

УДК 622.45

**РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ  
МИКРОКЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ В СЕТИ ГОРНЫХ ВЫРАБОТОК  
ПРОИЗВОЛЬНОЙ ТОПОЛОГИИ**

**Л. Ю. Левин, М. А. Семин, А. В. Зайцев**

*Горный институт УрО РАН, E-mail: aerolog\_lev@mail.ru,  
ул. Сибирская, 78а, 614007, г. Пермь, Россия*

Представлены результаты разработки математических методов прогнозирования микроклиматических условий в сети горных выработок произвольной топологии на основании исследований процессов формирования теплового режима шахт и рудников. Разработаны математические модели, позволяющие проводить расчет теплораспределения в сети горных выработок с учетом следующих факторов: гидростатического сжатия-расширения воздуха в вертикальных и наклонных горных выработках, наличия источников тепловыделения (поглощения), протекания фазовых переходов влаги.

*Сеть горных выработок, микроклимат, тепловой режим, нестационарный теплообмен, породный массив, математическое моделирование, воздухораспределение, источники тепловыделения*

Современные горнодобывающие предприятия для поддержания и увеличения мощности добычи полезных ископаемых вынуждены вовлекать в отработку все более глубокозалегающие запасы. С увеличением глубины и интенсивности ведения горных работ возрастает температура пород, уменьшается число вскрываемых выработок, увеличивается число и мощность техногенных источников тепловыделения.

Перечисленные особенности глубоких рудников неминуемо приводят к ухудшению микроклиматических условий в горных выработках и возрастанию температуры воздуха свыше допустимых правилами безопасности 26°C. Ухудшение микроклиматических условий в горных выработках приводит к снижению производительности труда, профессиональным заболеваниям рабочих, невозможности ведения технологических процессов, например из-за увеличения числа отказов при ведении взрывных работ.

В нашей стране изучению тепловых процессов и разработке способов нормализации микроклиматических условий в глубоких рудниках посвящены работы [1–3], за рубежом — [4–8]. Ограниченные возможности вычислительной техники способствовали развитию приближенных методов расчета, не учитывающих сопряженное влияние факторов и использующих модельные характеристики, такие как коэффициент нестационарного теплообмена и др. [1–3, 8, 9].

На сегодняшний день актуальна разработка методов расчета микроклиматических параметров воздуха, учитывающих особенности их формирования в горных выработках глубоких рудников. Как начальный этап такой работы следует рассматривать выполненные инструментальные измерения распределения микроклиматических параметров рудничной атмосферы глубоких рудников.

### ФОРМИРОВАНИЕ МИКРОКЛИМАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ В ГОРНЫХ ВЫРАБОТКАХ

Для определения особенностей формирования микроклиматических условий в выработках проведены измерения температуры и относительной влажности воздуха в глубоких рудниках “Скалистый”, “Октябрьский” и “Таймырский” ОАО “ГМК “Норильский никель”. На рис. 1 представлены термограммы, построенные по пути движения воздушной струи от дневной поверхности до подземных рабочих зон глубоких залежей рудника “Таймырский”.

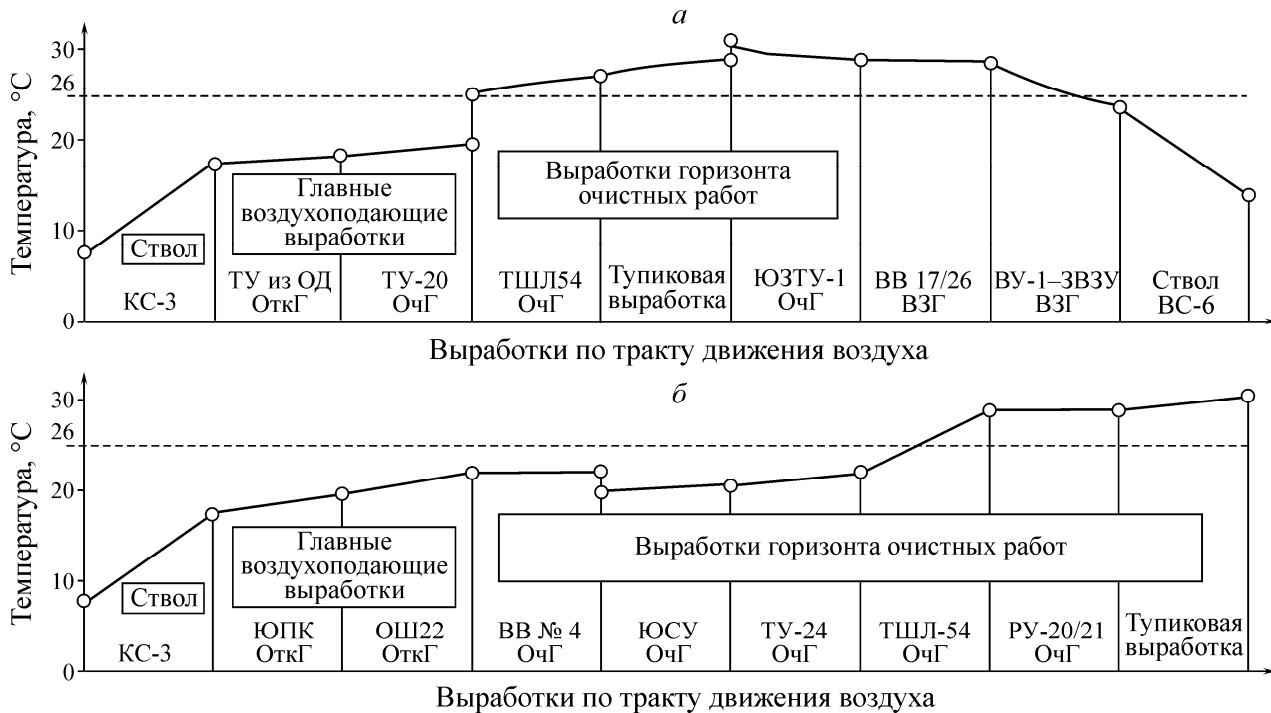


Рис. 1. Термограммы, построенные по тракту движения воздушной струи в условиях глубоких залежей рудника “Таймырский” ЗФ ОАО “ГМК “Норильский никель”: а — тракт КС-3 — ствол ВС-6; б — тракт КС-3 — тупиковая выработка откаточного горизонта

Приведенные термограммы демонстрируют, что основной нагрев воздуха происходит в воздухоподающих стволах и непосредственно в выработках горизонтов очистных работ. При этом факторы, определяющие нагрев воздуха в выработках различного типа, существенно различаются. В частности, для стволов наиболее характерно наличие линейного возрастания температуры, вызванного гидростатическим нагревом при опускании воздуха. В выработках откаточных и вентиляционно-закладочных горизонтов основным фактором является процесс теплообмена между рудничным воздухом и породным массивом. В выработках горизонтов очистных работ определяющее влияние на формирование неблагоприятных микроклиматических условий оказывают техногенные источники выделения тепла.

Проведенные экспериментальные наблюдения, выполненные в условиях глубоких рудников Норильского промышленного района, позволяют выделить следующие основные факторы (процессы), формирующие микроклиматические условия в горных выработках:

- гидростатическое сжатие воздуха в вертикальных и наклонных горных выработках;
- фазовые переходы влаги в рудничной атмосфере;
- теплообменные процессы между рудничным воздухом и породным массивом;
- тепловыделения техногенных источников.

Разработка математической модели тепловых процессов в рудничной атмосфере и породных массивах различных типов проведена с учетом указанных факторов.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТЕПЛОВЫХ И АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ**

Вентиляционная рудничная сеть представляется в виде ориентированного графа, ветвями которого являются прямые или криволинейные отрезки горных выработок, характеризующиеся длиной  $L$ , площадью поперечного сечения  $S$ , аэродинамическим сопротивлением  $R$  вследствие шероховатости стенок, расходом  $Q$ .

При моделировании процессов массо- и теплопереноса в воздухе принимается ряд гипотез: течение воздуха в вентиляционной сети считается одномерным; течение воздуха всюду турбулентно, причем влияние турбулентности в одномерном случае описывается с помощью эмпирической формулы Дарси–Вейсбаха [10]; воздух описывается уравнением состояния совершенного газа (Менделеева–Клайперона) [11]; рассматривается только конвективный теплоперенос в рудничном воздухе.

С каждой ветвью графа рудничной вентиляционной сети связывается породный массив — полая цилиндрическая область, окружающая выработку и имеющая конечную протяженность по толщине (рис. 2).

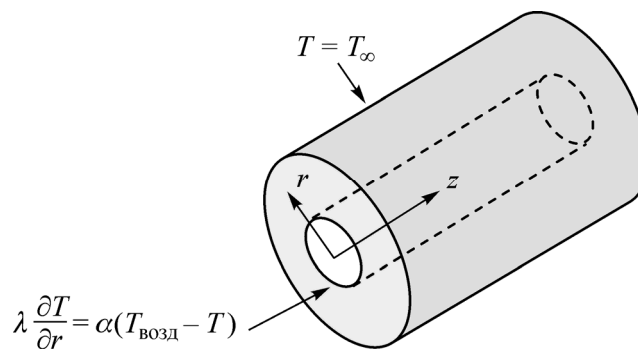


Рис. 2. Расчетная область породного массива:  $T=T(r,z,t)$  — температура породного массива;  $T_\infty$  — температура на удалении от горной выработки;  $T_{\text{возд}}$  — температура воздуха в выработке;  $\lambda$  — теплопроводность породного массива

При моделировании процесса теплопереноса в породном массиве принимаются следующие упрощения: реальный массив заменяется моделью сплошной среды, всюду однородной и изотропной, а горная выработка, которую окружает породный массив, имеет круговой поперечный профиль постоянного диаметра.

Температурное поле в породном массиве, окружающем данную выработку, не связано с температурными полями в массивах, окружающих другие выработки. Теплообмен между массивами, примыкающими к различным выработкам, не рассматривается. В этом смысле исследуемая модель есть модель независимых локальных породных массивов. Начальное распределение температур однородно.

Рассматривается только диффузионный механизм теплопереноса с эффективным коэффициентом теплопроводности, равным сумме кондуктивного, лучистого и конвективного коэффициентов [9]. Массив имеет конечную протяженность, выбираемую на основании аналитической оценки расстояния, при удалении на которое температурное поле породного массива считается непоколебленным.

Воздухораспределение в рудничной вентиляционной сети определяется путем решения уравнений Кирхгофа I и II рода [12]:

$$\sum_{i \in A_k} \rho_i Q_i = 0, \quad k = 1, \dots, N_{\text{узел}}, \quad (1)$$

$$\sum_{i \in B_j} \left( R_i Q_i^2 - H_i + \frac{\rho_i L_i}{S_i} \frac{\partial Q_i}{\partial t} \right) = 0, \quad j = 1, \dots, N_{\text{конт}}. \quad (2)$$

Здесь  $Q_i$ ,  $\rho_i$  — расход и плотность в  $i$ -й ветви;  $L_i$ ,  $S_i$  — длина и площадь поперечного сечения  $i$ -й ветви;  $A_k$  — множество индексов ветвей, входящих в  $k$ -й узел;  $B_j$  — множество индексов ветвей, входящих в  $j$ -й независимый контур;  $N_{\text{узел}}$  — количество узлов графа;  $N_{\text{конт}}$  — количество независимых контуров графа;  $H_i$  — источник тяги в  $i$ -й ветви, например напор вентилятора, гидростатическое давление или другой вид внешней объемной силы. Гидростатическое давление  $i$ -й ветви, используемое для расчета тепловой депрессии, вычисляется по формуле

$$H_i = \rho_i g \Delta h_i,$$

где  $g$  — ускорение свободного падения;  $\Delta h_i$  — перепад высот в  $i$ -й ветви.

В случае тепловой депрессии требуется также учитывать характер зависимости плотности от температуры:

$$\rho(T) = \rho_0 \left( \frac{T_0}{T} \right)^{\frac{1}{\gamma-1}}.$$

Следует отметить, что система уравнений (1), (2), строго говоря, является квазистационарной системой, применимой для анализа медленно протекающих процессов, не учитывающих динамику волн. Однако, как следует из экспериментальных замеров в реальных рудниках, в силу больших неровностей поверхностей горных выработок и, как следствие, многократного и хаотического преломления и отражения волн, волновые процессы в них быстро затухают, поэтому указанная квазистационарная модель вполне применима и для моделирования воздухо-распределения при достаточно быстрых процессах.

Для нахождения поля температур в рудничном воздухе в каждой ветви решается линейное уравнение тепловой конвекции с источником [13]:

$$c_V \left( \frac{\partial \rho_i T_i}{\partial t} + \frac{1}{S_i} \frac{\partial \rho_i T_i Q_i}{\partial z} \right) = q_{\text{ст}} + q_T, \quad (3)$$

где  $c_V$  — удельная теплоемкость воздуха при постоянном объеме;  $q_{\text{ст}}$  — тепло от теплообмена со стенкой массива;  $q_T$  — источник тепла техногенного характера (пожар, работа дизельного оборудования);  $z$  — продольная координата выработки;  $\rho_i(t, z)$  — плотность воздуха в выработке.

Внутри области породного массива решается двумерное однородное уравнение теплопроводности

$$\rho_M c_{V_M} \frac{\partial T_{M_i}}{\partial t} = \lambda_M \left( \frac{\partial^2 T_{M_i}}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial T_M}{\partial r} \right] \right). \quad (4)$$

Здесь  $\rho_M$ ,  $c_{V_M}$ ,  $\lambda_M$  — плотность, теплоемкость и теплопроводность породного массива;  $r$  и  $z$  — радиальная и осевая координаты;  $T_{M_i} = T_{M_i}(t, r, z)$  — функция температуры массива.

Для согласования тепловых потоков на границе массива и воздуха, а также на стыках между различными ветвями необходимо сформулировать внутренние граничные условия для температур и тепловых потоков.

Прежде всего исследуем перенос температуры в сопряжении ветвей с узлами. Пусть узел представляет сопряжение  $N = N_{in} + N_{out}$  ветвей, причем через  $N_{in}$  ветвей воздух поступает в сопряжение, а из  $N_{out}$  уходит. Из  $N_{in}$  входящих ветвей в единицу времени поступает масса воздуха

$$m = \sum_{i=1}^{N_{in}} \rho_i Q_i,$$

имеющая среднюю температуру

$$\tilde{T} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{N_{in}} \rho_i Q_i T_i,$$

которая в дальнейшем задается на входе во все  $N_{out}$  исходящие ветви.

Далее рассмотрим граничные условия на контакте между породным массивом и рудничным воздухом. Здесь задается граничное условие IV рода

$$\lambda \frac{\partial T_i}{\partial r} = \lambda_m \frac{\partial T_{M_i}}{\partial r} = q_{тс} = \alpha(T_i - T_{M_i}),$$

где  $\lambda$  — коэффициент теплопроводности воздуха;  $T_i$ ,  $T_{M_i}$  — температура воздуха и массива  $i$ -й выработки;  $\alpha$  — коэффициент теплообмена между рудничным воздухом и горным массивом.

В породном массиве на удалении от горной выработки температура задается равной температуре непо потревоженного массива  $T_\infty$ :

$$T_M|_{r=r_{вл}} = T_\infty, \tag{5}$$

где  $r_{вл}$  — радиус, на который успеет проникнуть тепловой поток за расчетное время  $t$ , в дальнейшем он будет называться радиусом влияния.

Также задаются граничные условия для нулевого теплового потока в поперечных сечениях горного массива на входе и на выходе из выработки:

$$\left. \frac{\partial T_M}{\partial z} \right|_{z=0,L} = 0.$$

В качестве начального условия задается однородное поле температур непо потревоженного массива

$$T_M|_{t=0} = T_\infty.$$

Для оценки радиуса влияния  $r_{вл}$  на основании теории размерностей и фундаментального решения уравнения теплопроводности получена формула

$$r_{вл}(t) = 2\sqrt{a_m t} \cdot \ln \left( 1 + F \left[ \frac{R_{вып}}{\sqrt{a_m t}} \right] \right), \tag{6}$$

которая при  $F[x] = 3\sqrt{x}$  в дальнейшем использовалась в (5);  $a_m$  — температуропроводность массива.

**ЧИСЛЕННАЯ СХЕМА**

Для решения системы уравнений воздухораспределения (1), (2) использовался метод Андрияшева–Кросса [12, 14]. Для конечно-разностной дискретизации левой части уравнения (3) применялась численная схема по потоку первого порядка [4, 9]:

$$\frac{f_i^k - f_i^{k-1}}{\Delta t} + V_i \frac{f_i^k - f_{i-1}^k}{\Delta z_i} \quad \text{для } V_i > 0, \tag{7}$$

$$\frac{f_i^k - f_i^{k-1}}{\Delta t} + V_i \frac{f_{i+1}^k - f_i^k}{\Delta z_i} \quad \text{для } V_i < 0, \tag{8}$$

где  $f_i^k = \rho_i^k T_i^k$ ;  $V_i = Q_i / S_i$  — скорость воздуха в  $i$ -й ветви;  $\Delta z_i$  и  $\Delta t$  — пространственный и временной шага, связанные друг с другом зависимостью [4]

$$\Delta z_i = V_i \Delta t. \quad (9)$$

Зависимость (9) позволяет упростить левую часть дискретизированного уравнения (3), которое в итоге запишется следующим образом:

$$\frac{\rho_i^k T_i^k - \rho_{i-1}^{k-1} T_{i-1}^{k-1}}{\Delta t} = + \frac{q_{cti}}{c_V} + \frac{q_{тci}}{c_V}, \quad (10)$$

Здесь  $\rho_i$ ,  $q_{cti}$  и  $q_{тci}$  — значения плотности и тепловых потоков в узле  $x_i$  конечно-разностной сетки.

В случае, если рассматривается нестационарное течение воздуха (при аварийном режиме проветривания, в частности при реверсе главного вентилятора), скорость  $V_i$  является переменной, вследствие чего конечно-разностная сетка будет подвижной.

Для дискретизации уравнения теплопроводности (4) также используется подвижная сетка. В текущий момент времени  $t$  по формуле (6) вычисляется радиус влияния  $r_{вл}$ . Исходя из текущего значения  $r_{вл}$  строится равномерная конечно-разностная сетка с пространственными шагами

$$\Delta r_i = \frac{N_r}{r_{влi} - R_{вырj}}, \quad \Delta z_i = V_i \Delta t, \quad (11)$$

где  $N_r$  — количество шагов пространственной сетки в направлении  $r$ . Количество шагов  $N_{zi}$  пространственной сетки в направлении  $z$  для  $i$ -й выработки равно количеству шагов в задаче теплопереноса воздуха (10) для рассматриваемой выработки.

Таким образом, пространственная сетка строится только в той области породного массива, где присутствуют ненулевые градиенты температур, что позволяет существенно уменьшить затраты машинного времени на проведение расчета, особенно в начальные моменты времени, когда тепловой поток не успел распространиться в глубь породного массива.

Построенная пространственная сетка дополняется временной сеткой с временным шагом  $\Delta t$ . Для численного моделирования задачи теплопроводности на каждом шаге используется явная схема ВВЦП (разности со сдвигом вперед по времени и центральные по пространству) [10]:

$$\rho_M c_{VM} \frac{T_{M i,j}^k - T_{M i-1,j}^{k-1}}{\Delta t} = \lambda_M \left( \frac{T_{M i,j+1}^k - 2T_{M i,j}^k + T_{M i,j-1}^k}{\Delta z^2} + \frac{T_{M i+1,j}^k - 2T_{M i,j}^k + T_{M i-1,j}^k}{\Delta r^2} + \frac{1}{r} \frac{T_{M i+1,j}^k - T_{M i-1,j}^k}{2\Delta r} \right), \quad (12)$$

$$\lambda_M \frac{T_{M 1,j}^k - T_{M 0,j}^k}{\Delta r} = \alpha (T_j - 0.5T_{0,j}^k - 0.5T_{1,j}^k), \quad (13)$$

$$T_{M N_r,j}^k = T_\infty, \quad (14)$$

$$T_{M i,N_z}^k = T_{M i,N_z-1}^k, \quad (15)$$

$$T_{M i,0}^k = T_{M i,1}^k. \quad (16)$$

Здесь индексы  $k, i, j$  характеризуют узловые значения температуры по  $t, r, z$  соответственно. Выражения (13)–(16) представляют собой граничные условия.

### ВЕРИФИКАЦИЯ МОДЕЛИ

Верификация построенной математической модели проводилась на примере задачи определения температуры воздуха в воздухоподающих и вентиляционных стволах рудника “Октябрьский”.

При моделировании теплораспределения в стволах КС-1, КС-2 и ВС-4 рудника “Октябрьский” использовались следующие входные данные.

*Геометрические параметры:* длина ствола, м: КС-1 — 1167, КС-2 — 960, ВС-4 — 1028; площадь поперечного сечения ствола, м<sup>2</sup>: КС-1 — 50.24, КС-2 — 50.24, ВС-4 — 33.16.

*Физические параметры:* плотность воздуха при нормальных условиях — 1.22 кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоемкость воздуха — 1005 Дж/(кг·°С), плотность породного массива — 2100 кг/м<sup>3</sup>, удельная теплоемкость породного массива — 895 Дж/(кг·°С), теплопроводность породного массива — 3.5 Вт/(м·°С); скорость воздуха на входе в ствол, м/с: КС-1 — 6.3, КС-2 — 7.3, ВС-4 — 6.8; температура воздуха на входе в ствол, °С: КС-1 — 14, КС-2 — 12, ВС-4 — 19.4.

*Вычислительные параметры:* расчетное время — 5 сут, шаг по времени — 1 мин, шаг по пространству рассчитывался автоматически исходя из условия Куранта.

Конечно-разностная схема (10)–(17) реализована программно на языке С# с применением концепции объектно-ориентированного программирования. Проведена дискретизация расчетной области и построена адаптивная конечно-разностная сетка.

В результате проведения итерационной процедуры получено поле температур в узлах конечно-разностной сетки расчетных областей породного массива и горной выработки. Данное поле температур соответствует времени  $t = 5$  сут. Графическое отображение результатов численного расчета осуществлялось с помощью библиотеки графических компонент “Component One” для среды “Microsoft Visual Studio 2010”. Для интерполяции узловых значений температур использовался кубический сплайн. На рис. 3 показаны эпюры температур в стволах рудника “Октябрьский”, а также приведено сравнение с экспериментальными значениями температур в отдельно взятых точках по длине стволов. Каждая точка, полученная из натурального эксперимента, представляет собой результат статистической обработки данных нескольких измерений.



Рис. 3. Эпюра температур воздуха вдоль стволов рудника “Октябрьский”, полученная с помощью численного расчета, и результаты экспериментальных замеров температур в отдельных точках стволов

Как видно из рис. 3, наблюдается высокая корреляция результатов численного расчета с результатами натурального эксперимента (коэффициенты корреляции превышают 0.83).

Особенностью приведенных экспериментальных данных и результатов расчета является преимущественно линейный закон изменения температуры воздуха по глубине ствола. При этом экспоненциальная зависимость, характерная для выработок с сильным влиянием теплообмена с породным массивом, на рис. 3 практически незаметна. Этот факт объясняется быстрым формированием тепловыравнивающего слоя и снижением удельного влияния теплообмена на температуру воздуха в вертикальных горных выработках [15 – 17].

## ВЫВОДЫ

Построена и алгоритмизирована модель тепло- и воздухораспределения в рудничной вентиляционной сети произвольной топологии и прилегающем породном массиве с учетом таких физических процессов, как механическая сжимаемость, массовая и импульсная инерционность воздуха, естественная тяга, изменение плотности вследствие нагрева воздуха, влияние источников тепловыделений техногенного характера.

Сформулирована модель несопряженного и сопряженного теплообмена рудничного воздуха и горного массива в сетевой постановке для рудничных вентиляционных сетей произвольной топологии.

Разработан и отлажен эффективный численный алгоритм на подвижных сетках для решения сопряженной задачи теплопроводности в горном массиве и вентиляционной сети.

Полученные результаты позволяют осуществлять научно-обоснованное прогнозирование теплового режима глубоких рудников при разработке эффективных и ресурсосберегающих систем кондиционирования воздуха.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Дуганов Г. В., Баратов Э. И.** Тепловой режим рудников. — М.: Госгортехиздат, 1963.
2. **Дядькин Ю. Д.** Основы горной теплофизики для шахт и рудников Севера. — М.: Недра, 1968.
3. **Щербань А. Н., Кремнев О. А.** Научные основы расчета и регулирования теплового режима глубоких шахт. Т. 1. — Киев: Изд-во АН УССР, 1959.
4. **Courant R., Isaacson E., and Rees M.** On the Solution of Nonlinear Hyperbolic Differential Equations by Finite Differences, *Comm. Pure Appl. Math.*, 1952, 5.
5. **Gibson K. L.** The computer simulation of climatic conditions in underground mines. Ph. D. Thesis. University of Nottingham, 1976.
6. **Hemp R.** Environmental Engineering in South African Mines, Ch. 22. *Mine Vent. Soc. Of S, Africa*, 1982.
7. **Mackay L., Bluhm S., Van Rensburg J.** Refrigeration and cooling concepts for ultra-deep platinum mining. The 4th International Platinum Conference, Platinum in transition “Boom or Bust”, The Southern African Institute of Mining and Metallurgy, 2010.
8. **McPherson M. J.** Subsurface ventilation engineering, 2nd edition, Chapman&Hall, 2009.
9. **Воропаев А. Ф.** Теория теплообмена рудничного воздуха и горных пород в глубоких шахтах. — М.: Недра, 1966.
10. **Флетчер К.** Вычислительные методы в динамике жидкостей. Т. 2. Методы расчета различных течений. — М.: Мир, 1991.
11. **Николаев С. А., Николаева Н. Г., Саламатин А. Н.** Теплофизика горных пород. — Казань: Изд-во КГУ, 1987.
12. **Андряшев М. М.** Техника расчета водопроводной сети. — М.: Сов. законодательство, 1932.
13. **Сивухин Д. В.** Общий курс физики. — М.: Наука, 1990.
14. **Фокс Д. А.** Гидравлический анализ неустановившегося течения в трубопроводах. — М.: Энергоиздат, 1981.
15. **Луговский С. И.** Проветривание глубоких рудников. — М.: Госгортехиздат, 1962.
16. **Казаков Б. П., Шалимов А. В., Зайцев А. В.** Влияние закладочных работ на формирование теплового режима в горных выработках в условиях рудников ОАО “Норильский никель” // *Вестн. ПНИПУ. Геология. Нефтегаз. и горн. дело.* — 2012. — № 2.
17. **Карелин В. Н., Кравченко А. В., Левин Л. Ю., Казаков Б. П., Зайцев А. В.** Особенности формирования микроклиматических условий в горных выработках глубоких рудников // *Горн. журн.* — 2013. — № 6.