

К АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ МАТЕРИАЛОВ

О. В. Соснин (Новосибирск)

Технические материалы, применяемые в конструкциях, работающих при высоких температурах, обычно ведут себя анизотропно по отношению к процессу ползучести. Для некоторых материалов, особенно для легких сплавов, от анизотропии, возникшей вследствие предшествовавшей технологической обработки, весьма трудно избавиться последующей термообработкой и при расчете изделий необходимо учитывать реальные, а не усредненные свойства материалов. В работе [1] приведены экспериментальные результаты по ползучести листового материала Д1. В исследуемом интервале напряжений и температур было показано, что материал ортотропен, и его поведение довольно хорошо описывается зависимостью

$$\dot{\eta} = B_i \sigma^n$$

Здесь $\dot{\eta}$ — скорость деформации ползучести, B_i и n — константы материала, причем n оставалось постоянным для всех направлений. Этот частный случай анизотропии характерен подобием скоростей деформаций ползучести для разных направлений и одних и тех же напряжений и, вследствие сравнительной простоты тематического описания, чаще всего упоминается в периодической литературе. В предлагаемой ниже работе приводятся результаты экспериментов на материале АМГ-3 и даны некоторые возможности описания его поведения в условиях анизотропной ползучести более общего вида.

1. При описании поведения материала при установившейся ползучести в условиях одномерного нагружения широкое распространение получили эмпирические зависимости типа

$$\dot{\eta} = B \sigma^n, \quad \dot{\eta} = K e^{\beta \sigma} \quad (1.1)$$

Вторая формула более удобна при описании анизотропной ползучести, когда в аналитических выражениях (1.1) меняются обе константы в зависимости от ориентации вырезанного из тела образца, подверженного стандартному испытанию на растяжение или сжатие. В дальнейшем будем предполагать, что поведение материала в условиях одномерной ползучести хорошо описывается второй зависимостью типа (1.1).

Как отмечалось ранее [1], для вязко-нелинейных процессов, описываемых в одномерном случае первой зависимостью типа (1.1), экспериментальное определение и сравнение с расчетными скоростями поперечных деформаций образца при растяжении и сжатии дало удовлетворительное подтверждение гипотезы о существовании потенциала текучести в виде функции от квадратичной формы напряжений с коэффициентами, зависящими от свойств материала. Естественно предположить, что потенциал текучести существует и в более общем случае анизотропии, когда в зависимостях (1.1), описывающих поведение материала при одномерном нагружении, меняются обе константы. В этом случае потенциал текучести попытаемся аналитически представить как функцию от двух квадратичных форм напряжений, т. е. предположим, что имеют место следующие соотношения:

$$\dot{\eta}_{ij} = \frac{\partial \Phi}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \Phi = \Phi(T, S) \quad (1.2)$$

$$(T = a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}, \quad S = b_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl})$$

Помимо каких-либо специфических ограничений, потенциальная функция должна удовлетворять двум очевидным условиям: а) скорость деформации ползучести, определенная через потенциал из выражения (1.2), должна при одномерной нагрузке совпадать со вторым выражением (1.1); б) при исчезающе малой анизотропии, когда T и S превращаются в интенсивности напряжений, зависимость (1.2) должна описывать процесс ползучести по критерию Мизеса, ассоциированному с его же законом течения.

Оба эти условия будут выполнены, если потенциал представить в виде

$$\Phi = \varphi \left(\frac{T}{S} \right) e^{\sqrt{T}} \quad (1.3)$$

где φ — произвольная функция от отношения двух квадратичных форм.

Компоненты тензора скоростей деформаций будут иметь вид

$$\dot{\eta}_{ij} = e^{\sqrt{T}} \left\{ \varphi' \frac{T'S - S'T}{S^2} + \varphi \frac{T'}{2\sqrt{T}} \right\} \left(\varphi' = \frac{d\varphi}{d(T/S)}, T' = \frac{T\partial}{\partial \sigma_{ij}}, S' = \frac{\partial S}{\partial \sigma_{ij}} \right) \quad (1.4)$$

Удельная мощность диссипации энергии при ползучести равна

$$W = \dot{\eta}_{ij} \sigma_{ij} = \Phi \sqrt{T} \quad (1.5)$$

В данном случае поверхности $\Phi = \text{const}$ и $W = \text{const}$ не подобны и векторы скоростей деформаций, вообще говоря, не ортогональны к поверхностям постоянной удельной мощности диссипации энергии.

Если материал тела ведет себя по отношению к процессу ползучести как ортотропная несжимаемая среда, то, проведя рассуждения, аналогичные [1], легко установить, что квадратичные формы T и S в системе координат, совмещенной с главными осями анизотропии тела, имеют соответственно вид

$$\begin{aligned} T &= A_{11}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + A_{22}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + A_{33}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \\ &\quad + 2A_{12}\sigma_{12}^2 + 2A_{23}\sigma_{23}^2 + 2A_{31}\sigma_{31}^2 \\ S &= B_{11}(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + B_{22}(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + B_{33}(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2 + \\ &\quad + 2B_{12}\sigma_{12}^2 + 2B_{23}\sigma_{23}^2 + 2B_{31}\sigma_{31}^2 \end{aligned} \quad (1.6)$$

Коэффициенты квадратичных форм A_{ij} и B_{ij} определяются из экспериментов на ползучесть при простом растяжении или сжатии путем сравнения второго выражения (1.1) и выражения (1.4).

Так, три серии экспериментов соответственно в трех главных направлениях анизотропии дают

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \sqrt{A_{22} + A_{33}}, & \beta_2 &= \sqrt{A_{33} + A_{11}}, & \beta_3 &= \sqrt{A_{11} + A_{22}} \\ K_1 &= \beta_1 \Phi \left(\frac{A_{22} + A_{33}}{B_{22} + B_{33}} \right), & K_2 &= \beta_2 \Phi \left(\frac{A_{33} + A_{11}}{B_{33} + B_{11}} \right), & K_3 &= \beta_3 \Phi \left(\frac{A_{11} + A_{22}}{B_{11} + B_{22}} \right) \end{aligned} \quad (1.7)$$

Отсюда, задаваясь аналитическим выражением функции Φ , например, полагая $\Phi = M T / S$ или $\Phi = M e^{T/S}$, где M — константа размерности, легко определяются первые три пары коэффициентов. Оставшиеся три пары можно определить из экспериментов на ползучесть при растяжении и сжатии образцов, вырезанных в направлениях, не лежащих в одной плоскости и не совпадающих с главными направлениями анизотропии исследуемого тела.

Пусть, например, проведена серия экспериментов на ползучесть образцов, вырезанных в направлении, составляющем угол 45° с главной осью анизотропии тела X_1 в одной из главных плоскостей анизотропии $X_1 X_2$, и определены в (1.1) константы K' и β' для этого направления. Коэффициенты квадратичных форм A_{ij} и B_{ij} не инвариантны, их величины связаны с выбором системы координат. А так как квадратичные формы T и S имеют наиболее простой вид (1.6) в системе координат, совмещенной с главными осями анизотропии тела, целесообразно и компоненты тензора напряжений отнести к той же системе координат. Отсюда, сделав необходимый пересчет и повторив те же рассуждения, что и в [1], получим

$$2\beta' = \sqrt{A_{11} + A_{22} + 2A_{12}}, \quad K' = \beta' \Phi \left(\frac{A_{11} + A_{22} + 2A_{12}}{B_{11} + B_{22} + 2B_{12}} \right) \quad (1.8)$$

из которых при известных значениях A_{11} , A_{22} и B_{11} , B_{22} определяются A_{12} и B_{12} .

Проведя аналогичные операции в других плоскостях, найдем остальные коэффициенты квадратичных форм и, таким образом, определим потенциал текучести (1.2).

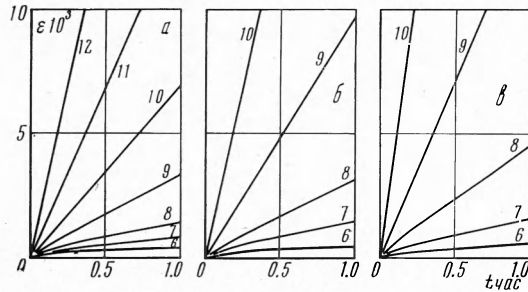
2. Типичным материалом, поведение которого в определенных силовых и температурных режимах описывается при одномерном нагружении зависимостями типа (1.1) с обеими меняющимися константами в зависимости от направления вырезанного для эксперимента образца, является сплав АМГ-3, взятый в исходном состоянии в виде прутка диаметром 55 мм.

Заготовки для образцов вырезались следующим образом: прутки резались на прямые цилиндры высотой 50 и 15 мм и косые цилиндры с углом наклона оси к высоте в 45° и высотой 15 мм. Из центра первых вырезалось по четыре призматических заготовки размером 15×15 мм² для образцов, оси которых совпадали с направлением оси исходного прутка, из вторых вырезалось по две заготовки тех же размеров для образцов, оси которых лежат в произвольных направлениях в диаметральной плоскости исходного прутка, и из третьих вырезалось по две аналогичных заготовки для образцов, оси которых наклонены под углом 45° к оси исходного прутка. Из заготовок изготавливались образцы для экспериментов: а) на растяжение — круглые, с длиной рабочей части 20 мм и диаметром 8 мм; б) на сжатие — прямоугольные, сечением 10×10 мм² и длиной рабочей части 35 мм. Для каждого направления было изготовлено и испытано по десять образцов на растяжение и по пять на сжатие.

Эксперименты проводились в интервале напряжений от 6 до 12 кг/мм² при 200°C . Несколько экспериментов было проведено при напряжении 5 кг/мм², которые показали, что процесс ползучести при данном напряжении и ниже плохо описывается зависимостями (1.1) ввиду явно выраженного упрочнения. С увеличением уровня напряжений, при которых проводился эксперимент, первый участок на диаграмме ползучести

существенно уменьшался и при напряжениях 8 кг/мм^2 и выше практически отсутствовал. Во всех экспериментах замерялись осевое удлинение и уменьшение поперечных размеров образца. Подсчет трех главных деформаций ползучести вполне удовлетворительно подтвердил гипотезу о несжимаемости материала в условиях ползучести, особенно при больших уровнях напряжений.

После установления температуры на заданный режим 200°C проведение экспериментов как на растяжение, так и на сжатие осуществлялось по следующим четырем программам: 1) устанавливалась нагрузка, соответствующая минимальному напряжению $\sigma = 6 \text{ кг/мм}^2$, и затем, с интервалом через 1 ч — первые три — четыре ступени и 0.5 ч — последующие, напряжение увеличивалось на $\Delta\sigma = 1 \text{ кг/мм}^2$ до максимального значения $\sigma = 12 \text{ кг/мм}^2$;



Фиг. 1

2) устанавливалась максимальная нагрузка $\sigma = 12 \text{ кг/мм}^2$ и затем, с интервалом 0.5 ч — первые две — три ступени и 1 ч — последующие, напряжение уменьшалось на $\Delta\sigma = 1 \text{ кг/мм}^2$ до минимального значения $\sigma = 6 \text{ кг/мм}^2$. Две другие программы осуществлялись аналогично предыдущим с теми же интервалами времени от исходной нагрузки $\sigma = 8 \text{ кг/мм}^2$ в сторону увеличения и уменьшения напряжения на $\Delta\sigma = 1 \text{ кг/мм}^2$ соответственно до максимальной и минимальной величин.

В каждом интервале времени снималась диаграмма ползучести, считая установление нового напряжения за исходное состояние. Диаграммы, построенные таким образом для каждого напряжения из всех четырех экспериментальных программ, укладывались в довольно узкий пучок обычного разброса экспериментальных данных без какого-либо систематического отклонения, свойственного той или иной программе. Исключение составляли последние ступени первой и второй программ, где обычно наступала третья стадия ползучести. Эти кривые всегда проходили выше средней линии пучка и, как правило, в расчет не принимались. Указанный факт довольно хорошо подтверждает гипотезу о том, что материал ведет себя как вязко-нелинейная среда без упрочнения, и его поведение в указанных силовых, температурных режимах и ограниченном интервале времени не зависит от истории нагружения и, следовательно, может быть описано зависимостями типа (1.1) [2].

На фиг. 1 приведены усредненные значения диаграмм ползучести, снятые на образцах, вырезанных: а) вдоль оси прутка; б) в диаметральной плоскости прутка; в) под углом 45° к оси прутка, где цифрами 6, 7, 8 и т. д., поставленными против кривых, обозначено напряжение, при котором получена данная диаграмма. Из диаграмм видно, что при $\sigma = 6 \text{ кг/мм}^2$ кривые ползучести для разных направлений почти совпадают, т. е. при малых напряжениях материал ведет себя как изотропный — степень анизотропии растет по мере увеличения уровня напряжений. Аналогичное явление у легких сплавов, но в несколько ином аспекте, отмечал Джонсон [8].

Как указывалось выше, поведение материала довольно хорошо описывается второй зависимостью (1.1), и при обработке экспериментальных данных по ползучести образцов, вырезанных в упомянутых выше трех направлениях, были получены следующие значения констант:

$$\beta_1 = 0.753, \quad \beta_2 = 1.022, \quad \beta' = 1.097 \text{ [мм}^2/\text{кг]} \quad (2.1)$$

$$K_1 = 3.28 \cdot 10^{-6}, \quad K_2 = 1 \cdot 10^{-6}, \quad K' = 0.75 \cdot 10^{-6} \text{ [1/ч}^{-1}\text{]}$$

Здесь индексом 1 обозначено направление вдоль оси прутка, индексом 2 — произвольное направление в диаметральной плоскости прутка, а штрихом отмечены константы, полученные из экспериментов на образцах, вырезанных под углом 45° к оси из произвольной плоскости, проходящей через ось прутка. Таким образом, материал ведет себя в условиях ползучести как трансверсально-изотропный с обеими меняющимися во втором выражении (1.1) константами. Направление, совпадающее с осью прутка, и любые направления, лежащие в диаметральной плоскости прутка, будут главными направлениями анизотропии. В силу указанной симметрии свойств материала, количество независимых коэффициентов в квадратичных формах (1.6) сократится до трех, которые определяются через экспериментальные константы (2.1). Действительно, принимая, например,

$$\varphi(T/S) = Me^{T/S} \quad (2.2)$$

и подставляя значения констант из (2.1) в (1.7) и (1.8), найдем (2.3)

$$M=1 \text{ [кг/мм}^2 \text{ час]}, \quad A_{11}=0.761, \quad A_{22} = A_{33} = 0.283, \quad A_{12} = A_{13} = 1.885 \text{ [мм}^4 \text{/кг}^2 \text{]} \\ B_{11} = -5.251 \cdot 10^{-2}, \quad B_{22} = B_{33} = -2.297 \cdot 10^{-2}, \quad B_{12} = B_{13} = -13.179 \cdot 10^{-2} \text{ [мм}^4 \text{/кг}^2 \text{]}$$

В диаметральной же плоскости, проделав аналогичные рассуждения, что и при выводе зависимостей (1.7), получим для коэффициентов A_{23} и B_{23} соотношения

$$2\beta_2 = \sqrt{A_{22} + A_{33} + 2A_{23}}, \quad K_2 = \beta_2 \varphi \left(\frac{A_{22} + A_{33} + 2A_{23}}{B_{22} + B_{33} + 2B_{23}} \right) \quad (2.4)$$

Отсюда, с учетом (1.7), найдем

$$A_{23} = 2A_{11} + A_{33} = 1.805 \text{ [мм}^4 \text{/кг}^2 \text{]}, \quad B_{23} = 2B_{11} + B_{33} = -12.799 \cdot 10^{-2} \text{ [мм}^4 \text{/кг}^2 \text{]} \quad (2.5)$$

Отношения скоростей поперечных деформаций в данном случае анизотропии уже не остаются постоянными для разных напряжений, при которых проводится одномерное испытание на ползучесть. Так, например, при испытании образцов, вырезанных в втором направлении, отношение скоростей поперечных деформаций, замеренных в первом и третьем направлениях согласно (1.4), с учетом (2.2), будет

$$R \equiv \eta_{11}^{(2)} : \eta_{33}^{(2)} = \frac{2 \sqrt{A_{11} + A_{33}} (A_{11}B_{33} - B_{11}A_{33}) - A_{33} (B_{11} + B_{33})^2 \sigma}{2 \sqrt{A_{11} + A_{33}} (B_{11}A_{33} - A_{11}B_{33}) - A_{11} (B_{11} + B_{33})^2 \sigma} \quad (2.6)$$

т. е. представляет собой дробно-линейную функцию напряжений.

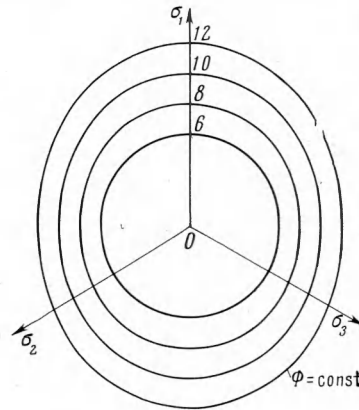
Ниже приведены значения R^* , вычисленные по формуле (2.6) и R° , замеренные экспериментально. Удовлетворительное совпадение экспериментальных и расчетных данных отношения скорости поперечных деформаций для разных напряжений дает некоторое косвенное подтверждение гипотезы о существовании потенциала текучести (1.2) для анизотропных сред и его использования в технических расчетах.

$\sigma, \text{ кг/мм}^2 =$	6	7	8	9	10
$R^* =$	0.80	0.72	0.67	0.63	0.60
$R^\circ =$	—	0.65	0.63	0.57	0.50

На фиг. 2 приведены проекции потенциальных поверхностей текучести $\Phi = \text{const}$ в девиаторной плоскости, рассчитанные для данного материала при уровнях напряжений, соответствующих процессу ползучести вдоль первого главного направления анизотропии при $\sigma = 6, 8, 10$ и 12 кг/мм^2 .

Как и следовало ожидать, при напряжении $\sigma = 6 \text{ кг/мм}^2$ поверхность $\Phi = \text{const}$ близка к круговому цилиндру, а ее проекция в девиаторной плоскости практически совпадает с окружностью Мизеса. Анизотропия проявляется с увеличением уровня напряжения, что соответственно и отображено изменением формы контура $\Phi = \text{const}$ в девиаторной плоскости. Характерно отметить, что хотя диаметральной плоскостью X_2X_3 прутка и является плоскостью изотропии в смысле свойств ползучести при одномерном нагружении, проекции на девиаторную плоскость части поверхностей $\Phi = \text{const}$ в секторах $-\sigma_3, \sigma_2$ и $-\sigma_2, \sigma_3$ не представляют собой отрезков дуг окружностей: все контуры в девиаторной плоскости сжаты в направлении, перпендикулярном к проекции оси σ_1 на эту плоскость.

Автор благодарит А. Ф. Никитенко, Ю. В. Захарова и В. П. Колупаева за помощь в проведении экспериментов.



Фиг. 2

Поступила 6 III 1965

ЛИТЕРАТУРА

1. Соснин О. В. Об анизотропной ползучести материалов. ПМТФ, 1965, № 6.
2. Милейко С. Т., Теленков В. П. Кратковременная ползучесть алюминиевых сплавов. ПМТФ, 1962, № 5.
3. Джонсон А. Ползучесть металлов при сложном напряженном состоянии. Механика. Сб. перев. и обз. ин. период. лит., 1962, № 4.