

где  $H(t-k) = \begin{cases} 1, & t > k \\ 0, & t < k \end{cases}$ , нижние знаки в (3.16) соответствуют  $K_2(t)$  и  $K_4(t)$ . Как видно из полученных решений при  $t \leq 2$ , т. е. пока не пришла отраженная волна от границы тела, они совпадают с точным решением для полубесконечной трещины в бесконечном упругом теле  $K(t) = p_0/\pi \cdot 2\sqrt{t}$  [4].

Полученные точные решения (3.16) изображены штриховыми линиями 3 на фиг. 2 и 5 при  $l_0 = 2h$ . Решение для полубесконечной трещины в упругом теле изображено штриховой линией 4 на фиг. 2 и 5. Если для изолированной трещины отношение максимального значения динамического коэффициента интенсивности напряжения к статическому значению равняется 1,27 [4], то, как следует из сравнения кривых, отвечающих динамическому нагружению с соответствующими им кривыми для статических задач, видно, что это отношение зависит от геометрии задачи и может быть существенно больше.

Поступила 17 VII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Костров Б. В. Неустановившееся распространение трещины продольного сдвига. — ПММ, 1966, т. 30, № 6.
2. Sih G. C., Embley G. T., Ravera R. S. Impact response of a finite crack in plane extension. — «Int. J. Solids and Struct.», 1972, vol. 8, N 7, p. 977—993.
3. Stephen A. Thau, Tsing-Hwei Lu. Transient stress intensity factors for a finite crack in an elastic solid caused by a dilatational wave. — «Int. J. Solids and Struct.», 1971, vol. 7, N 7, p. 731—750.
4. Мартынюк П. А., Шер Е. Н. О дифракции упругой волны на конечной трещине в условиях антиплоской деформации. — ПМТФ, 1974, № 3.
5. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., «Наука», 1963.
6. Bellman R., Kalaba R., Lockett J. Numerical inversion of the Laplace transform. Amsterdam, 1966.
7. Нобл Б. Применение метода Винера—Хопфа для решения дифференциальных уравнений в частных производных. М., ИЛ, 1962.

УДК 539.30

### НЕКОТОРЫЕ АВТОМОДЕЛЬНЫЕ ЗАДАЧИ О РАЗВИТИИ ЗВЕЗДЧАТОЙ ТРЕЩИНЫ В УСЛОВИЯХ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

П. А. Мартынюк, Е. Н. Шер

(Новосибирск)

Методом функционально-инвариантных решений Смирнова — Соболева [1—4] решается автомодельная плоская задача теории упругости о развитии из точки с постоянной скоростью в условиях антиплоской деформации системы равномерно распределенных по углу радиальных трещин.

Исследуемую постановку можно рассматривать как модельную для математически более сложной задачи плоской деформации.

Пусть в ненагруженной плоскости  $x, y$  в начальный момент времени начинает развиваться из начала координат с постоянной скоростью система  $2n$  радиальных разрезов. Берега разрезов нагружаются таким образом, что все упругое пространство подвергается антиплоской деформации вдоль оси  $z$ . При этом отлична от нуля только  $w = w(x, y, t)$  — компонента вектора перемещения, направленная по оси  $z$ . Ненулевые компоненты тензора напряжения в этом случае имеют следующий вид:

$$\tau_{yz} = \mu \partial w / \partial y; \quad \tau_{xz} = \mu \partial w / \partial x.$$

Функция  $w$  удовлетворяет волновому уравнению

$$(0.1) \quad \partial^2 w / \partial x^2 + \partial^2 w / \partial y^2 = b^{-2} \partial^2 w / \partial t^2.$$

Рассмотрим область плоскости  $x, y$ , ограниченную лучами, проходящими через соседние разрезы, и дугой волны сдвига (фиг. 1). В этой области ищется решение уравнения (0.1), удовлетворяющее некоторым граничным условиям. На берегах разрезов  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} < vt$ ;  $\varphi = \arctg(y/x) = 0$ ;  $\pi/n$  задаются напряжения, а на участках  $vt < \rho < bt$ ;  $\varphi = 0$ ;  $\pi/n$  требуется выполнение условия  $w = 0$ . Последнее приводит к некоторым условиям симметрии для действующей нагрузки в зависимости от четности или нечетности  $w$  относительно биссектрисы угла. Граничные условия на волне зависят от вида нагрузки и будут в дальнейшем указаны в каждой задаче отдельно.

1. Рассмотрим случай, когда нагрузка на берегах разрезов задается в виде  $p = p_0 f(\rho/bt) \cdot \mathbf{k}$  ( $\mathbf{k}$  — орт оси  $z$ ). Этот тип нагружения соответствует задаче Броберга [5]. Как известно [2], при этом компоненты тензора напряжения  $\tau_{xz}$ ,  $\tau_{yz}$  и скорость смещения  $w$  являются однородными функциями координат и времени нулевой степени. Используя метод функционально-инвариантных решений волнового уравнения, найдем  $w$  в виде

$$w = \operatorname{Re} U(z_2), \quad z_2 = [\operatorname{ch}(n(\beta - i\varphi))]^{-1}; \quad \operatorname{ch} \beta = bt/\rho,$$

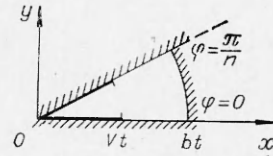
где  $U(z_2)$  — некоторая аналитическая функция.

В плоскости  $z_2 = x_2 + iy_2$  область, изображенная на фиг. 1, переходит в верхнюю полуплоскость  $y_2 \geq 0$ . Берега разрезов по лучам при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pi/n$  переходят в отрезки оси  $x_2(0, x_{21})$  и  $(-x_{21}, 0)$  соответственно, где  $x_{21} = [\operatorname{ch}(n \operatorname{ar} \operatorname{ch}(b/v))]^{-1}$ . Дуга волны  $\rho = bt$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/n$  переходит в лучи  $(1, +\infty)$ ,  $(-\infty, -1)$ . В бесконечности плоскости  $z_2$  находится точка пересечения биссектрисы угла  $\pi/n$  и дуги волны.

Найдем граничные условия, которым удовлетворяет функция  $U(z_2)$  при  $y_2 = 0$ . Поскольку перед волной тело предполагается находящимся в состоянии покоя, на волне  $w = 0$  [1] или  $w = \operatorname{Re} U(z_2) = 0$  при  $y_2 = 0$ ,  $-\infty < x_2 < -1$ ,  $+1 < x_2 < +\infty$ . На участках между волной и концами разрезов при  $\varphi = 0$  и  $\varphi = \pi/n$   $w = 0$  или  $w = \operatorname{Re} U(z_2) = 0$  при  $y_2 = 0$ ,  $x_{21} < |x_2| < 1$ . На берегах разрезов действуют напряжения  $(\mu/\rho) \partial w / \partial \varphi = p_0 f(\rho/bt)$ , откуда

$$\operatorname{Im} U'(z_2) = (4p_0/\mu) br(1 + r^2)^{-2} f'(\xi) |dz_1/dz_2| \quad \text{при } y_2 = 0, \quad 0 < |x_2| < x_{21},$$

$$\text{здесь } z_2 = 2z_1^n (1 + z_1^{2n})^{-1}; \quad z_1 = r e^{i\varphi}; \quad r = \xi^{-1} [1 - \sqrt{1 - \xi^2}]^{1/2}; \quad \xi = \rho/bt.$$



Фиг. 1

Таким образом, для функции  $U'(z_2)$  получаем смешанную краевую задачу. В интервале  $(-x_{21}, +x_{21})$  задана  $\text{Im } U'(z_2)$ , а вне его  $\text{Re } U'(z_2) = 0$ . Можно выписать общее решение этой задачи, используя формулу Келдыша — Седова [6]. Рассмотрим подробнее частный вид нагружения  $f(\xi) = \text{const}$ . При этом, как и в общем случае, возможны два варианта, а именно:  $w$  — четная функция  $x_2$ , что соответствует «загибу угла»,  $w$  — нечетная функция  $x_2$ , что отвечает «кручению угла». Потребуем ограниченность  $w$  в вершине угла и в точке пересечения биссектрисы угла  $\pi/n$  с дугой волны.

В первом случае аналогично [2] найдем, что функция

$$U'(z_2) = Aiz_2(z_2^2 - x_{21}^2)^{-3/2}$$

удовлетворяет граничным условиям, имеет нужный порядок особенности в носиках разрезов и правильное поведение в точках  $z_2 = 0$  и  $z_2 = \infty$ , соответствующих вершине исследуемого угла 0 и точке пересечения биссектрисы угла  $\pi/n$  с дугой волны в физической плоскости (см. фиг. 1).

Коэффициент  $A$  находится из условия, что на берегу разреза  $0 < x_2 < x_{21}$   $\tau_{yz} = p_0$ . В данной задаче  $\tau_{yz}(x, y, t)$  так же, как и  $w(x, y, t)$ , — однородная функция нулевого измерения, удовлетворяющая волновому уравнению. Поэтому с использованием метода функционально-инвариантных решений она может быть представлена в виде

$$(1.1) \quad \tau_{yz} = \text{Re } T(z_2),$$

где  $T(z_2)$  — некоторая аналитическая функция.

Равенство  $\tau_{yz} = \mu \partial w / \partial y$  позволяет связать функции  $T(z_2)$  и  $U(z_2)$ :

$$(dT/dz_2)(dz_2/dz)(dz/dt) = \mu(dU/dz_2)(dz_2/dz)(dz/dy),$$

здесь  $z = b^{-1} \text{ch}(n^{-1} \text{arch } z_2^{-1})$ .

При этом для  $dT/dz_2$  получаем выражение

$$(1.2) \quad dT/dz_2 = -Aiz_2\mu \sqrt{b^{-2} - z^2} \cdot (z_2^2 - x_{21}^2)^{-3/2},$$

проинтегрировав которое по контуру, проходящему по верхнему берегу разреза  $(x_{21}, 1)$  и обходящему точку  $z_2 = x_{21}$  по бесконечно малому полукругу, получим

$$(1.3) \quad p_0 = A\mu/v \int_{v/b}^1 \frac{zdz}{\sqrt{z^2 - (v/b)^2} \sqrt{[\text{ch}(n \text{ arch}(bz/v))]^{-2} - x_{21}^2}} = A\mathcal{G}_1\mu/v.$$

Используя равенства (1.1)–(1.3), найдем, что  $\tau_{yz}$  вблизи носика разреза имеет асимптотику

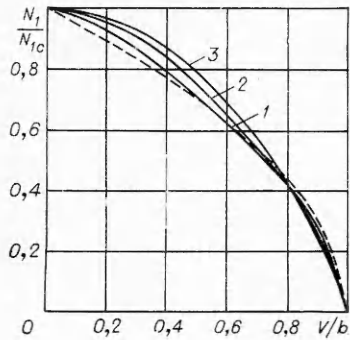
$$(1.4) \quad \tau_{yz} \simeq N_1(x - vt)^{-1/2} \text{ при } \varphi = 0, (x - vt)/(vt) \ll 1, \text{ где}$$

$$N_1/N_{1c} = \sqrt{\pi}/2 \cdot \mathcal{G}_1^{-1} \frac{\Gamma(1/2 + 1/2n)}{\Gamma(1 + 1/2n)} \frac{\sqrt{1 - (v/b)^2}}{(1 + a^2) a^{n-1/2}} \times$$

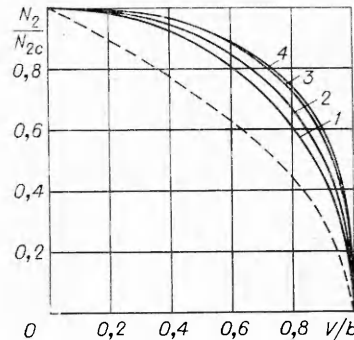
$$\times \sqrt{\frac{b}{2v}} n^{-1} \sqrt{\frac{(1 + a^{2n})^3 (1 - a^2)}{1 - a^{2n}}},$$

$$a = b/v \cdot [1 - \sqrt{1 - (v/b)^2}],$$

при этом  $N_{1c} = p_0 \sqrt{2n/\pi} \cdot \Gamma(1 + 1/2n) \Gamma^{-1}(1/2 + 1/2n) \sqrt{v}$  есть значение коэффициента интенсивности напряжения при особенности в носике



Фиг. 2



Фиг. 3

разреза статической задачи о нагружении звездчатой трещины с разрезами длиной  $l = vt$  при аналогичном нагружении сдвиговым напряжением  $p_0$ . Выражение (1.4) существенно упрощается при  $n = 1$ , что соответствует изолированной трещине

$$N_1/N_{1c} = E^{-1} \sqrt{1 - (v/b)^2} \sqrt{1 - (v/b)^2}; \quad N_{1c} = p_0 \sqrt{l/2},$$

где  $E(x)$  — полный эллиптический интеграл II рода.

В случае нагружения сторон угла нагрузкой разного знака скорость смещения  $w$  является нечетной функцией относительно биссектрисы угла или оси  $x_2 = 0$  в плоскости  $z_2$ . Тогда функция  $dU/dz_2$ , удовлетворяющая всем граничным условиям и дополнительным условиям в точках  $z_2 = 0$  и  $z_2 = \infty$ , будет

$$dU/dz_2 = A_1 i (z_2^2 - x_{21}^2)^{-3/2}, \quad A_1 = p_0 x_{21}^2 b (\mu \mathcal{J}_2)^{-1},$$

$$\mathcal{J}_2 = \int_1^{b/v} \frac{z dz}{\sqrt{z^2 - 1} \sqrt{1 - x_{21}^2 \operatorname{ch}^2(n \operatorname{arch} z)}}.$$

Коэффициент  $A_1$  здесь находится из тех же условий, что и выше. Коэффициент при особенности поля напряжений в носиках разрезов, отнесенный к соответствующему статическому значению, равен

$$(1.5) \quad N_2/N_{2c} = \sqrt{\pi} / \mathcal{J}_2 \cdot \frac{\Gamma(1 + 1/2n)}{\Gamma(1/2 + 1/2n)} \sqrt{x_{21} a^{1-n} (v/b)^{-3/2}} \times \\ \times \frac{1 + a^{2n}}{1 + a^2} \sqrt{\frac{1 - a^2}{1 - a^{2n}}} \sqrt{1 - (v/b)^2},$$

где

$$N_{2c} = p_0 \sqrt{l(2\pi n)^{-1}} \Gamma(1/2 + 1/2n) \Gamma^{-1}(1 + 1/2n).$$

В частном случае движения изолированной трещины при  $n = 1$  из (1.5) получаем

$$N_2/N_{2c} = \sqrt{1 - (v/b)^2}; \quad N_{2c} = \sqrt{2l} p_0 / \pi.$$

Зависимости (1.4), (1.5) коэффициентов интенсивности напряжения при особенности от скорости роста длин разрезов изображены на фиг. 2, 3 кривыми 1—4, соответствующими значениям  $n = 1; 2; 5; 7$ . Для сравнения на этих же графиках штриховыми кривыми нанесена зависимость  $N/N_c = \sqrt{1 - v/b}$ , имеющая место в антиплоской деформации для полубесконечного движущегося разреза в случае нагружения не зависящими от времени силами [7]. На фиг. 2, 3 видно, что конечность разрезов в

рассматриваемой задаче приводит к увеличению отношения  $N_i/N_{ic}$  ( $i = 1, 2$ ), причем тем в большей степени, чем больше число трещин в системе.

2. В работах [1, 4], посвященных автомодельным задачам плоской теории упругости, рассматривался класс задач, в которых однородными функциями координат и времени являются перемещения.

Для рассматриваемой задачи этот случай реализуется, если нагрузка на берегах разрезов представима в виде  $\mathbf{p} = p_0 t_0 / t \cdot f(\rho/(bt)) \cdot \mathbf{k}$ . Для аналитической функции  $U(z_2)$ , реальная часть которой есть перемещение  $w(x_2, y_2)$ , в плоскости  $z_2$  получаем краевую задачу Келдыша — Седова

$$\begin{aligned} \operatorname{Im} U'(z_2) &= 2p_0 b t_0 / \mu \cdot f(\xi) (1 + r^2)^{-1} |dz_1/dz_2| \text{ при } y_2 = 0, 0 < |x_2| < x_{21}; \\ \operatorname{Re} U'(z_2) &= 0 \text{ при } y_2 = 0, |x_2| > x_{21}. \end{aligned}$$

Решение этой задачи, обладающее нужной особенностью в носиках разрезов и правильным поведением в бесконечности, можно представить в виде

$$dU/dz_2 = -\frac{2}{\pi\mu} \frac{p_0 b t_0}{\sqrt{x_2^2 - x_{21}^2}} \int_{-x_{21}}^{+x_{21}} \frac{f(s)}{1 + r^2(s)} \frac{\sqrt{s^2 - x_{21}^2}}{(s - z_2)} |dz_1/dz_2| ds.$$

Рассмотрим частный вид нагрузки

$$f(x_2) = \begin{cases} 1, & |x_2| < x_{21}^0, \\ 0, & x_{21}^0 < |x_2| < x_{21}, \end{cases}$$

где  $x_{21}^0 = 2r_0^n (1 + r_0^{2n})^{-1}$ ;  $r_0 = (b/v_0) [1 - \sqrt{1 - (v_0/b)^2}]$ ;  $v_0 \leq v$ .

Для симметричного нагружения (загиб угла) коэффициент при особенности поля напряжений выражается формулой

$$(2.1) \quad N_1/N_{1c} = 2\sqrt{2/\pi} I_1 \sqrt{b/v} \cdot \frac{\Gamma(1/2 + 1/2n)}{\Gamma(1 + 1/2n)} a^{n-1/2} \frac{\sqrt{(1-a^2)(1-a^{2n})}}{(1+a^{2n})^{3/2}},$$

$$I_1 = \frac{1+a^{2n}}{2a^n} \int_0^{r_0} \frac{(1+r^{2n}) dr}{(1+r^2) \sqrt{(a^{-2n}-r^{2n})(a^{2n}-r^{2n})}}.$$

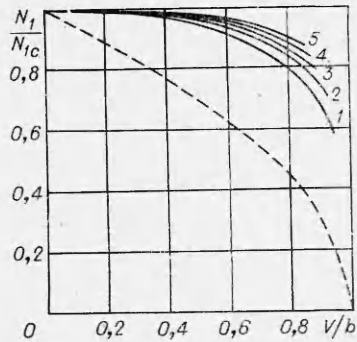
Для нагружения, при котором перемещение  $w(x, y, t)$  нечетно относительно биссектрисы угла (кручение угла), коэффициент при особенности поля напряжений дается формулой

$$(2.2) \quad N_2/N_{2c} = 2\sqrt{2/\pi} I_2 \sqrt{b/v} \cdot n a^{-1/2} \frac{\Gamma(1 + 1/2n)}{\Gamma(1/2 + 1/2n)} \sqrt{\frac{(1-a^2)(1-a^{2n})}{1+a^{2n}}},$$

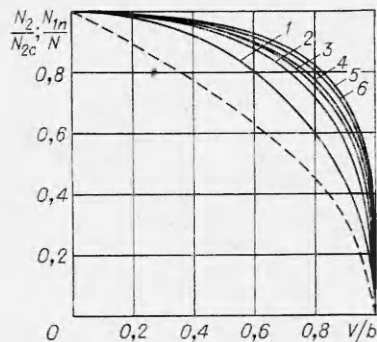
$$I_2 = \frac{1+a^{2n}}{a^n} \int_0^{r_0} \frac{r^n dr}{(1+r^2) \sqrt{(a^{-2n}-r^{2n})(a^{2n}-r^{2n})}}.$$

В формулах (2.1), (2.2)  $N_{1c}$  и  $N_{2c}$  даются выражениями (1.4), (1.5), но при этом  $p_0$  надо заменить на  $p_0 t_0 / t$ .

На фиг. 4 кривые 1—5 показывают изменение отношения  $N_1/N_{1c}$  в зависимости от  $v/b$  при  $n = 1; 2; 3; 4; 5$  соответственно. Полагается, что напряжения действуют по всей длине трещин, т. е.  $v_0 = v$ . Интеграл  $I_1$  считался численно. Как видно из приведенных кривых, при  $n \rightarrow \infty$  величина отношения  $N_1/N_{1c} \rightarrow 1$  при  $v/b < 1$ .



Фиг. 4



Фиг. 5

На фиг. 5 кривые 5 и 6 изображают изменение отношения  $N_2/N_{2c}$  в зависимости от  $v/b$  при условии, что напряжения действуют по всей длине трещины. Кривая 5 соответствует  $n = 1$ , а кривая 6 —  $n = 5$ . Интеграл  $I_2$  из (2.2) считался численно.

Интересно рассмотреть предельный случай, получающийся из (2.1), если устремить  $v_0$  к нулю, но при этом  $p_0 \rightarrow \infty$  таким образом, что  $2p_0v_0t_0 = Q = \text{const}$ . Этот случай соответствует нагружению сосредоточенными силами, действующими в вершинах углов клиньев, вырезанных трещинами. Для коэффициентов интенсивности напряжений в вершинах трещин получается выражение

$$(2.3) \quad N_{1n} = Q/\pi \cdot \sqrt{n/(2l)} [1 - (v/b)^2]^{1/4} \sqrt{(1 - a^{2n})/(1 + a^{2n})}.$$

Это выражение существенно упрощается в предельных случаях  $n = 1$  и  $n \gg 1$  и  $v/b < 1$ :

$$(2.4) \quad N_{11} = Q/\pi \cdot (2l)^{-1/2} \sqrt{1 - (v/b)^2} \quad \text{при } n = 1;$$

$$N_{1n} = Q/\pi \cdot \sqrt{n/(2l)} \sqrt[4]{1 - (v/b)^2} \quad \text{при } n \gg 1.$$

Величина  $N = Q/\pi \cdot \sqrt{n/(2l)}$  — решение статической задачи о звездчатой трещине, в вершинах углов которой действуют сосредоточенные силы  $Q$ . Отсюда и из равенств (2.3), (2.4) следует, что величина отношения  $N_{1n}/N$  меняется от  $[1 - (v/b)^2]^{1/2}$  при  $n = 1$  до  $[1 - (v/b)^2]^{1/4}$  при  $n \rightarrow \infty$  (фиг. 5, кривые 1, 4). Кривые 2, 3 на фиг 5 отвечают значениям  $n = 2$ ; 3. Проведенные расчеты по формуле (2.3) показали, что уже при  $n = 4$  соответствующая кривая совпадает с предельной  $[1 - (v/b)^2]^{1/4}$  практически для всех значений  $v/b$ .

Полученные точные решения позволяют качественно оценить влияние способа нагружения, числа трещин, скорости их движения на развитие радиальной системы трещин, возникающей, например, при взрыве шнуrowого заряда ВВ в хрупкой среде.

Поступила 17 VII 1975

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Соболев С. Л. Некоторые вопросы теории распространения колебаний. — В кн.: Дифференциальные и интегральные уравнения математической физики. ОНТИ, 1937.
2. Костров Б. В. Автомодельные задачи о распространении трещины касательного разрыва. — ПММ, 1964, т. 28, № 5.

3. Костров Б. В. Дифракция плоской волны на жестком клине, вставленном без трения в безграничную упругую среду.— ПММ, 1966, т. 30, № 1.
4. Афанасьев Е. Ф. Некоторые однородные решения динамической теории упругости.— В кн.: Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа. М., «Наука», 1972.
5. Broberg K. V. The propagation of a brittle crack.— «Arkiv Fysik», 1960, vol. 18, N 2, p. 159—192.
6. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Методы теории функций комплексного переменного. М., Физматгиз, 1966.
7. Костров Б. В. Распространение трещин с переменной скоростью.— ПММ, 1974, т. 38, № 3.

УДК 539.374

### УПРУГОПЛАСТИЧЕСКАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ТОНКОЙ ПЛАСТИНЫ, ОСЛАБЛЕННОЙ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ КРУГЛЫХ ОТВЕРСТИЙ

В. М. Мирсалимов

(Лунецк)

Задача теории упругости для пластины, ослабленной периодической системой отверстий, рассматривалась в ряде работ [1, 2]. С увеличением напряжений в пластине возле отверстий возникают пластические зоны. Расположение пластических областей носит периодический характер. Упругопластическая задача для тонкой пластины с одиночным отверстием решена в [3]. Периодическим упругопластическим задачам для тонкой пластины посвящен ряд работ [4, 5], в [4] для решения задачи использовался способ аппроксимации функции напряжений в пластической области бигармонической функцией. В отличие от работ [4, 5], где использовался метод возмущений, для решения упругопластической задачи применяется другой метод, позволяющий получать решение при любых относительных размерах области.

Пусть имеется пластина с одинаковыми круговыми отверстиями, имеющими радиус  $R$  ( $R < 1$ ) и центры в точках

$$P_m = m\omega, \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots), \quad \omega = 2.$$

Обозначим контур отверстия с центром в точке  $P_m$  через  $L_m$ , соответствующую упругопластическую границу через  $\Gamma_m$ , а внешность контуров  $\Gamma_m$  через  $D_z$ . К контуру отверстия  $L_m$  приложена постоянная нормальная нагрузка  $\sigma_r = p$  и равная нулю касательная, составляющая  $\tau_{r\theta} = 0$  ( $r, \theta$  — полярные координаты), а в пластине имеют место постоянные средние напряжения  $\sigma_x = \sigma_x^\infty$ ,  $\sigma_y = \sigma_y^\infty$ ,  $\tau_{xy} = 0$  (растяжение на бесконечности).

В качестве условия пластичности принимается условие Треска—Сен-Венана и предполагается, что в пластической области выполняется неравенство  $\sigma_\theta \geq \sigma_r > 0$ . Характеристики в пластической зоне будут радиальными прямыми, а напряжения равны [6]

$$(1) \quad \sigma_r = \sigma_s + (p - \sigma_s)R/r, \quad \sigma_\theta = \sigma_s, \quad \tau_{r\theta} = 0.$$

Здесь  $\sigma_s$  — предел текучести материала при простом растяжении. Для выполнения неравенства  $\sigma_\theta \geq \sigma_r > 0$  нагрузка, очевидно, должна удовлетворять условию  $p \leq \sigma_s$ .