

УДК 533.6.011

## **Физико-математическое моделирование влияния случайно-статистических факторов на движение дисперсных частиц в двухфазном потоке\***

**М.А. Абрамов<sup>1,2</sup>, К.Ю. Арефьев<sup>1,2</sup>, А.В. Воронецкий<sup>2</sup>, И.М. Гришин<sup>1</sup>,  
С.В. Кручков<sup>1,2</sup>**

<sup>1</sup>*Московский физико-технический институт, Долгопрудный,  
Московская обл.*

<sup>2</sup>*Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана*

E-mail: abramov.ma@mpt.ru

Работа посвящена вопросам изучения случайно-статистических процессов в двухфазных течениях. Задачей настоящего исследования является получение новых расчетно-экспериментальных данных о влиянии заранее неопределенных факторов на траектории движения частиц, их сегрегацию и формирование локально-непрерывного поля расходонапряженности дисперсной фазы в сверхзвуковых турбулентных двухфазных потоках. Представлены результаты расчетно-экспериментального исследования особенностей течения двухфазного сверхзвукового потока. Разработан новый метод экспериментального исследования влияния случайно-статистических факторов на распределение частиц в высокоскоростном несущем потоке. Физическая основа предлагаемого эксперимента заключается в индикации расходонапряженности дисперсной фазы посредством адгезии частиц на преграду, установленную в потоке. С целью анализа сегрегации дисперсной фазы в потоке применен подход дискретно-непрерывного преобразования индивидуальных траекторий частиц в локально-непрерывное поле расходонапряженности потока дисперсной фазы. Определены значения эмпирических коэффициентов, являющихся следствием влияния случайно-статистических факторов на движение дисперсных частиц в двухфазном потоке. Полученные расчетно-экспериментальные данные вносят уточнение в прогнозирование распределения и сегрегации частиц дисперсной фазы размером 15÷40 мкм в сверхзвуковом несущем потоке.

**Ключевые слова:** двухфазные течения, частицы, метод Лагранжа – Эйлера, плотность вероятности, среднеквадратичное отклонение, расходонапряженность, локально-непрерывное поле.

### **Введение**

Исследование двухфазных потоков имеет важное значение для современной науки и техники. Следует отметить, что двухфазная среда является перспективным рабочим телом для энергетических, силовых и технологических установок. В частности, особо интересными с этой точки зрения являются двухфазные рабочие тела, представляющие

---

\* Работа выполнена при поддержке гранта президента Российской Федерации № МД-1814.2022.4.

собой концентрированные взвеси полифракционных частиц, а также их агломератов или конгломератов в высокоскоростных потоках газа. Размерность фракций дисперсной фазы может находиться в диапазоне от сотен нанометров до десятков микрометров, а ее химический состав обычно включает металлы, металлоиды, оксиды, карбиды, нитриды и другие соединения. Дисперсная фаза в потоке может выполнять роль энерговыделяющих кластеров, адгезионных или абразивных компонентов.

Большое количество проведенных исследований показало, что на физические процессы, протекающие в двухфазных средах, значительное влияние могут оказывать случайные факторы, которые часто описываются статистическими методами. Далее, для краткости изложения, такие факторы будем называть случайно-статистическими. В настоящей работе рассмотрено влияние случайно-статистических факторов, возникающих в сверхзвуковом двухфазном потоке, на траектории движения, распределение и сегрегацию конденсированных частиц.

Актуальность рассматриваемого направления исследования определяется тем, что повышение качества двухфазных потоков, а именно: формирования в потоке требуемого распределения частиц в сечении и разработка технологии управления их характеристиками, — являются ключевыми проблемами при организации рабочего процесса в энергосиловых установках и в современных стендовых и технологических устройствах. Особенно остро эти проблемы стоят для случая инжекции большого количества твердых частиц в высокоскоростные высокoenタルпийные потоки.

Для повышения энергоэффективности двухфазного рабочего тела требуется исследовать фундаментальные закономерности неравновесных по скорости и химическому составу процессов. С учетом высокой доли располагаемых удельных химической (до  $\sim 60$  МВт/кг) и кинетической (до  $\sim 10$  МВт/кг) энергий в дисперсной фазе можно утверждать, что траектории движения частиц являются важным показателем рабочего процесса.

В современной литературе для прогнозирования распределения частиц в высокоскоростном потоке используются результаты экспериментальных исследований и различные приближенные дискретные математические модели. Последние в большинстве своем интегрированы в отечественные (Логос, FlowVision, HyperFlow-2D/3D) и зарубежные (ANSYS и др.) программные пакеты. В то же время, для описания многофазных сред существует строгий подход, основанный на теории фазовых индикаторов (см., например, работы [1–4]). Это направление также активно развивалось под руководством академика Э.Е. Сона [5], который предложил универсальный метод теоретического описания и численного моделирования турбулентного движения многофазных сред.

Проблема многофазной газовой динамики до сих пор полностью не решена, хотя значительные успехи были достигнуты в исследованиях [6, 7] и многих других, но они относятся к движению многофазных сред при малых скоростях. Высокоскоростные двухфазные потоки исследовались в МГТУ им. Н.Э. Баумана [8, 9], ОИВТ РАН [10–12], ИТПМ СО РАН [13, 14] и других научных организациях РФ.

Следует отметить, что при высоких скоростях физико-химические процессы в многофазных средах меняются кардинальным образом. Наличие дисперсной фазы в потоке влияет на сжимаемость и реологию среды [15]. Химическая кинетика гетерогенных реакций на поверхности частиц значительным образом изменяет локальные распределения энталпии потока [16]. Скоростная неравновесность частиц в совокупности с энерговыделением или энергопоглащением вблизи дисперсной фазы изменяют уровень турбулентных пульсаций в потоке [17]. Указанные факторы усиливают взаимное влияние

различных сред друг на друга. В частности, неравновесные процессы в среде существенно зависят от случайных отклонений траекторий полидисперсных частиц. Такие отклонения могут являться следствием неравномерного начального распределения и несферичности частиц дисперсной фазы, нестационарных условий течения, а также турбулентных пульсаций. Большинство указанных случайных факторов может быть описано статистическим образом. Однако исследование этих процессов усложняется некоторой разностью масштабов по времени физических процессов газовой динамики, тепломассообмена и химической кинетики в двухфазном потоке [18]. Таким образом, для рассматриваемых задач важным становится комплексное расчетно-экспериментальное исследование, которое позволит выявить влияние различных факторов на случайные отклонения частиц от базовой траектории.

С целью повышения качества процессов смешения и, как следствие, формирования требуемого поля расходонапряженности дисперсной фазы [19] могут быть применены расчеты, основанные на описании пространственного распределения частиц в двухфазном высокоэнталпийном турбулентном потоке. К ним относятся методы Эйлера [20] и комбинированные методы Лагранжа–Эйлера [21–23]. Однако указанные расчетные модели не учитывают возможные случайно-статистические факторы, которые значительно влияют на распределение частиц в потоке.

Основы учета статистических данных в прогнозировании распределения частиц были разработаны авторами и представлены в работе [24]. Эта методика позволяет оценить эффективность (качество) процессов смешения. Затем в работах [25, 26] авторами была проведена модернизация данной методики на основе введения в алгоритм обработки результатов расчета дискретно-непрерывного преобразования параметров распределения конденсированных частиц на основе вероятностного подхода для определения возможной области локализации их индивидуальных траекторий.

Задачей настоящего исследования является получение новых расчетно-экспериментальных данных о влиянии заранее неопределенных факторов на траектории движения частиц, их сегрегацию относительно газа и формирование локально-непрерывного поля расходонапряженности дисперсной фазы в сверхзвуковых турбулентных двухфазных потоках.

### **Математическая модель, учитывающая влияние случайных факторов на распределение дисперсной фазы**

Математическая модель, разработанная авторами и представленная в работах [24–26], основана на предположении, что получаемые в расчетах с использованием комбинированного подхода Лагранжа–Эйлера дискретные распределения траекторий движения частиц в потоке газа могут быть интерпретированы в виде локально-непрерывного поля расходонапряженности дисперсной фазы. Учет влияния случайных факторов на траектории частиц реализуется посредством их вариативного отклонения от базовых траекторий. Для этого было предложено преобразовать бесконечно тонкие базовые траектории частиц с единичной вероятностью прохождения через них всей дисперсной фазы в локализованные области вблизи этих траекторий. Вероятность прохождения частицы в каждом сечении такой локализованной области имеет заданную функцию плотности, интеграл которой в сечении нормирован на единицу. Функция распределения плотности вероятности зависит в общем случае от расстояния до базовой траектории, от пройденного частицей пути, уровня турбулентных пульсаций, от газодинамических параметров, несферичности частиц дисперсной фазы и других условий. В итоге совокупность таких

областей позволяет провести преобразование дискретных траекторий в локально-непрерывное поле расходимости дисперсной фазы. Далее для краткости изложения материала будем называть такой подход дискретно-непрерывным преобразованием.

Результаты численного моделирования в общем случае представляют собой совокупность расчетных траекторий частиц, соответствующим образом локализованных в расчетном объеме [21]. Поскольку в реальном случае количество частиц может быть очень большим, они обычно группируются в кластеры. Частицы одного кластера имеют одинаковые характеристики и общую базовую траекторию движения.

Вводится допущение, что частицы такого кластера двигаются не строго по базовой траектории, а распределены также и в ее окрестности, образуя своеобразный жгут, аналогичный трубкам тока для жидкостей, который далее будем называть трубкой тока частиц. Таким образом, для каждой базовой траектории строится трубка тока частиц и определяется двухмерная функция плотности распределения вероятности пространственной локализации дисперсной фазы в каждом сечении этой трубки. Далее для краткости изложения будем называть такую двухмерную функцию плотности распределения вероятности (ПРВ). Указанный способ дает возможность локально (вблизи каждой индивидуальной траектории) квазикантинуумизировать дискретные траектории частиц для последующего анализа. Схема дискретно-непрерывного преобразования для частиц в заданном сечении приводится на рис. 1.

Характерным свойством ПРВ является совпадение ее локальных максимумов с точкой пересечения траектории движения кластеров в рассматриваемом сечении. Принимается, что отклонение вектора скорости частицы кластера от нормали к плоскости рассматриваемого сечения незначительно влияет на результаты анализа. Уравнение дискретно-непрерывного преобразования основано на определении плотности распределения вероятности  $p_q$  пересечения индивидуальной частицей рассматриваемого сечения с координатой  $x$  вблизи траектории ее движения, которая описывается с помощью двухмерного нормального (коэффициент корреляции случайных величин  $r = 0$ ) распределения Гаусса:

$$p_q(y, z) = \exp\left(-\frac{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}{2\sigma^2}\right) / (2\pi\sigma^2),$$

где  $y, z$  — случайные величины координат локализации частицы в рассматриваемом сечении,  $y_0, z_0$  — координаты точки пересечения траектории движения частицы с плоскостью рассматриваемого сечения,  $\sigma$  — среднеквадратичное отклонение пространственной

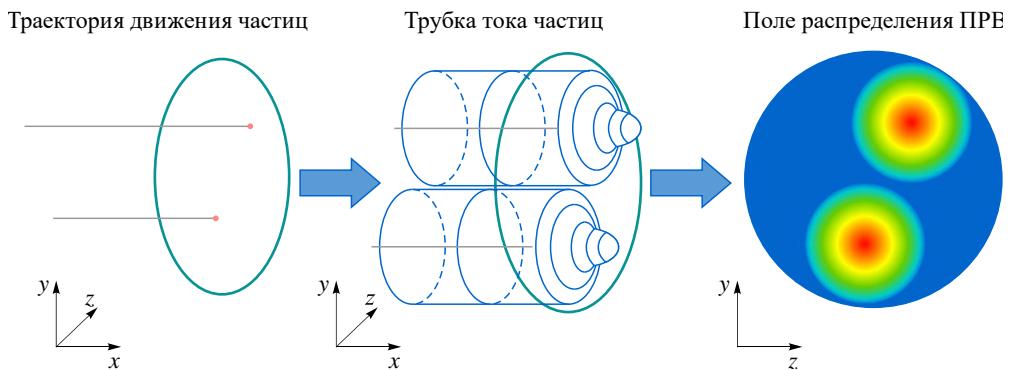


Рис. 1. Схема дискретно-непрерывного преобразования.

локализации частиц относительно траектории ее движения (в настоящем исследовании исследования принимается, что среднеквадратичные отклонения случайных величин равны, т.е.  $\sigma_y = \sigma_z = \sigma$ ). При этом величины  $y$  и  $z$  являются независимыми, а характерный размер поперечного сечения трубки тока частиц определяет параметр  $3\sigma$ . Для совместной ПРВ независимых координат  $y$  и  $z$  считаем, что произведение  $p_{q_i}(y, z)dydz$  определяет вероятность того, что частица локализуется в точке рассматриваемого сечения с координатой  $(y, z)$ .

Влияние случайных факторов на распределение дисперсной фазы устанавливается посредством надлежащего определения среднеквадратичного отклонения  $\sigma$ . Этот параметр является наиболее значимым для дискретно-непрерывного преобразования. Он зависит от множества факторов и его расчетно-теоретическое определение является достаточно проблематичным. Поэтому в настоящей работе  $\sigma$  определяется экспериментально, что будет детально описано далее.

Для однозначности трактовки излагаемого материала введем понятие расходонапряженности потока частиц. Аналогично расходонапряженности газа или жидкости этот параметр определяет отношение секундного массового расхода частиц к единице площади. Каждый кластер, проходящий через рассматриваемое сечение, вносит индивидуальную составляющую в распределение расходонапряженности потока частиц. Данная составляющая для  $i$ -го кластера находится по формуле

$$q_{q_i}(y, z) = p_{q_i}(y, z) \cdot G_{q_i},$$

где  $G_{q_i}$  — массовый расход частиц для каждого кластера.

Суммарная расходонапряженность потока частиц в сечении будет определяться как совокупность  $q_{q_i}$  для всех кластеров, траектории которых пересекают рассматриваемое сечение проточного тракта:

$$q_{\text{пп}}(y, z) = \sum_{i=1}^{K_{\text{кл}}} q_{q_{i,j}}(y, z).$$

Следует отметить, что  $K_{\text{кл}}$  лежит в диапазоне значений  $0 \div K_{\text{ин}} \cdot N_{\text{фр}}$ , где  $K_{\text{ин}}$  — количество кластеров в рассматриваемом сечении,  $N_{\text{фр}}$  — количество фракций потока частиц. Условие  $K_{\text{кл}} = 0$  соответствует случаю, при котором базовые траектории кластеров не пересекают рассматриваемое сечение расчетной области, а  $K_{\text{кл}} = K_{\text{ин}} \cdot N_{\text{фр}}$  соответствует случаю, когда все базовые траектории кластеров пересекают это сечение.

Предложенный алгоритм позволяет на базе расчетов и экспериментов определить влияние случайных факторов на распределение дисперсной фазы в потоке и построить локально-непрерывное поле распределения расходонапряженности потока частиц.

Локальное дискретно-непрерывное преобразование индивидуальных траекторий частиц позволяет проводить анализ сегрегации дисперсной фазы в потоке с учетом случайных факторов, действующих на частицы. Однозначным образом могут быть определены область двухфазного течения, в которой с конечной ненулевой вероятностью могут присутствовать частицы, и область, где вероятность пребывания частиц стремится к нулю.

### Экспериментальная установка

Как было отмечено ранее, уравнение дискретно-непрерывного преобразования дает возможность определить вероятность пересечения индивидуальными частицами заданной плоскости вблизи траектории кластера, которая описывается с помощью двумерного

нормального распределения Гаусса. Такой подход позволяет статистически учитывать случайные факторы, влияющие на траектории частиц. При этом основным параметром, определяющим характерный размер области локализации частицы в сечении, является параметр  $\sigma$  (среднеквадратичное отклонение пространственной локализации частиц относительно траектории ее движения), учитывающий статистическое влияние комплекса случайных факторов. Значение параметра  $\sigma$  существенным образом влияет не только на размер области локализации одиночной частицы, но и на распределение расходоанпряженности потока частиц в сечении.

Следует отметить, что работ, результаты которых позволили бы определить характеристическое значение параметра  $\sigma$ , практически не существует. Аналитическое получение  $\sigma$  с использованием известных физико-математических зависимостей также не представляется возможным. В связи с этим, единственным возможным подходом для определения характеристического значения параметра  $\sigma$  является эксперимент.

В рамках настоящей работы предложена методика экспериментального определения  $\sigma$ . Для исследования пространственной локализации частиц будем использовать экспериментальную установку, описанную в работе [27]. Внешний вид рабочей зоны этой установки представлен на рис. 2. Она состоит из пространственного манипулятора 1 с установленной на нем горелкой 2. К камере сгорания горелки по гибким шлангам подводятся газообразный кислород 3 и спирт 4. Продукты сгорания (ПС) спирто-кислородной смеси истекают через сверхзвуковой насадок 5. Для формирования двухфазного течения в газовый поток в сверхзвуковом насадке радиально через гибкие шланги 6 осуществляется подача конденсированных частиц хром-никелевого сплава.

Методика проведения эксперимента поясняется схемой, приведенной на рис. 3. Генерация высокоскоростного двухфазного потока осуществляется с помощью горелки 1. Предполагается, что на выходе из сверхзвукового насадка 2 двухфазный поток 3 находится в скоростном и фазовом равновесии. На расстоянии 250 мм от среза сверхзвукового насадка устанавливается образец (преграда) в виде плоской металлической пластины 5, на которой происходит адгезия частиц хром-никелевого сплава 4, инжектируемых в поток. Поскольку горелка находится в неподвижном положении, то при адгезии на образце формируется неплоская поверхность, форма и размеры которой могут быть определены с помощью дополнительных средств диагностирования.

Газовая фаза моделируемого гетерогенного потока представляет собой ПС этанола с кислородом. В сопле происходит ускорение ПС. Подача частиц осуществляется радиально через две трубы с помощью транспортирующего газа. Частицы попадают

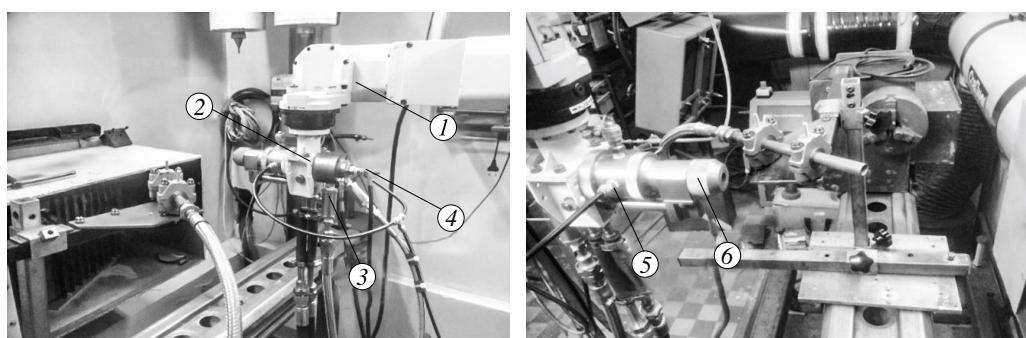


Рис. 2. Внешний вид экспериментальной установки.

1 — пространственный манипулятор, 2 — горелка, 3 — подвод кислорода, 4 — подвод спирта, 5 — сверхзвуковой насадок, 6 — подача порошка.

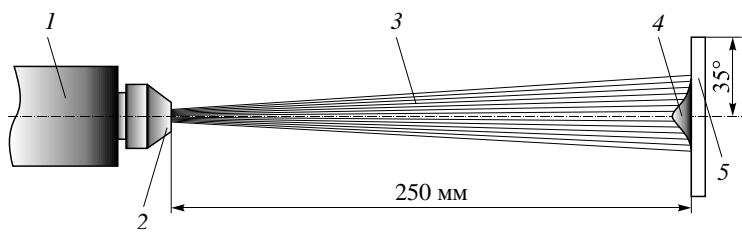


Рис. 3. Схема проведения эксперимента на ЭУ.

1 — горелка, 2 — сверхзвуковой насадок, 3 — двухфазный поток,  
4 — поверхность преграды, 5 — металлическая пластина.

в насадок с относительным удлинением  $L/d = 8,5$ , где они смешиваются с ПС; сформированный таким образом двухфазный поток истекает через выходное сечение насадка в окружающую среду.

Суть предлагаемой методики основана на предположении о том, что конденсированная фаза при адгезии с образцом является индикатором структуры распределения частиц в поперечном сечении высокоскоростного двухфазного потока. Основным допущением является то, что форма поверхности соответствует расходонапряженности частиц и выполняется условие:

$$\frac{q_{\text{пч}}(y, z)}{G_{\text{кф}}} = \frac{\Delta(y, z)}{\iint_{y, z} \Delta(y, z) dy dz},$$

где  $G_{\text{кф}}$  — массовый расход конденсированной фазы,  $\Delta(y, z)$  — отклонение формы поверхности адгезионного слоя от плоской металлической пластины.

В качестве средства диагностирования формы поверхности адгезионного слоя в настоящей работе используется установка для трехмерного лазерного сканирования ABSOLUTE ARM 85 [28]. Внешний вид и схема сканирования данной установки представлены на рис. 4. ABSOLUTE ARM 85 представляет собой портативное многосуставное трехмерное координатно-измерительное устройство. Точность устройства определяется в соответствии со стандартом ISO 10360-8. Максимальная погрешность отклонения положения сканируемой точки от ее действительного положения (согласно паспорту устройства) не превышает 42 мкм. Получаемая точечная интерпретация поверхности

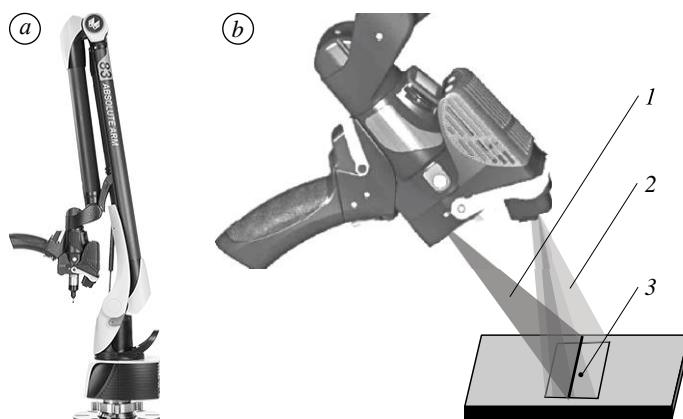


Рис. 4. Внешний вид установки ABSOLUTE ARM 85 (а)

и схема сканирования (б).

1 — измерительный лазер, 2 — поле зрения, 3 — лазерное наведение.

экспериментального образца обрабатывается на компьютере и на ее основе строится поле распределения  $\Delta(y, z)$ , характеризующее форму поверхности полученного в результате адгезионного слоя.

Характерная величина параметра  $\sigma$  определяется на основе сравнения экспериментальных данных, полученных в результате проведенного исследования на экспериментальной установке, с результатами выполненного математического моделирования данного эксперимента в параметрической постановке. В расчетах имело место варьирование значений  $\sigma$ , на основании чего определялось расчетное распределение  $q_{\text{пч}}(y, z)$  и проводилось сравнение с экспериментальным распределением  $q_{\text{пч}}(y, z)$ . Согласно предложенной методике было принято, что искомое эмпирическое значение  $\sigma$  соответствует тому случаю, когда расчетные и экспериментальные значения  $q_{\text{пч}}(y, z)$  будут иметь минимальное расхождение.

### Результаты эксперимента и математического моделирования

Экспериментальное исследование проводилось при постоянных режимных параметрах работы сверхзвуковой горелки: полное давление ПС в камере сгорания горелки  $p_{\text{пс}}^* = 0,7 \text{ МПа}$ ; соотношение компонентов соответствовало коэффициенту избытка окислителя  $\alpha = 1$ ; суммарный расход ПС  $G_{\text{пс}} = 12,2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/с}$ . В качестве конденсированной фазы использовался порошок хром-никелевого сплава  $\text{Ni}_{19}\text{Cr}_{18}\text{Fe}_3\text{MoCoTi}$ , характеристики которого представлены в табл. 1. Частицы инжектировались в несущий поток ПС с помощью транспортирующего газа (азота), массовый расход которого составлял  $8,4 \cdot 10^{-5} \text{ кг/с}$ . Время эксперимента было фиксировано и составляло  $t = 5 \text{ с}$ .

На рис. 5 представлена фотография образца после эксперимента (диаметр пятна адгезионного слоя составляет примерно 25 мм). Центр окружности на данном рисунке соответствует точке пересечения оси сверхзвукового насадка с плоскостью поверхности образца (далее точка 0).

Результатом сканирования поверхности пластины до и после воздействия на нее двухфазным потоком явилась точечная интерпретация поверхности образца, приведенная на рис. 6а. На основе обработки полученного массива данных было построено поле распределения  $\Delta(y, z)$ , представленное на рис. 6б (в данном случае и далее будет представляться поле распределения относительный толщины адгезионного слоя  $\Delta_{\text{отн}}(y, z) = \Delta(y, z) / \Delta_{\text{max}}$ , где  $\Delta_{\text{max}}$  — значение максимума  $\Delta(y, z)$ ). Некоторое отличие формы напыленного пятна от круга связано с тем, что в процессе эксперимента образец в месте напыления ввиду прогрева подвергся локальным термическим деформациям. Однако выполненные после эксперимента замеры образца показали, что перемещения, вызванные этими деформациями, не превышают 7 % толщины адгезионного слоя.

Таблица 1  
Характеристики порошка [29]

№	Параметр	Значение
1	Название	Diamalloy 1006
2	Химическая формула	$\text{Ni}_{19}\text{Cr}_{18}\text{Fe}_3\text{MoCoTi}$
3	Размер частиц	$11 \text{ мкм} < d_q < 45 \text{ мкм}$ ( $-45 + 11 \text{ мкм}$ )
4	Форма частиц	Сферическая
5	Плотность материала	$8190 \text{ кг/м}^3$

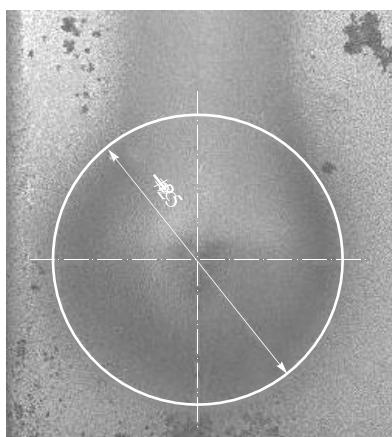


Рис. 5. Внешний вид экспериментального образца после эксперимента.

Для наглядности на рис. 6 $b$  показана окружность, положение и размеры которой соответствуют окружности на рис. 5. Из приведенного на рис. 6 $b$  поля распределения видно, что максимальное значение толщины адгезионного слоя на образце находится вблизи центра окружности и соответствует значению  $\approx 5,7$  мм. В соответствии с предложенной методикой полученные данные сравниваются с результатами математического моделирования, что позволяет в итоге получить характерные значения параметра  $\sigma$ . Следует отметить, что дисперсия частиц в эксперименте обусловлена в первую очередь их несферичностью и воздействующими на них турбулентными пульсациями со стороны газового потока.

Математическое моделирование эксперимента на сверхзвуковой технологической установке было проведено для расчетной области, схема которой представлена на рис. 7. Геометрическая конфигурация расчетной области по своим характеристикам соответствует проточному тракту экспериментальной установки. Предварительные расчетные данные, на которых базируется рассматриваемая математическая модель, были получены авторами в работе [25].

Расчет траекторий движения частиц и распределения параметров течения газа в канале насадка основывался на численном моделировании двухфазного течения

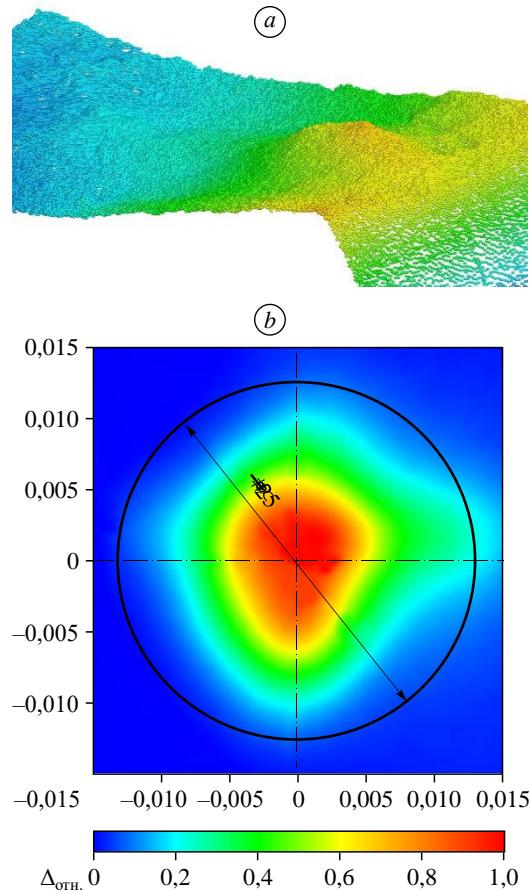


Рис. 6. Точечная интерпретация поверхности отсканированного образца (a) и поле распределения относительной толщины адгезионного слоя (b).

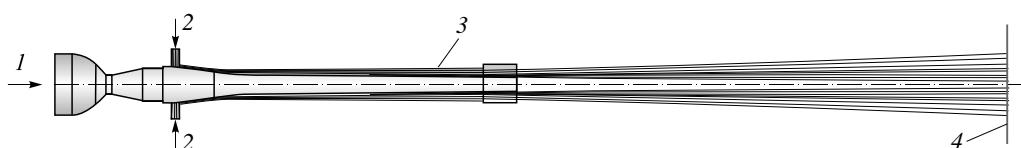


Рис. 7. Схема расчетной области.

1 — подача ПС, 2 — подача частиц, 3 — сверхзвуковой насадок, 4 — контрольное сечение.

с применением комбинированного подхода Лагранжа – Эйлера (DPM model). При моделировании характеристик газовой фазы решалась система осредненных по Фавру уравнений Навье – Стокса, записанная для вязкой сжимаемой неразрывной среды [30]. Система замыкалась уравнением состояния идеального газа и дополнялась двухпараметрической моделью турбулентности  $k$ - $\omega$  SST [31]. Выбор модели турбулентности  $k$ - $\omega$  SST был обусловлен ее более широкими функциональными возможностями (в частности, возможностью плавного перехода от  $k$ - $\omega$ -модели в пристеночной области к  $k$ - $\varepsilon$ -модели при течении в свободном потоке). Отметим, что данная модель широко применяется авторами многочисленных работ в области вычислительной газодинамики [32]. В качестве схемы для расчета потоков на границах ячеек использовалась схема AUSM+ [33].

В расчетах количество фракций порошка соответствовало  $N_\phi = 6$ . Диаметры частиц  $d_i$  каждой фракции, счетные  $n$  (доля количества частиц данной фракции от общего числа частиц в двухфазном потоке) и массовые  $g$  доли представлены в табл. 2. Диапазон диаметров частиц задавался в соответствии с данными, представленными в табл. 1. При этом в рамках исследования принималось, что счетные доли частиц  $n$  для каждой фракции постоянны.

Рассмотрим полученные результаты расчета и проведем их анализ. Поля распределений скорости  $V$  и скоростного напора  $q$  газа представлены на рис. 8. Видно, что в цилиндрической части тракта насадка образуется система мостообразных косых скачков уплотнения, при этом скорость и расходонапряженность газа на указанном участке лежит в диапазоне значений  $V = 1500 \div 2000$  м/с и  $q = 200 \div 350$  кПа.

**Таблица 2**  
Фракционный состав частиц дисперсной фазы

№ фракции	$d_i$ , мкм	$n_i$	$g_i$
1	15	0,167	0,02
2	20		0,05
3	25		0,10
4	30		0,17
5	35		0,27
6	40		0,39

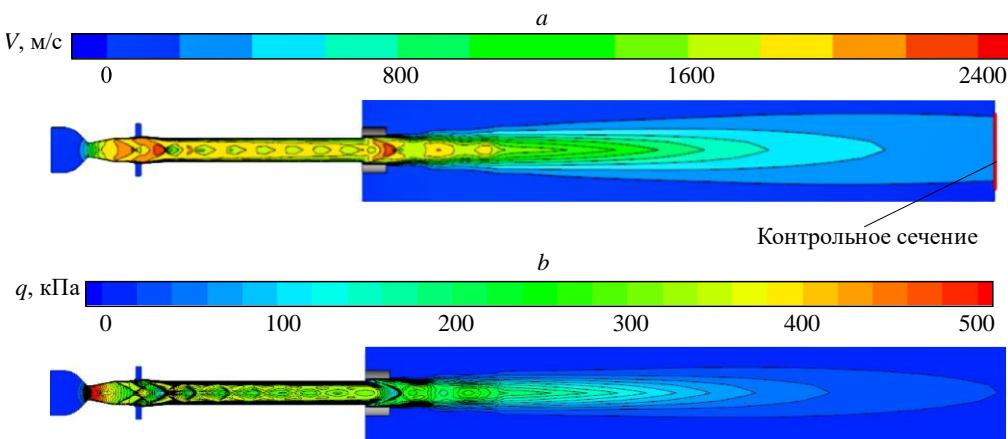


Рис. 8. Поля распределения скорости (a) и скоростного напора газа (b) в плоскости симметрии модели.

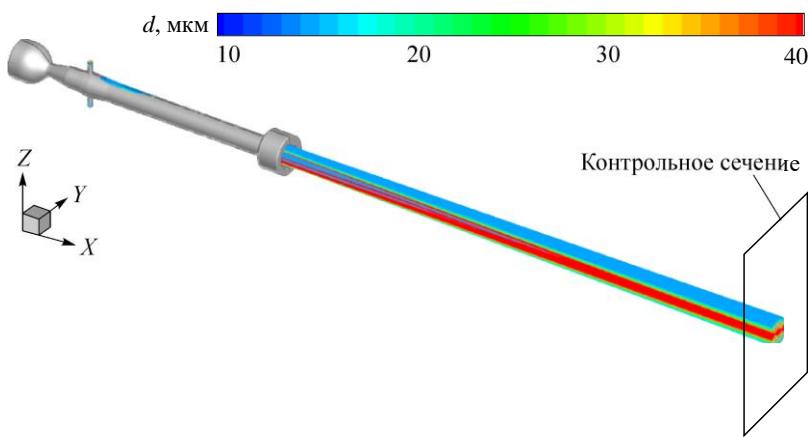


Рис. 9. Траектории движения частиц дисперсной фазы  
(цвет соответствует диаметру частиц).

Для рассмотренного случая газодинамического течения ПС построены траектории движения частиц в координатах Лагранжа, которые приведены на рис. 9.

Полученные в результате математического моделирования координаты точек пересечения траекторий частиц с плоскостью контрольного сечения (далее — координаты траекторий частиц) представлены на рис. 10а. Затем с помощью методики обработки результатов математического моделирования для расчетного распределения координат траекторий частиц (рис. 10а) были построены поля распределения относительной толщины адгезионного слоя при различных  $\sigma$  в диапазоне значений 2–7 мм. Пример такого поля при значении  $\sigma = 6$  мм представлен на рис. 10б. Кроме того, на рис. 10 видна сегрегация частиц, конечные точки траекторий которых преимущественно расположены в области, описываемой окружностью 25 мм.

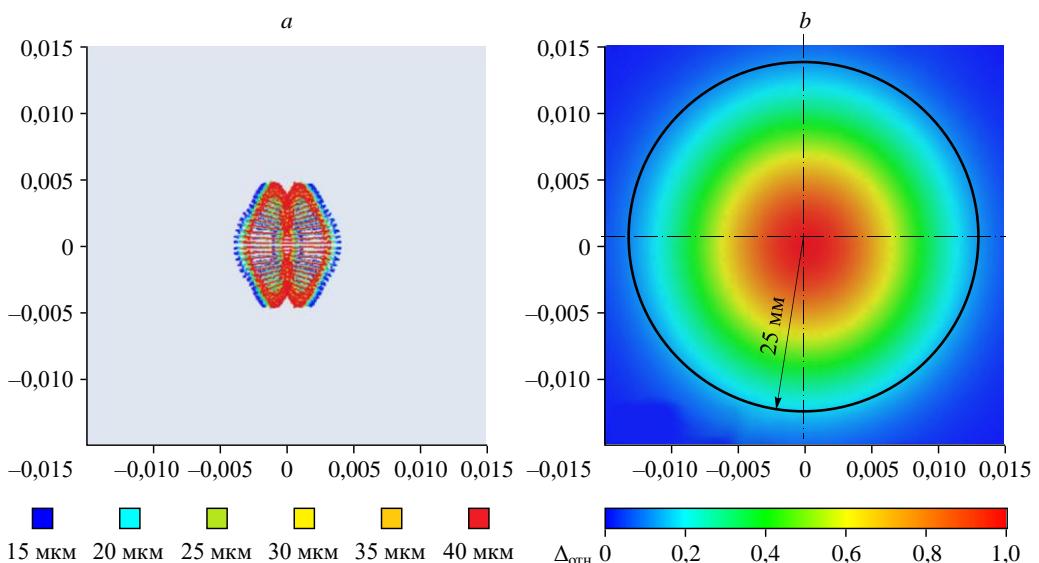


Рис. 10. Координаты (расчетные) траекторий частиц (а) и поле распределения относительной толщины адгезионного слоя при значении  $\sigma = 6$  мм (б).

### Определение эмпирического значения параметра $\sigma$

Зададим контрольные величины для описания формы и толщины адгезионного слоя для расчетного и экспериментального случаев. Схема задания данных контрольных величин представлена на рис. 11. Здесь  $P_{\max}$  — максимальная толщина адгезионного слоя;  $Y_1, Y_2$  — характерные размеры адгезионного слоя вдоль вертикальной оси, проходящей через точку 0;  $Z_1, Z_2$  — характерные размеры адгезионного слоя вдоль горизонтальной оси, проходящей через точку 0;  $S_1, S_2$  — характерные площади размера адгезионного слоя;  $r_{90}$  — радиус окружности с центром в точке 0, внутри которой оседает 90 % частиц.

Сопоставление расчетных и экспериментальных данных основано на вычислении минимальных отклонений контрольных величин  $\delta_{1-8}$  в соответствии со схемой, представленной на рис. 11, по следующим зависимостям:

$$\begin{aligned}\delta_1 &= \left| 1 - \frac{P_{\max, \text{расч}}}{P_{\max, \text{эксп}}} \right| \cdot 100 \%, & \delta_2 &= \left| 1 - \frac{\int_{Y_1} P_{\text{расч}}(y, 0) dy}{\int_{Y_1} P_{\text{эксп}}(y, 0) dy} \right| \cdot 100 \%, \\ \delta_3 &= \left| 1 - \frac{\int_{Z_1} P_{\text{расч}}(0, z) dz}{\int_{Z_1} P_{\text{эксп}}(0, z) dz} \right| \cdot 100 \%, & \delta_4 &= \left| 1 - \frac{\int_{Y_2} P_{\text{расч}}(y, 0) dy}{\int_{Y_2} P_{\text{эксп}}(y, 0) dy} \right| \cdot 100 \%, \\ \delta_5 &= \left| 1 - \frac{\int_{Z_2} P_{\text{расч}}(0, z) dz}{\int_{Z_2} P_{\text{эксп}}(0, z) dz} \right| \cdot 100 \%, & \delta_6 &= \left| 1 - \frac{\iint_{S_1} P_{\text{расч}}(y, z) dy dz}{\iint_{S_1} P_{\text{эксп}}(y, z) dy dz} \right| \cdot 100 \%, \\ \delta_7 &= \left| 1 - \frac{\iint_{S_2} P_{\text{расч}}(y, z) dy dz}{\iint_{S_2} P_{\text{эксп}}(y, z) dy dz} \right| \cdot 100 \%, & \delta_8 &= \left| 1 - \frac{r_{90, \text{расч}}}{r_{90, \text{эксп}}} \right| \cdot 100 \%,\end{aligned}$$

где  $p(y, z)$  — функция распределения толщины адгезионного слоя.

На рис. 12 представлены поля распределения относительной толщины адгезионного слоя, полученные на основе экспериментальных данных и расчетным путем, при различных значениях параметра  $\sigma$ . Также на рисунке для экспериментального и расчетных распределений показаны зоны, внутри которых оседает 90 % частиц, и соответствующие

им значения  $r_{90}$ . Как видно из представленных распределений, в эксперименте  $r_{90} = 11,9$  мм. Для расчетных случаев в рассматриваемом диапазоне значений  $\sigma = 2 \div 7$  мм данная контрольная величина соответствует значениям  $r_{90} = 6,3 \div 13,7$  мм. При этом наиболее близким к экспериментальному распределению по значению  $r_{90}$  является расчетный случай при  $\sigma = 5,5$  мм.

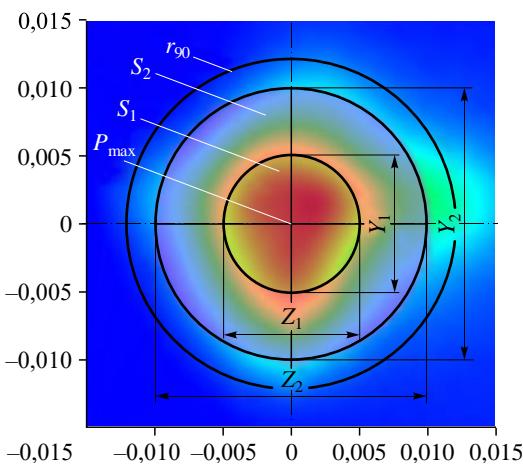


Рис. 11. Схема задания контрольных величин.

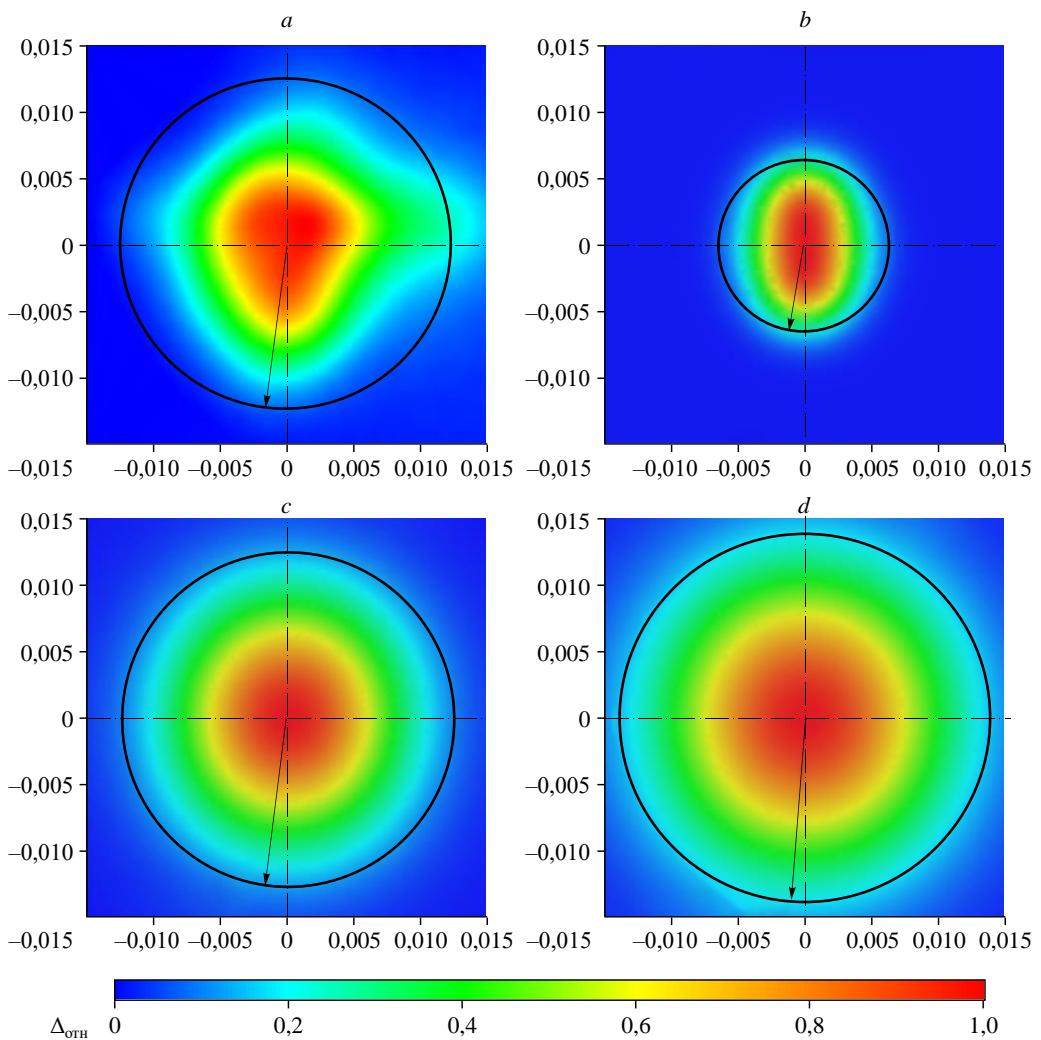


Рис. 12. Поля распределения относительной толщины адгезионного слоя для экспериментального и расчетного случаев.

*a* — экспериментальные данные,  $r_{90} = 11.9$  мм, *b-d* — данные расчетов при  $\sigma = 2$  мм,  $r_{90} = 6.3$  мм (*b*),  $\sigma = 5.5$  мм,  $r_{90} = 12.1$  мм (*c*),  $\sigma = 7$  мм,  $r_{90} = 13.7$  мм (*d*).

На рис. 13 представлены графики распределения толщины адгезионного слоя вдоль отрезков  $Y_2$  (рис. 13 $a$ ) и  $Z_2$  (рис. 13 $b$ ). Как видно из данных графиков наиболее близкими к экспериментальной кривой находятся расчетные случаи для значений  $\sigma$  в диапазоне  $4.7 \div 5.5$  мм.

Полученные зависимости  $\delta_{1-8}(\sigma)$ , приведенные на рис. 14, позволили определить диапазон характерных величин параметра дискретно-непрерывного преобразования функции расходоизменности потока конденсированных частиц  $\sigma$ .

Исходя из анализа представленных зависимостей установлено, что минимальные отклонения контрольных величин от экспериментальных данных достигаются для значений  $\sigma$  в диапазоне  $4.7 \div 5.5$  мм. В этом случае минимальные значения  $\delta$  могут составлять менее 2 %. Указанные значения параметра  $\sigma$  позволяют статистическим образом учитывать влияние случайных факторов на распределение частиц в двухфазном потоке.

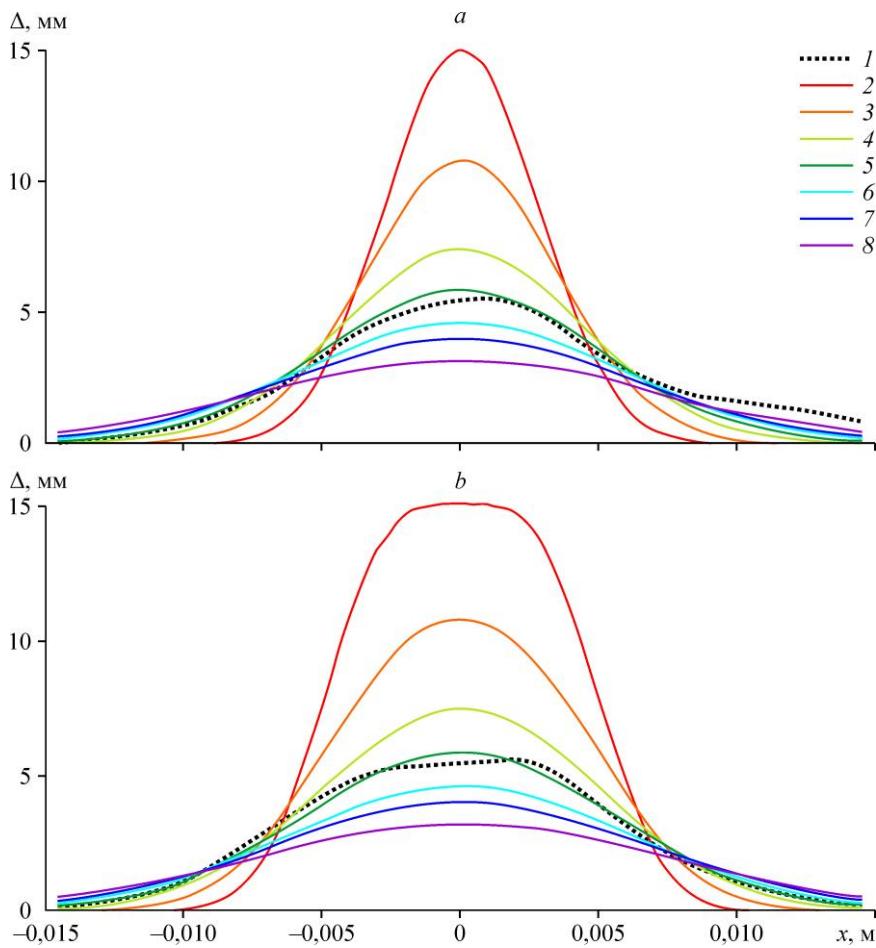


Рис. 13. Графики распределения толщины адгезионного слоя вдоль отрезков  $Z_2$  (а) и  $Y_2$  (б).  
 1 — экспериментальные данные, 2–8 — результаты расчетов при  $\sigma = 2$  (2), 3 (3), 4 (4), 4,7 (5), 5,5 (6), 6 (7), 7 (8) мм.

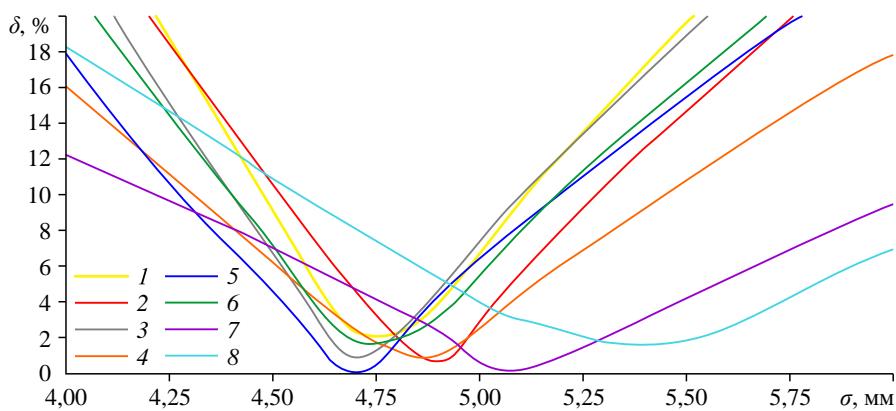


Рис. 14. Графики зависимостей  $\delta_{1-8}(\sigma)$ .  
 1–8 — соответственно  $\delta_1(\sigma) - \delta_8(\sigma)$ .

## Выводы

В результате проведенного физико-математического моделирования влияния случайно-статистических факторов на движение дисперсных частиц в двухфазном потоке можно сделать следующие выводы.

1. Разработан новый метод экспериментального определения среднеквадратичного отклонения пространственной локализации частиц относительно траектории ее движения  $\sigma$ , позволяющий учитывать случайные факторы при расчете распределения и сегрегации дисперсной фазы в высокоскоростном несущем потоке. Суть предлагаемого метода основана на индикации структуры распределения дисперсной фазы в поперечном сечении высокоскоростного потока посредством адгезии частиц на установленную в потоке преграду.

2. Выполнена серия экспериментов для сверхзвукового потока продуктов горения спирт-кислородной смеси с полным давлением 0,7 МПа и скоростным напором 200 кПа, позволившая установить количественный показатель влияния случайных факторов на распределение частиц в потоке. Предложенный алгоритм обработки расчетно-экспериментальных данных посредством введения вероятностного подхода при траекторной оценке распределения частиц позволяет с достаточной точностью описывать процессы распределения дисперсной фазы размером 15÷40 мкм в сверхзвуковом (при скоростях > 1500 м/с) несущем потоке.

3. Установлено, что минимальные отклонения формы и толщины пятна напыления, характеризуемые набором выбранных контрольных значений, для расчетного и экспериментального случаев достигаются при значении среднеквадратичного отклонения пространственной локализации частиц относительно траектории ее движения в диапазоне 4,7÷5,5 мм. При этом различие расчетных и экспериментальных данных составляет не более 2 %. Указанные значения параметра  $\sigma$  позволяют статистическим образом учитывать влияние случайных факторов на распределение частиц в рассматриваемом двухфазном потоке.

## Список литературы

- Chandrasekhar S., Raju V.R.K.** Two-phase flow and heat transfer through wavy microchannel // The Intern. J. Engng and Sci. 2020. No. 10. P. 59–65.
- Drew D.A.** Mathematical modelling of two-phase flow // Annual Reviews Fluid Mechanic. 1983. Vol. 15. P. 261–291.
- Passman S.L., Nunziato J.W., Walsh E.K.** A theory of multiphase mixtures // Rational Thermodynamics. 1984. P. 286–325.
- Телетов С.Г.** О коэффициентах сопротивления при течениях двухфазных смесей // ДАН СССР. 1946. Т. 51, № 8. С. 579–582.
- Son E.E.** Multiphase theory based on phase indicator // 9<sup>th</sup> Intern. Workshop on the Physics of Compressible Turbulent Mixing: Article of Int. Conf. UK. 2004. P. 98–99.
- Нигматуллин Р.И., Губайдуллин Да.** Влияние фазовых превращений в акустике полидисперсных туманов // Докл. РАН. 1996. Т. 347, № 3. С. 330–333.
- Nakoryakov V.E., Kashinsky O.N., Burdukov A.P., Odnoral V.P.** Local characteristics of upward gas-liquids flows // Intern. J. of Multiphase flow. 1981. Vol. 7, Iss. 1. P. 63–81.
- Ягодников Да.** Воспламенение и горение порошкообразных металлов. М: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2009. 432 с.
- Пеньков С.Н., Сухов А.В.** Воспламенение и горение бора (единая модель). Изв. вузов. Серия: Машиностроение. 1980. №1. С. 56–66.
- Efremov V.P., Obruchkova L.R., Kiverin A.D.** Influence of particle on gas detonation by shock // Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Natural Sci. 2019. Vol. 87, No. 6. P. 67–82.
- Иванов М.Ф., Киверин А.Д., Пиневич С.Г.** Аномальное распространение пламени в горючих газовзвесях // Вестн. МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Естественные науки. 2015. Т. 62, № 5. С. 51–68.

12. Yakovenko I.S., Kiverin A.D. Micro-particles spraying via non-stationary flame acceleration process // Acta Astronautica. 2021. No. 181. P. 620–632.
13. Рычков А.Д. Математическое моделирование газодинамических процессов в каналах и соплах. Новосибирск: Наука, 1988. 222 с.
14. Киселев С.П., Рубен Г.А., Трунев А.П., Фомин В.М., Шавалиев М.Ш. Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах. Новосибирск: Наука, 1992. 261 с.
15. Розенцвайг А.К. Влияние фазовых превращений капель дисперсной фазы на гидродинамику течений жидкостных эмульсий // Междунар. журнал прикладных и фундаментальных исследований. 2020. № 6. С. 62–66.
16. King M.K. Boron ignition and combustion in air-augmented rocket afterburners // Combustion Sci. and Technology. 1972. Vol. 5, No. 1. P. 155–164.
17. Розенцвайг А.К., Страшинский Ч.С. Механизмы вскипания эмульсии с низкокипящей дисперсной фазой в однородном турбулентном потоке // Инж.-физич. журнал. 2010. Т. 83, № 3. С. 461–469.
18. Арефьев К.Ю., Воронецкий А.В., Прохоров А.Н., Янковский Л.С. Экспериментальное исследование полноты сгорания двухфазных продуктов газификации борсодержащих энергоемких конденсированных составов в высокоэнталпийном воздушном потоке // Физика горения и взрыва. 2017. Т. 53, № 3. С. 42–52.
19. Matsusaka S., Masuda H. Simultaneous measurement of mass flow rate and charge-to-mass ratio of particles in gas-solids pipe flow // Chemical Engng Sci. Vol. 61, No. 7. P. 2254–2261.
20. Ананьев А.В., Борисов Д.М., Васютинцев А.С., Гидаспов В.Ю., Дектиарев С.А., Лаптев И.В., Руденко А.М. Численное моделирование пространственных смешанных двухфазных течений с химическими превращениями применительно к воздушно-реактивным двигателям // Вестн. МАИ. 2009. Т. 16, № 2. С. 131–140.
21. Garg R., Narayanan C., Subramaniam S. A numerically convergent lagrangian-eulerian simulation method for dispersed two-phase flows // Intern. J. of Multiphase Flow. 2009. Vol. 35, No. 4. P. 376–388.
22. Kiselev S.P., Kiselev V.P., Klinkov S.V.; Kosarev V.F., Zaikovskii V.N. Study of the gas-particle radial supersonic jet in the cold spraying // Surface & Coatings Technology. 2017. Vol. 313. P. 24–30.
23. Kiselev S.P., Kiselev V.P., Zaikovskii V.N. Numerical simulation of the flow in two-phase supersonic underexpanded gas-particle jets exhausting into a slotted submerged space // Aerospace. 2022. Vol. 9. P. 1–28.
24. Воронецкий А.В., Арефьев К.Ю., Абрамов М.А. Расчетное исследование эффективности инжекции двухфазного потока горючего в цилиндрическую камеру дожигания с несимметричным подводом воздуха // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 6. С. 833–851.
25. Воронецкий А.В., Арефьев К.Ю., Абрамов М.А. Параметрическое расчетное исследование влияния вероятностного характера отклонений траекторий частиц на неравномерность их локализации в модельном тракте // Инженерный журнал: наука и инновации. 2021. № 8. С. 1–18.
26. Воронецкий А.В., Арефьев К.Ю., Абрамов М.А., Сон Э.Е. Оптимизация инжекции двухфазных продуктов газификации энергетических конденсированных составов в модельную камеру сгорания малого удлинения // Теплофизика высоких температур. 2022. Т. 60, № 1. С. 94–102.
27. Wielage B., Wank A., Pokhmurska H., Grund T., Rupprecht Ch., Reisel G., Friesen E. Development and trends in HVOF spraying technology // Surface and Coatings Technology. 2006. Vol. 201, No. 5. P. 2032–2037.
28. Hawryluk M., Ziembra J., Dworzak L. Development of a method for tool wear analysis using 3D scanning // Metrology and Measurement Systems. 2017. Vol. 24, No. 4. P. 739–757.
29. Alharbi N., Stokes J. Optimizing HVOF spray process parameters and post-heat treatment for micro/nano WC-12 %Co, mixed with Inconel-625 powders: a critical review. Engng, Materials Sci., Environmental Sci. 2015. P. 1–13.
30. Бекетаева А.О., Найманова А.Ж. Численное исследование пространственного сверхзвукового течения совершенного газа при наличии поперечного вдува струи // Прикл. механика и техн. физика. 2011. Т. 52, № 6. С. 58–68.
31. Langtry R.B., Menter F.R. Correlation-based transition modeling for unstructured parallelized computational fluid dynamics codes // AIAA J. 2009. Vol. 47, No. 12. P. 2894–2906.
32. Захаров В.С., Гуськов О.В., Прохоров А.Н., Бережной В.Н. Расчетно-экспериментальные исследования влияния формы сверхзвуковой части сопла на структуру ру течения в газодинамическом тракте модельного высотного стенда // Теплофизика и аэромеханика. 2021. Т. 25, № 2. С. 165–186.
33. Liou M.S. A sequel to AUSM. P. II. AUSM+up for all speeds // J. of Computational Physics. 2006. Vol. 70. P. 1–12.

Статья поступила в редакцию 3 декабря 2022 г.,  
после переработки — 16 апреля 2023 г.,  
принята к публикации 21 ноября 2023 г.