где ε_r , ε_θ и σ_r , σ_θ — радиальная и тангенциальная компоненты тензора деформаций и тензора напряжений соответственно; u — радиальная составляющая вектора перемещения; E , α , T — модуль упругости, коэффициент температурного расширения и температура

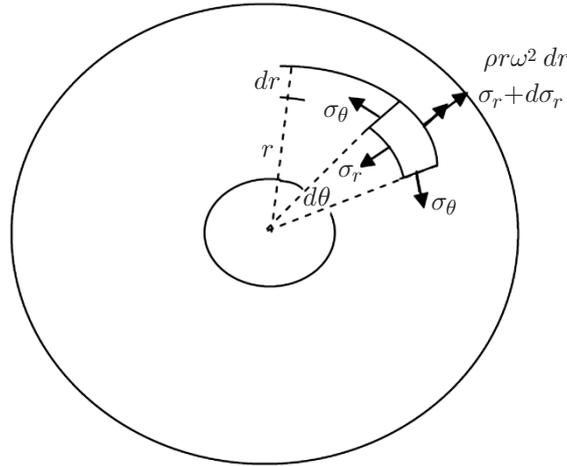


Рис. 1. Схема элемента вращающегося диска

соответственно; $\varepsilon_{r,c}$, $\varepsilon_{\theta,c}$ — радиальная и тангенциальная компоненты тензора деформаций ползучести. Считается, что механические и температурные свойства материала диска зависят от температуры и объемной доли армирующих частиц карбида кремния SiC.

С использованием соотношений (1) определяются напряжения:

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dr} + \nu \frac{u}{r} - (1+\nu)\alpha T - (\varepsilon_{r,c} + \nu\varepsilon_{\theta,c}) \right), \\ \sigma_\theta &= \frac{E}{1-\nu^2} \left(\frac{u}{r} + \nu \frac{du}{dr} - (1+\nu)\alpha T - (\nu\varepsilon_{r,c} + \varepsilon_{\theta,c}) \right).\end{aligned}\quad (2)$$

Из уравнения движения элемента диска после разделения пространственных переменных и времени получаем следующее уравнение:

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \rho r \omega^2 = 0. \quad (3)$$

Подставляя в уравнение (3) выражения для напряжений (2), имеем дифференциальное уравнение задачи

$$A \frac{d^2 u}{dr^2} + B \frac{du}{dr} + Cu + D = 0, \quad (4)$$

где

$$\begin{aligned}A &= \frac{E}{1-\nu^2}, \quad B = \frac{E}{r(1+\nu)} + \frac{1}{1-\nu^2} \frac{dE}{dr} + \frac{2\nu E}{(1-\nu^2)^2} \frac{d\nu}{dr} + \frac{\nu E}{r(1-\nu^2)}, \\ C &= -\frac{E}{r^2(1+\nu)} + \frac{\nu}{r(1-\nu^2)} \frac{dE}{dr} + \frac{2E\nu^2}{r(1-\nu^2)^2} \frac{d\nu}{dr} + \frac{E}{r(1-\nu^2)} \frac{d\nu}{dr} - \frac{\nu E}{r^2(1-\nu^2)}, \\ D &= \frac{E}{r(1-\nu^2)} [(\nu-1)\varepsilon_{r,c} + (1-\nu)\varepsilon_{\theta,c}] + \\ &\quad + \frac{1}{(1-\nu^2)^2} \left((1-\nu^2) \frac{dE}{dr} + 2\nu E \frac{d\nu}{dr} \right) (- (1+\nu)\alpha T - \varepsilon_{r,c} - \nu\varepsilon_{\theta,c}) + \\ &\quad + \frac{E}{1-\nu^2} \left(-\frac{d\nu}{dr} \alpha T - (1+\nu) \frac{d\alpha}{dr} T - (1+\nu)\alpha \frac{dT}{dr} - \frac{d\varepsilon_{r,c}}{dr} - \frac{d\nu}{dr} \varepsilon_{\theta,c} - \nu \frac{d\varepsilon_{\theta,c}}{dr} \right) + \rho r \omega^2.\end{aligned}$$

Следует отметить, что все параметры диска из ФГМ зависят от двух переменных: радиуса и температуры.

Продифференцировав уравнение (4) по времени, получаем дифференциальное уравнение ползучести вращающегося диска

$$A \frac{d^2 \dot{u}}{dr^2} + B \frac{d\dot{u}}{dr} + C\dot{u} = -\dot{D}, \quad (5)$$

где \dot{u} — скорость компоненты вектора перемещения в радиальном направлении; \dot{D} — функция скоростей компонент тензора деформаций ползучести:

$$\begin{aligned} \dot{D} = \frac{E}{r(1-\nu^2)} [(\nu-1)\dot{\varepsilon}_{r,c} + (1-\nu)\dot{\varepsilon}_{\theta,c}] + \frac{1}{(1-\nu^2)^2} \left((1-\nu^2) \frac{dE}{dr} + 2\nu E \frac{d\nu}{dr} \right) (-\dot{\varepsilon}_{r,c} - \nu\dot{\varepsilon}_{\theta,c}) + \\ + \frac{E}{1-\nu^2} \left(-\frac{d\dot{\varepsilon}_{r,c}}{dr} - \frac{d\nu}{dr} \dot{\varepsilon}_{\theta,c} - \nu \frac{d\dot{\varepsilon}_{\theta,c}}{dr} \right). \end{aligned}$$

В соответствии с законом ползучести Нортона выражения для $\dot{\varepsilon}_{r,c}$ и $\dot{\varepsilon}_{\theta,c}$ записываются в виде

$$\dot{\varepsilon}_{r,c} = \frac{K\sigma_e^{\zeta-1}}{2q} (2\sigma_r - \sigma_\theta)t^{q-1}, \quad \dot{\varepsilon}_{\theta,c} = \frac{K\sigma_e^{\zeta-1}}{2q} (2\sigma_\theta - \sigma_r)t^{q-1}, \quad (6)$$

где ζ , K — показатель в экспоненте и константа в законе ползучести Нортона; σ_e — эффективное напряжение:

$$\sigma_e = (\sigma_r^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_r\sigma_\theta)^{1/2}.$$

В соответствии с экспериментальными данными [9] и с использованием метода регрессии [13] размер частицы P выбран равным 1,7 мкм. Параметры ζ , K зависят от размера частиц P , функции распределения частиц $V(r)$ и температуры T :

$$\log K = -29 + 1729,38 \log e - 274,71 \log T - 1,98 \log P - 15,88 \log V(r),$$

$$\log \zeta = -21,54 \log e + 3,80 \log T + 0,07 \log P + 0,07 \log V(r).$$

В данной работе рассматриваются три закона распределения температуры по радиусу диска, параметр q выбран равным 0,5. Поскольку аналитическое решение уравнения (5) найти невозможно, для получения численного решения этого уравнения используется обобщенный метод дифференциальных квадратур.

2. Алгоритм численного решения. При анализе процесса ползучести вращающегося диска из ФГМ сначала с использованием обобщенного метода дифференциальных квадратур решается термоупругая задача (уравнение (4)). Таким образом, деформациями ползучести сначала пренебрегается. В результате решения упругой задачи определяется поле перемещений. Затем с использованием соотношений (2) вычисляются радиальная и тангенциальная составляющие тензора напряжений, после чего с помощью соотношений (6) определяются радиальная и тангенциальная составляющие тензора скоростей деформаций. Далее с использованием обобщенного метода дифференциальных квадратур из уравнения (5) вычисляется поле скоростей смещений. Тем самым определяются распределения скоростей радиальных и тангенциальных напряжений. Затем вычисляются радиальное и тангенциальное напряжения на следующем шаге по времени:

$$\sigma_{t+1} = \dot{\sigma}_t \Delta t + \sigma_t, \quad \varepsilon_{t+1} = \dot{\varepsilon}_t \Delta t + \varepsilon_t.$$

Вычисления продолжаются до тех пор, пока не будет получено распределение напряжений, соответствующее установившейся ползучести. В настоящей работе при исследовании ползучести вращающегося диска используется обобщенный метод дифференциальных

квадратур, поскольку он обеспечивает высокую точность решения и быструю сходимость численной процедуры.

Метод дифференциальных квадратур (МДК) предложен в работе [14] и обобщен в [15]. В МДК производные функции аппроксимируются суммой произведений значений функций в точках сетки с весовыми коэффициентами — полиномами высокого порядка, которые выбираются с учетом условия наилучшей аппроксимации аппроксимируемой функции. Весовые коэффициенты для производных первого порядка вычисляются по простым формулам, весовые коэффициенты высших порядков — по рекуррентным соотношениям. Основное преимущество обобщенного МДК заключается в том, что в нем легко вычисляются весовые коэффициенты при любом выборе точек расчетной сетки. Как отмечено выше, в обобщенном МДК частные производные от функции по пространственной координате аппроксимируются суммой по всем точкам сетки взвешенных значений этой функции [16]. В обобщенном МДК производная порядка n гладкой функции $f(r)$ в точке сетки r_i аппроксимируется по формуле

$$f_r^{(n)}(r_i) = \sum_{k=1}^N a_{ik}^{(n)} f(r_k), \quad n = 1, 2, \dots, N-1, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (7)$$

где N — число точек сетки в направлении r ; $a_{ik}^{(n)}$ — весовые коэффициенты для второй и высших производных, которые легко вычисляются по весовым коэффициентам для первой производной $a_{ij}^{(1)}$ по рекуррентным соотношениям:

$$a_{ij}^{(n)} = \begin{cases} n \left(a_{ii}^{(n-1)} a_{ij}^{(1)} - \frac{a_{ij}^{(n-1)}}{r_i - r_j} \right), & j \neq i, \\ \sum_{k=1, k \neq i}^N a_{ik}^{(n)}, & j = i, \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, N, \quad n = 2, 3, \dots, N-1, \quad (8)$$

$$a_{ij}^{(1)} = \begin{cases} \frac{A^{(1)}(r_i)}{(r_i - r_j)A^{(1)}(r_j)}, & j \neq i, \\ \sum_{k=1, k \neq i}^N a_{ik}^{(1)}, & j = i, \end{cases} \quad i, j = 1, 2, \dots, N;$$

$$A^{(1)}(r_i) = \prod_{j=1, j \neq i}^N (r_i - r_j). \quad (9)$$

Если координаты точек сетки известны, то весовые коэффициенты вычисляются по формулам (7)–(9) [17]. В данной работе для генерации точек сетки используются корни полиномов Чебышева [18]

$$r_i = \frac{g_i - g_1}{g_N - g_1}, \quad g_i = \cos \left(\frac{2i-1}{2N} \pi \right), \quad i = 1, 2, \dots, N,$$

где N — число точек сетки в радиальном направлении.

3. Результаты численного решения и их обсуждение. Внутренняя и внешняя поверхности дисков свободны от напряжений. Внутренний радиус диска равен $a = 0,05$ м, внешний радиус диска $b = 0,2$ м (рис. 2). Задача решена для следующих трех законов распределения температуры по радиусу диска:

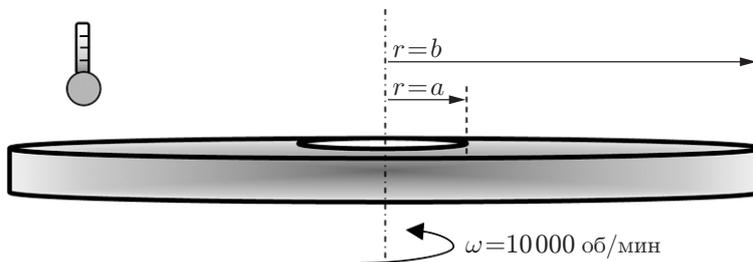


Рис. 2. Схема диска

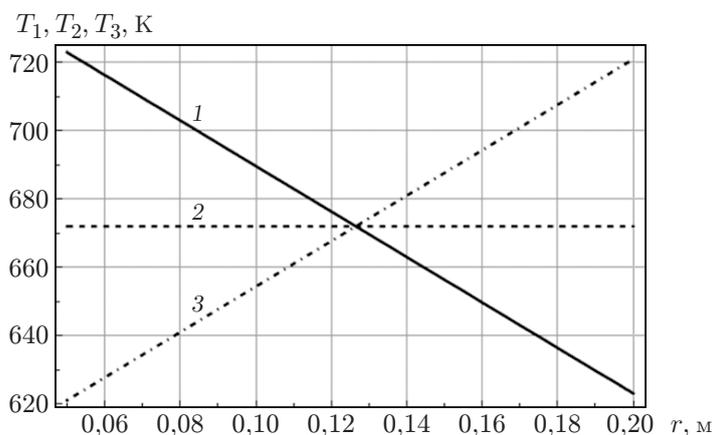


Рис. 3. Распределение температуры по радиусу диска:
1 — закон 1, 2 — закон 2, 3 — закон 3

1) температура убывает в радиальном направлении от значения $T = 723$ К на внутренней поверхности диска до значения $T = 623$ К на внешней поверхности диска:
 $T_1 = -\alpha_1 r + \beta_1$;

2) температура постоянна по радиусу и равна $T = 673$ К: $T_2 = \beta_2$;

3) температура возрастает в радиальном направлении от значения $T = 623$ К на внутренней поверхности диска до значения $T = 723$ К на внешней поверхности диска:
 $T_3 = \alpha_3 r + \beta_3$.

Влияние градиента температуры на ползучесть диска исследовалось на основе результатов численного решения. Три закона распределения температуры по радиусу диска приведены на рис. 3.

Материалом диска является чистый алюминий с распределенными в нем частицами карбида кремния. Объемная доля частиц изменяется по радиусу в соответствии с законом

$$V(r) = V_{\max} - (V_{\max} - V_{\min}) \frac{r - a}{b - a},$$

где $V_{\max} = 0,4$ — объемная доля частиц на внутренней поверхности; $V_{\min} = 0,077$ — объемная доля частиц на внешней поверхности. Краевые условия на внутренней и внешней поверхностях диска имеют вид

$$\sigma_r|_{r=a} = 0, \quad \sigma_r|_{r=b} = 0.$$

Такие параметры материала диска, как плотность, коэффициент Пуассона, коэффициент температурного расширения и модуль упругости, можно вычислить по правилу смесей

$$P(r, T) = P_{Al}(T) + (P_{SiC}(T) - P_{Al}(T))V(r).$$

Здесь $P(r, T)$ — значение соответствующего параметра материала диска; $P_{Al}(T)$, $P_{SiC}(T)$ — значения этого параметра для чистого алюминия и карбида кремния.

При проектировании конструкций основной задачей является обеспечение безопасности их работы при высоких температурах. Эта задача имеет особенную важность при использовании конструкций из алюминиевых сплавов, поскольку при высоких температурах их свойства существенно ухудшаются. В частности, при температуре $T \approx 548$ К предел прочности уменьшается на 50 %. Поэтому для обеспечения безопасности конструкций необходимо принять особые меры. Основным материалом, используемым при создании теплообменников, работающих при высоких температурах и в агрессивных средах, является карбид кремния SiC. Проведено большое количество исследований механических свойств различных алюминиевых сплавов и карбида кремния при высоких температурах. В работах [19, 20] приведены результаты экспериментальных исследований зависимости механических свойств карбида кремния и алюминиевых сплавов от температуры. В работе [19] на основе экспериментальных данных получена линейная зависимость модуля упругости от температуры

$$E = 415 - 0,023T. \quad (10)$$

Погрешность аппроксимации (10) составляет ± 3 %.

С использованием указанных выше экспериментальных данных разработана программа для определения поведения вращающегося диска из ФГМ в условиях ползучести.

Рассматривается задача о диске с внутренним радиусом $r_{in} = 31$ мм, внешним радиусом $r_{out} = 152,4$ мм, вращающемся со скоростью $\omega = 15\,000$ об/мин при температуре $T = 561$ К. Диск изготовлен из композита, в матрицу которого, изготовленную из чистого алюминия, добавлены частицы карбида кремния. Объемная доля частиц карбида кремния изменяется по радиусу диска по закону

$$V(r) = V_{\max} - \frac{r - r_{in}}{r_{out} - r_{in}} (V_{\max} - V_{\min}),$$

где $V_{\min} = 0,35$, $V_{\max} = 0,104$ — объемные доли карбида кремния на внутренней ($r = r_{in}$) и внешней ($r = r_{out}$) поверхностях диска.

Для проверки эффективности и точности разработанной программы приведем результаты сравнения решений задачи о распределении тангенциальных деформаций в диске при установившейся ползучести, полученных в работах [21, 22], и результатов, полученных с использованием разработанной программы (рис. 4). На рис. 4 видно, что результаты, полученные с использованием разработанной программы, и результаты, полученные в работах [21, 22], хорошо согласуются. В большинстве ранее выполненных исследований не учитывается зависимость механических характеристик материала от температуры. При использовании метода, предложенного в данной работе, для решения задачи требуются меньшие временные и вычислительные затраты, чем при использовании других методов.

На рис. 5 представлены результаты решения задачи как с учетом зависимости свойств материала от температуры, так и без учета этой зависимости при температуре $T_2 = 673$ К.

На рис. 6 показаны распределения радиального, тангенциального и эквивалентного напряжений по радиусу диска через 600 ч после начала процесса ползучести при постоянной температуре $T_2 = 673$ К. Из приведенных зависимостей следует, что температура не оказывает существенного влияния на распределение напряжений. Радиальное напряжение обращается в нуль на внутренней и внешней поверхностях диска и достигает максимального значения приблизительно в середине диска. Тангенциальное и эквивалентное напряжения достигают максимальных значений на внутренней поверхности и минимальных — на внешней поверхности (см. рис. 6). По-видимому, это обусловлено тем, что на внутренней поверхности концентрация частиц больше, чем на внешней поверхности.

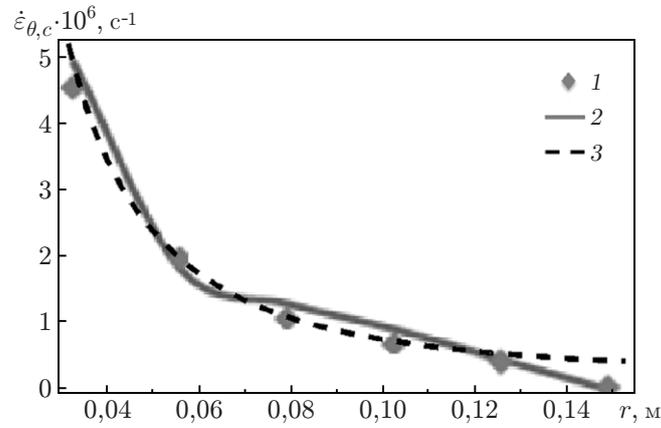


Рис. 4. Распределение тангенциальной скорости деформации по радиусу диска: 1 — результаты расчета [21], 2 — результаты расчета [22], 3 — результаты расчета в данной работе

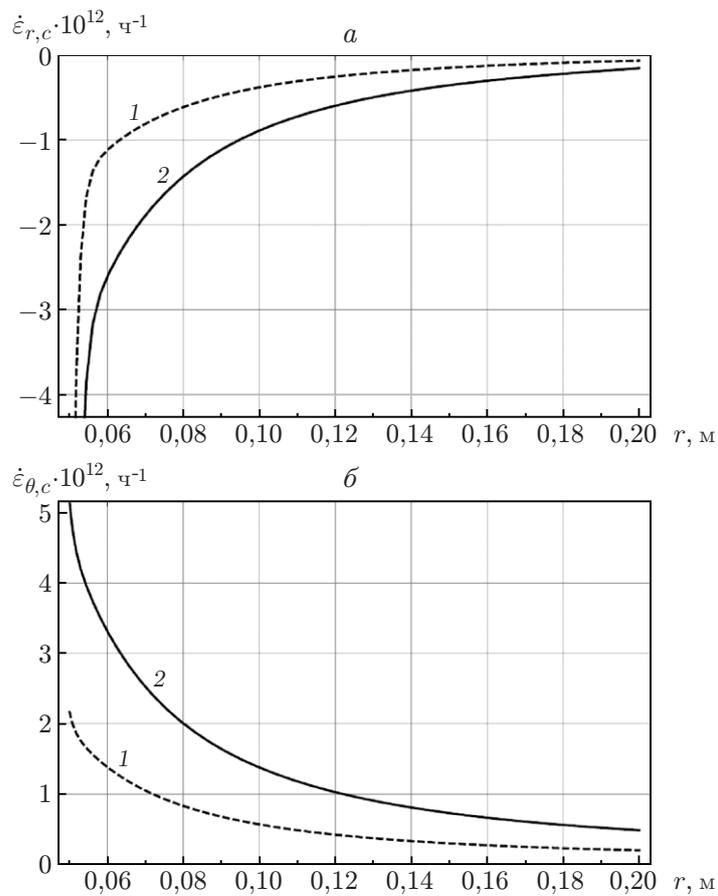


Рис. 5. Распределения радиальной (а) и тангенциальной (б) скоростей ползучести по радиусу диска без учета (1) и с учетом (2) зависимости характеристик материала от температуры

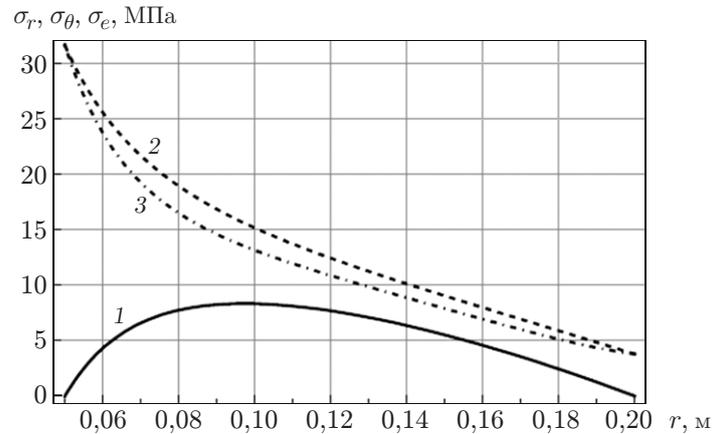


Рис. 6. Распределения радиального (1), тангенциального (2) и эквивалентного (3) напряжений по радиусу диска

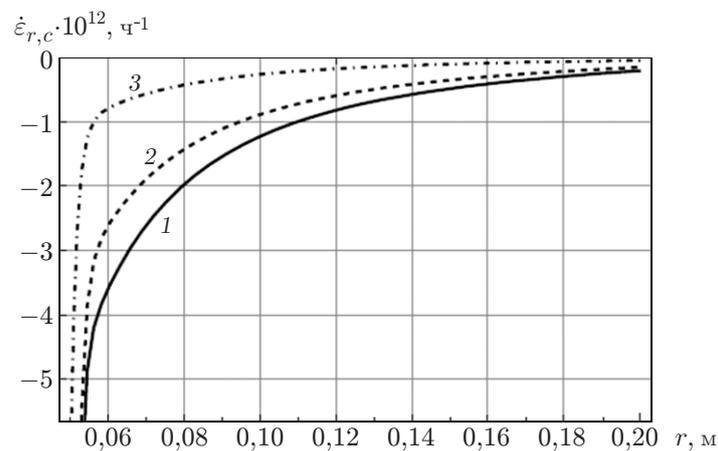


Рис. 7. Распределение скорости радиальной деформации ползучести по радиусу диска при различных законах распределения температуры:
1 — закон 1, 2 — закон 2, 3 — закон 3

Распределение скорости радиальной деформации по радиусу диска при установившейся ползучести приведено на рис. 7. Видно, что скорость радиальной деформации максимальна на внутренней поверхности и минимальна на внешней (при сжатии значения деформации отрицательные). Температура оказывает существенное влияние на скорость радиальной деформации, которая увеличивается с увеличением температуры. Скорость радиальной деформации сжатия максимальна в случае первого закона распределения температуры по радиусу диска и минимальна в случае третьего закона.

На рис. 8 представлено распределение скорости тангенциальной деформации по радиусу диска на установившейся стадии ползучести. Поскольку максимальное значение скорости тангенциальной деформации достигается на внутренней поверхности диска, при изготовлении диска необходимо использовать ФГМ, в которых концентрация частиц больше на внутренней поверхности. Внутреннюю поверхность диска нужно также усиливать термостойкими материалами.

На рис. 9 приведено распределение скорости радиальной компоненты смещения по радиусу диска. Видно, что скорость радиальной компоненты убывает в радиальном направлении. Из приведенных зависимостей следует, что температура существенно влияет

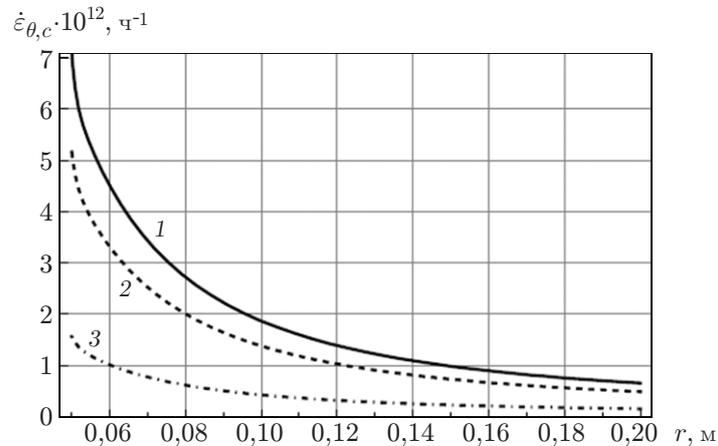


Рис. 8. Распределение по радиусу диска скорости тангенциальной деформации на установившейся стадии ползучести при различных законах распределения температуры:

1 — закон 1, 2 — закон 2, 3 — закон 3

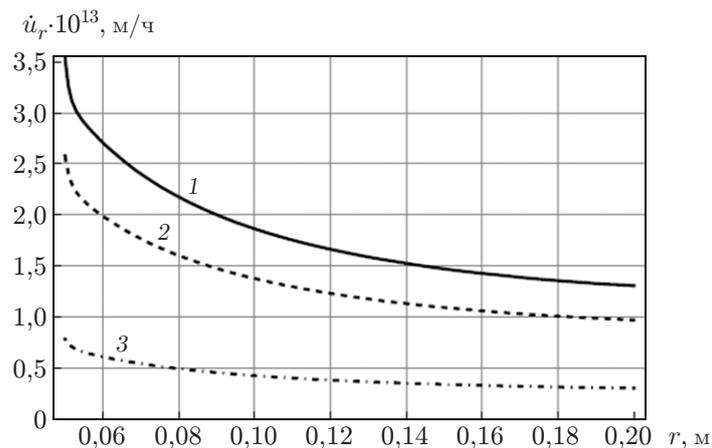


Рис. 9. Распределение скорости радиальной компоненты смещения по радиусу диска при различных законах распределения температуры:

1 — закон 1, 2 — закон 2, 3 — закон 3

на скорость радиальной компоненты смещения. Поскольку объемная доля частиц уменьшается в радиальном направлении, на внутренней поверхности диска она существенно больше, чем на внешней. В противном случае различие скоростей смещений на внутренней поверхности при различных значениях температуры было бы более значительным. В результате скорость ползучести на внутренней поверхности при законе 1 изменения температуры по радиусу диска могла бы оказаться критической.

Зависимость эквивалентной деформации при $r = R/2$ от времени представлена на рис. 10. По истечении некоторого времени скорость ползучести становится постоянной (рис. 11). На второй стадии ползучести (стадии установившейся ползучести) скорость ползучести постоянна. Такой характер изменения во времени скорости деформации соответствует поведению материалов при ползучести. На первой стадии ползучести скорость деформации ползучести достаточно большая. Однако наличие большого количества дислокаций и большая вероятность их взаимодействия препятствуют пластической де-

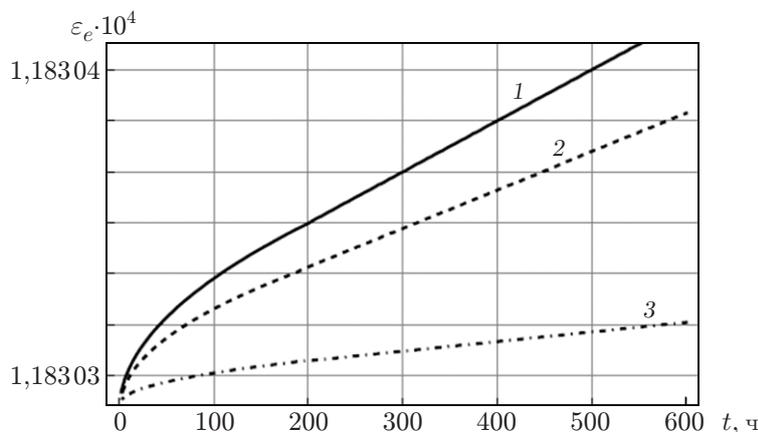


Рис. 10. Зависимость эквивалентной деформации от времени при различных законах распределения температуры:

1 — закон 1, 2 — закон 2, 3 — закон 3

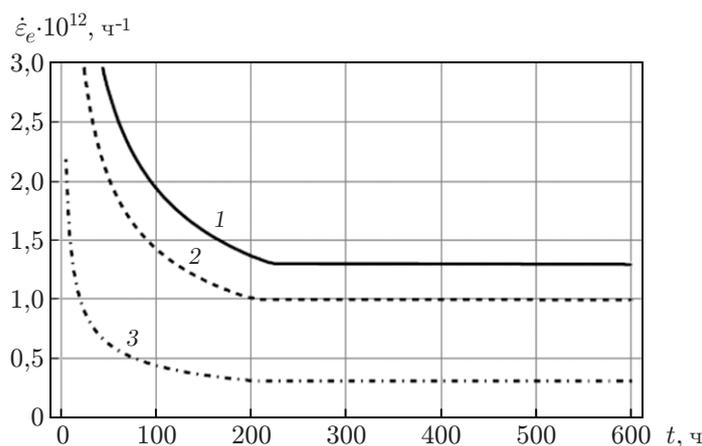


Рис. 11. Зависимость скорости радиальной деформации от времени при различных законах распределения температуры:

1 — закон 1, 2 — закон 2, 3 — закон 3

формации, поэтому скорость деформации постепенно уменьшается и достигает постоянного минимального значения. Вследствие баланса между деформационным упрочнением и упругим восстановлением на второй стадии ползучести минимальное значение скорости деформации сохраняется. Вторая стадия ползучести составляет большую часть всего процесса ползучести. Зависимость скорости деформаций ползучести от температуры становится более существенной при высокой температуре. Если не учитывать зависимость механических характеристик материала от температуры, то, как следует из результатов данной работы, это может привести к неверным результатам численного моделирования. Длительность первой, неустановившейся стадии ползучести увеличивается с увеличением температуры.

Заключение. В работе с использованием обобщенного метода дифференциальных квадратур исследована ползучесть вращающегося диска, изготовленного из ФГМ. Для случая линейного распределения объемной доли частиц по радиусу диска получены уравнения ползучести. Исследована ползучесть диска для трех законов распределения температуры по его радиусу. Установлено, что обобщенный метод дифференциальных квадратур

является эффективным методом численного моделирования процесса ползучести вращающегося диска. Проведено сравнение полученных решений с известными решениями и установлено, что они удовлетворительно согласуются. Скорость деформаций ползучести и напряжения на внутренней поверхности диска больше, чем в других точках. Следовательно, внутренняя поверхность диска должна быть армирована. Увеличение объемной доли частиц на внутренней поверхности позволяет увеличить долговечность диска. Из полученных в работе результатов следует, что при моделировании процесса ползучести диска необходимо учитывать зависимость характеристик материала от температуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Zharfi H., Ekhteraei Toussi H.** Time dependent creep analysis in thick FGM rotating disk with two-dimensional pattern of heterogeneity // *Intern. J. Mech. Sci.* 2018. V. 140. P. 351–360.
2. **Jelwan J., Chowdhury M., Pearce G.** Creep life design criterion and its applications to pressure vessel codes // *Materials Phys. Mech.* 2011. V. 11. P. 157–182.
3. **Wahl A. M., Sankey G. O., Manjoine M. J., Shoemaker E.** Creep test of rotating discs at elevated temperature and comparisons with theory // *J. Appl. Mech.* 1954. V. 21. P. 225–235.
4. **Ma B. M.** A creep analysis of rotating solid discs // *J. Franklin Inst.* 1959. V. 267. P. 157–168.
5. **Arya V. K., Bhatnagar N. S.** Creep analysis of rotating orthotropic discs // *Intern. J. Nuclear Engng Design.* 1979. V. 55. P. 323–330.
6. **Bhatnagar N. S., Kulkarni P. S., Arya V. K.** Steady state creep of orthotropic rotating discs of variable thickness // *Intern. J. Nuclear Engng Design.* 1986. V. 91. P. 121–141.
7. **Deivedi D. D., Gupta V. K., Dham A. K.** Investigating the effect of thickness profile of a rotating functionally graded disc on its creep behavior // *J. Thermoplast. Composite Materials.* 2011. V. 26, N 4. P. 461–475.
8. **Singh S. B., Ray S.** Newly proposed yield criteria for residual stress and steady state creep in an anisotropic rotating composite disc // *J. Materials Process. Technol.* 2003. V. 143. P. 623–628.
9. **Pandey A. B., Mishra R. S., Mahajan Y. R.** Steady state creep behavior of silicon carbide particulate reinforced aluminum composites // *Acta Metallurgica Materialia.* 1992. V. 40. P. 2045–2082.
10. **Gupta V. K., Singh S. B., Chandrawat H. N., Ray S.** Creep behavior of a rotating functionally graded composite disc operating under thermal gradients // *J. Metallurg. Material Trans.* 2004. V. 35A. P. 1381–1391.
11. **Singh S. B., Ray S.** Steady-state creep behavior in an isotropic functionally graded material rotating disc of Al–SiC composite // *J. Metallurg. Materials Trans.* 2001. V. 32A. P. 1679–1685.
12. **Singh S. B., Ray S.** Modeling the anisotropy and creep in orthotropic Al–SiC composite rotating disc // *Intern. J. Mech. Materials.* 2002. V. 34, N 6. P. 363–372.
13. **Singh S. B., Ray S.** Creep analysis in an isotropic FGM rotating disc of Al–SiC composite // *J. Materials Process. Technol.* 2003. V. 143/144. P. 616–622.
14. **Bellman R., Kashef B. G., Casti J.** Differential quadrature: a technique for the rapid solution of nonlinear partial differential equations // *J. Comput. Phys.* 1972. V. 10. P. 40–52.
15. **Shu C., Richards B. E.** Application of generalized differential quadrature to solve two-dimensional incompressible Navier — Stokes equations // *Intern. J. Numer. Methods Fluids.* 1992. V. 15. P. 791–798.
16. **Zharfi H., Ekhteraei Toussi H.** Numerical creep analysis of FGM rotating disc with GDQ method // *J. Theor. Appl. Mech.* 2017. V. 55, N 1. P. 331–341.
17. **Shu C., Chew Y. T.** Application of multi-domain GDQ method to analysis of waveguides with rectangular boundaries // *Progr. Electromagnet. Res.* 1999. V. 21. P. 1–19.

18. **Tornabene F., Liverani A., Caligiana G.** Laminated composite rectangular and annular plates: A GDQ solution for static analysis with a posteriori shear and normal stress recovery // Composite. Pt B. 2012. V. 43. P. 1847–1872.
19. **Munro R. G.** Material properties of a sintered α -SiC // J. Phys. Chem. Ref. 1997. V. 26. [Электрон. ресурс]. Режим доступа: <https://doi.org/10.1063/1.556000>.
20. **Summers P. T., Chen Y., Rippe Ch. M., et al.** Overview of aluminum alloy mechanical properties during and after fires // Fire Sci. Rev. 2015. V. 4, iss. 3. P. 1–36.
21. **Loghman A., Ghorbanpour Arani A., Shajari A. R.** Time-dependent thermoelastic creep analysis of rotating disk made of Al–SiC composite // Arch. Appl. Mech. 2011. V. 81. P. 1853–1864.
22. **Ghorbani M. T.** A semi-analytical solution for time-variant thermoelastic creep analysis of functionally graded rotating disks with variable thickness and properties // Intern. J. Adv. Design Manufactur. Technol. 2012. V. 5. P. 41–50.

*Поступила в редакцию 26/XII 2019 г.,
после доработки — 28/V 2020 г.
Принята к публикации 29/VI 2020 г.*
