

УДК 533.6.011
DOI: 10.15372/PMTF202215205

РАЗРАБОТКА АЛГОРИТМА ФОРМИРОВАНИЯ ЗАТОПЛЕННОЙ СТРУИ С ЗАДАННЫМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРОФИЛЯ СКОРОСТИ

А. А. Спасова, Ю. С. Зайко

Институт механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова,
Москва, Россия
E-mails: anya_spasova@mail.ru, zayko@imec.msu.ru

Разработан алгоритм управления затопленными струями для расчета геометрии формирующего устройства, которая обеспечивает в начальном сечении струи профиль скорости и (или) требуемые характеристики его линейной неустойчивости. Рассматривается класс формирующих устройств, геометрия которых аналогична геометрии созданного в Научно-исследовательском институте механики Московского государственного университета устройства. Алгоритм управления основан на методе градиентного спуска для минимизации функционала, связывающего параметрически заданную геометрию формирователя и выбранную характеристику соответствующего формируемого им начального профиля скорости струи. Работа алгоритма протестирована на примере функционала, описывающего отклонения профиля скорости струи от заданного.

Ключевые слова: затопленная струя, минимизация функционала, линейная неустойчивость

Введение. Затопленные струи (струи, вытекающие в пространство, заполненное средой в том же агрегатном состоянии) при истечении из коротких труб и конфузоров без специальных детурбулизующих мероприятий переходят в турбулентное состояние на расстоянии от своего начала, равном $1 \div 2$ диаметрам [1, 2]. Классический способ формирования струи с длинным ламинарным (не смешивающимся с окружающей средой) участком — использование в качестве формирующего устройства длинной трубы с круглым поперечным сечением, на выходе из которой формируется параболический профиль скорости Пуазейля (см., например, [3]). Заметим, что длина такой трубы в десятки раз больше диаметра получаемой струи [4]. В Научно-исследовательском институте (НИИ) механики Московского государственного университета (МГУ) разработано компактное устройство, формирующее струи диаметром $D = 0,12$ м с длинным (длиной до $5,5D$) ламинарным участком при числах Рейнольдса, вычисленных по диаметру и средней по сечению струи скорости, в диапазоне $4000 \div 10\,000$ [5, 6].

Формирование длинных ламинарных струй с помощью компактных устройств представляет интерес как с фундаментальной, так и с практической точек зрения. Такие струи могут использоваться для создания локальных чистых зон, которые применимы в микробиологических, химических, фармацевтических и других лабораториях, на высокоточных производствах, в медицине [7]. Получение струй, турбулизующихся вблизи выхода из

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования РФ (грант МК-4090.2022.4).

© Спасова А. А., Зайко Ю. С., 2023

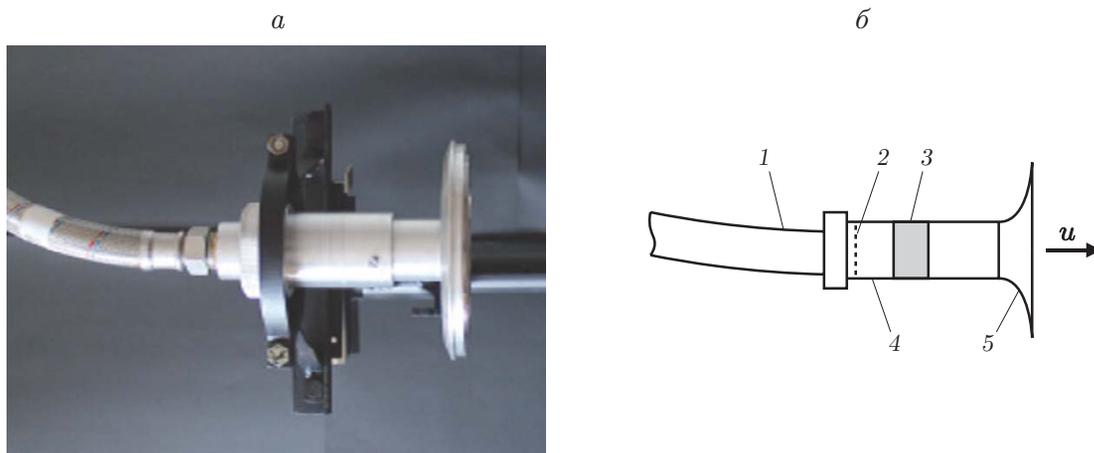


Рис. 1. Фотография (а) и схема (б) рассматриваемого формирующего устройства:
 1 — труба, через которую поступает поток, 2 — решетка, 3 — втулка с металлическими сетками, 4 — детурбулизатор, 5 — диффузор с металлическими сетками на выходе

формирующего устройства, имеет большое значение для ускорения процесса смешения и интенсификации массообмена в форсунках камер сгорания, химических реакторах, распылителях [8, 9]. Важную роль в процессе перехода струйных течений в турбулентное состояние играют механизмы линейной гидродинамической неустойчивости [10–12]. Линейная неустойчивость затопленных струй существенно зависит от формы профилей их скорости, которые определяются геометрией формирующего устройства. Связав через профиль скорости геометрию формирующего устройства с характеристиками неустойчивости, можно построить алгоритм, позволяющий рассчитать геометрию устройства, которое сформирует струю с заданными характеристиками неустойчивости.

В настоящей работе представлен алгоритм управления струями, рассчитывающий геометрию устройства, формирующего струю с заданной характеристикой начального профиля скорости. Рассматривается класс формирующих устройств, конструкция которых аналогична конструкции ранее апробированного в НИИ механики МГУ устройства (рис. 1). Это устройство состоит из подготовительной трубы — детурбулизатора потока и короткого быстрорасширяющегося диффузора с металлическими сетками на выходе (см. [5, 6, 10–12]).

В качестве заданной характеристики может использоваться форма начального профиля скорости струи. Для получения длинной ламинарной струи можно минимизировать скорость роста собственных мод (обеспечивая тем самым более медленный рост возмущений) или максимизировать групповую скорость, от которой зависит скорость сноса локализованных возмущений: если амплитуда растущих возмущений увеличивается медленно или они быстро сносятся вниз по потоку, то такой поток остается ламинарным на большем протяжении. Для наиболее быстрой турбулизации струи может формироваться профиль скорости, обеспечивающий абсолютную неустойчивость струи [13–15].

1. Описание алгоритма. Разрабатываемый алгоритм управления струями имеет следующий общий вид:

1. Геометрия стенки канала диффузора каким-либо образом параметризуется с помощью параметров a_1, a_2, \dots, a_N .

2. Для получения начального профиля скорости струи проводится численное моделирование течения внутри формирующего устройства с данной геометрией стенки канала диффузора.

3. Вычисляется значение выбранной характеристики полученного профиля скорости, которое соответствует параметрам геометрии канала диффузора — таким образом задается функционал $F(a_1, a_2, \dots, a_N)$, связывающий геометрию формирующего устройства и выбранную характеристику профиля скорости струи.

4. Для минимизации выбранного функционала применяется метод градиентного спуска: на каждой итерации каждый из параметров a_i последовательно изменяется на величину ε , повторяются шаги 2, 3 и вычисляются компоненты вектора-градиента

$$\frac{\partial F}{\partial a_i} \approx \frac{F(a_1, \dots, a_{i-1}, a_i + \varepsilon, a_{i+1}, \dots, a_N) - F(a_1, \dots, a_{i-1}, a_i, a_{i+1}, \dots, a_N)}{\varepsilon}.$$

После этого вычисляется значение вектора параметров $\mathbf{a} = \{a_1, \dots, a_N\}$ для следующей итерации: $\mathbf{a}_{next} = \mathbf{a} + \delta \cdot \text{grad } F$.

Значение ε подбирается численно из условия независимости от него вектора $\text{grad } F$ в некотором диапазоне ε : при очень малом ε изменение F находится в пределах погрешностей вычислений, и величина $\text{grad } F$ будет случайной, при очень большом ε будет оказывать влияние нелинейная зависимость F от параметров. Значение δ определяется эмпирически и может адаптивно уменьшаться при приближении к точке минимума.

Для того чтобы использовать одно и то же приращение ε для каждого параметра при вычислении вектор-градиента, необходимо, чтобы параметры a_i имели одинаковое “влияние”, т. е. изменение каждого из них на ε давало одинаковый порядок изменения F .

При численном моделировании течения внутри формирующего устройства расчет потока начинается с сечения нижней по потоку сетки в детурбулизаторе (правая сетка на втулке 3 на рис. 1, б). Ламинарный характер течения внутри рассматриваемого формирующего устройства установлен экспериментально в работах [5, 6]. Профили скорости и пульсаций за второй сеткой детурбулизатора измерены с помощью термоанемометра: профиль скорости является постоянным всюду, кроме узкой области пограничного слоя вблизи стенок канала, пульсации не превышают 0,8 %. Также были измерены профили скорости и пульсаций на выходе из полного формирующего устройства (за сетками на выходе из диффузора). В этом сечении пульсации не увеличились и также не превышают 0,8 %. Таким образом, течение внутри формирующего устройства является стационарным и ламинарным. При данных условиях и в осесимметричной постановке параметры течения рассчитываются в программе Ansys CFX. Заметим, что в расчете сетки на выходе из диффузора моделировались с помощью пористой среды, обеспечивающей такой же перепад давления, как и на сетках в эксперименте (см. [6]). Расчетная область показана на рис. 2. На входе задавалась нормальная скорость, на твердых стенках — условие прилипания, на внешних границах и на выходе — давление 10^5 Па, также задавался нулевой градиент потока через внешние границы. Экспериментальный профиль скорости на выходе из диффузора хорошо согласуется с профилем скорости, полученным в расчете стационарного ламинарного течения (рис. 3, [6, 11]). Предполагается, что при небольших изменениях параметров, задающих геометрию стенки канала диффузора, на каждом шаге метода градиентного спуска ламинарный характер течения внутри формирующего устройства не нарушается. На каждом шаге метода градиентного спуска вычисляются новые значения параметров, описывающих геометрию канала диффузора. В соответствии с этими значениями автоматически перестраивается расчетная сетка, которая используется для расчета течения внутри формирующего устройства на следующем шаге.

В настоящей работе расчет проводился при числе Рейнольдса $Re = 5400$, вычисленном по диаметру и средней скорости струи на выходе из диффузора (это соответствует экспериментальному значению числа Рейнольдса, при котором длина ламинарного участка струи, формируемой имеющимся устройством, равна $5,5D$). Расчетная сетка является

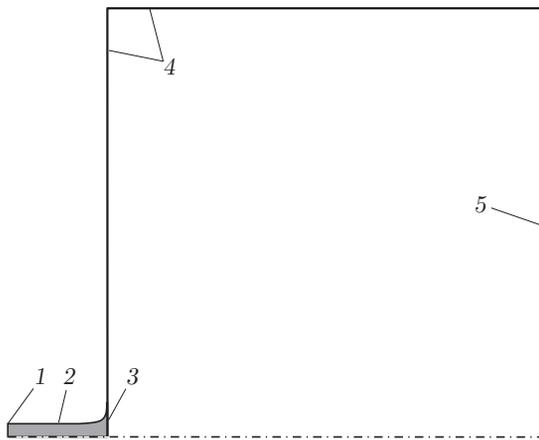


Рис. 2

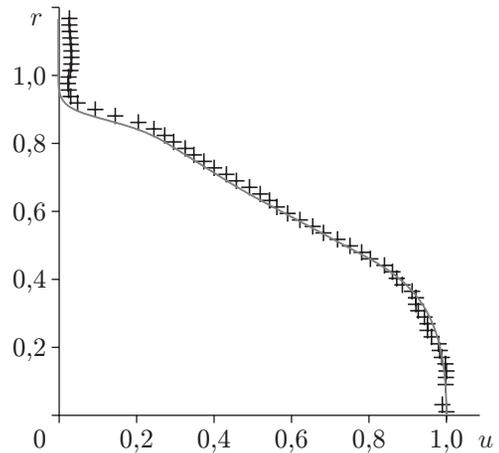


Рис. 3

Рис. 2. Расчетная область в плоскости, проходящей через ось струи:

1 — вход, 2 — твердая стенка, 3 — пористый домен, моделирующий сетки на выходе из диффузора, 4 — внешние границы, 5 — выход

Рис. 3. Экспериментальный (точки) и расчетный (линия) профили скорости на выходе из формирующего устройства

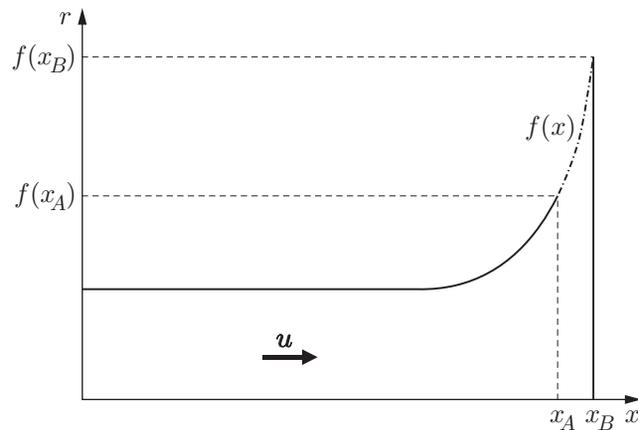


Рис. 4. Геометрия стенки формирующего устройства (симметричная половина): штрихпунктирная линия — параметризуемый участок

гексаэдральной всюду, кроме ряда элементов на оси струи, где конечные объемы представляют собой тетраэдры. Сетка состоит из 182 000 элементов (сеточная сходимость для аналогичных расчетов проверена в [5, 6]).

Для отработки алгоритма участок стенки канала диффузора, показанный на рис. 4 штрихпунктирной линией, параметризовался полиномом шестой степени $r \equiv f(x)$, при этом в качестве параметров использовались коэффициенты многочлена. Для обеспечения одинакового влияния параметров область определения $[x_A, x_B]$ и область значений полинома линейно отображались на отрезок $[0; 1]$, на котором полином имеет вид

$$\tilde{f}(\tilde{x}) = a_6\tilde{x}^6 + a_5\tilde{x}^5 + a_4\tilde{x}^4 + a_3\tilde{x}^3 + a_2\tilde{x}^2 + a_1\tilde{x} + a_0$$

($\tilde{f}(\tilde{x})$ — модифицированный многочлен $f(x)$, отображающий отрезок $\tilde{x} \in [0; 1]$ на отрезок $[0; 1]$). При таких области определения и области значений величины a_i имеют одинаковое

влияние и рассматриваются в качестве параметров, определяющих форму канала диффузора; для проведения расчетов профиля скорости многочлен $\tilde{f}(\tilde{x})$ на каждой итерации пересчитывается в многочлен $f(x)$. Значения $f(x)$ фиксируются в точках x_A , x_B , также в точке x_A для гладкого сопряжения с примыкающим участком стенки канала фиксируется производная $f'(x)$. После наложения этих условий независимыми остаются четыре из семи коэффициентов полинома $\tilde{f}(\tilde{x})$. В качестве характеристики профиля скорости $u_i(r)$, получаемого на i -м шаге алгоритма, выбрано его отклонение F от заданного $u_{fin}(r)$:

$$F_i = \int_0^1 |u_i(r) - u_{fin}(r)| r dr.$$

Здесь x , r — координаты вдоль оси и радиуса диффузора, обезразмеренные на величину $\Delta = x_B - x_A$ и на величину $D/2$ соответственно; u — скорость вдоль оси струи, обезразмеренная на значение продольной скорости на оси. Заданный профиль скорости выбирается исходя из различных целей: может быть заранее установлено или известно, что определенный профиль скорости улучшит характеристики получаемой струи (например, профиль, для которого скорость роста возмущений меньше, чем для имеющегося, может удлинить ламинарный участок струи).

2. Результаты исследования. В проведенных расчетах исходная форма канала диффузора (точнее, форма участка стенки, показанного штрихпунктирной линией на рис. 4) соответствовала форме устройства, описанного выше (сплошная кривая на рис. 5). Полином, задающий исходную форму оптимизируемого участка стенки, имеет вид

$$\tilde{f}_s(\tilde{x}) = -0,5703\tilde{x}^6 + 3,6269\tilde{x}^5 - 8,6849\tilde{x}^4 + 10,8261\tilde{x}^3 - 8,1101\tilde{x}^2 + 3,9123\tilde{x}.$$

Здесь коэффициенты полинома приводятся с точностью до четвертого знака после запятой, в расчетах использовались числа с точностью до 15-го знака после запятой. Были рассмотрены два варианта заданного профиля скорости на выходе из диффузора. Заданный профиль 1 (кривая 2 на рис. 6,а) является конвективно-неустойчивым, заданный профиль 2 (кривая 2 на рис. 6,б) — абсолютно неустойчивым. Конвективная неустойчивость означает, что со временем возмущение сносится из точки пространства, в которой возникло, абсолютная неустойчивость — что возмущение неограниченно растет в данной точке пространства и приводит к разрушению течения. Абсолютная неустойчивость определяется наличием и положением точки перевала (седловой) на плоскости $(\text{Re}\alpha, \text{Im}\alpha)$ (критерий

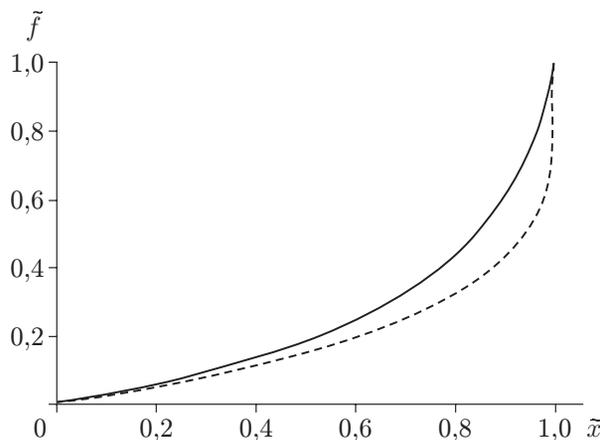


Рис. 5. Геометрия участка канала диффузора для расчета с заданным профилем скорости 2:

сплошная кривая — начальная, штриховая — полученная с использованием алгоритма

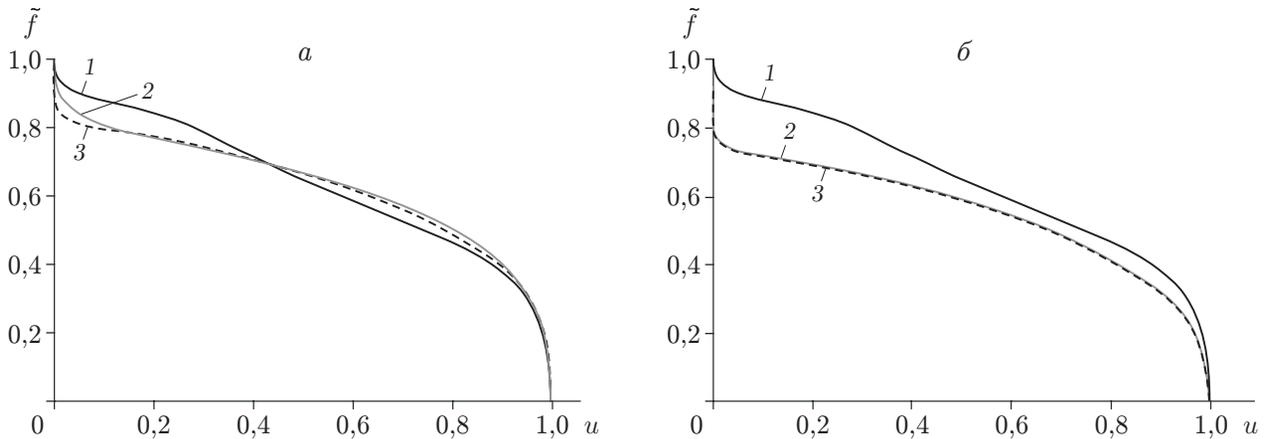
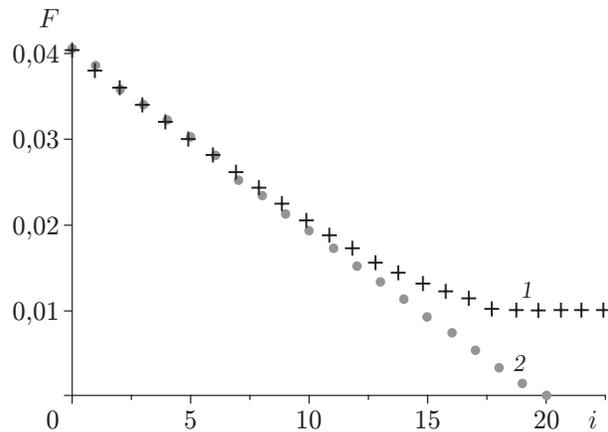


Рис. 6. Профили скорости:

a — заданный профиль 1, *б* — заданный профиль 2; 1 — начальный, 2 — заданный, 3 — полученный с использованием алгоритма

Рис. 7. Зависимость функционала F от шага i алгоритма в расчете для заданного профиля 1 (1) и заданного профиля 2 (2)

Бриггса [16]) (α — осевое волновое число [16, 17]). Заметим, что в настоящей работе характеристики неустойчивости получаемых профилей не подбирались специально, ставилась лишь цель отработки алгоритма для получения заданного профиля. В расчете с заданным профилем 1 функционал F достиг значения 0,01, которое далее не уменьшалось (точки 1 на рис. 7). Дополнительные расчеты для определения глобального минимума функционала в данном случае показали, что при выбранной параметризации геометрии канала диффузора дальнейшее уменьшение F невозможно. В расчете для профиля 2 функционал F достиг значения 10^{-5} за 20 шагов работы алгоритма (точки 2 на рис. 7). Найдена форма канала диффузора, при которой формируется данный профиль скорости:

$$\tilde{f}_f(\tilde{x}) = -0,4993\tilde{x}^6 + 3,6766\tilde{x}^5 - 8,6539\tilde{x}^4 + 10,8397\tilde{x}^3 - 8,7842\tilde{x}^2 + 4,4211\tilde{x}. \quad (1)$$

Эта форма показана штриховой кривой на рис. 5. На рис. 6, *б* штриховой кривой 3, совпадающей с кривой 2, показан профиль скорости, полученный на выходе из найденного диффузора.

На рис. 8 приведена зависимость $\alpha(\omega)$ при $\omega \in \mathbb{R}$ для профиля скорости 2, а также для профилей, находящихся на расстояниях $0,05D$ и $0,10D$ от выхода из диффузора и полученных в расчете для геометрии канала (1) (α — комплексное волновое число, которое определяется как собственное значение уравнения Рэлея с заданным профилем скорости).

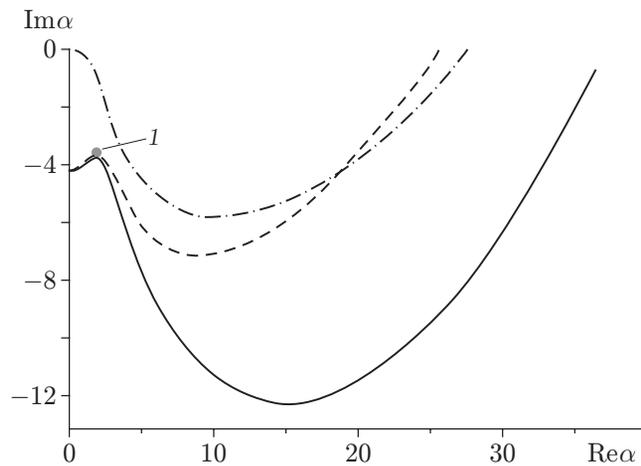


Рис. 8. Зависимость $\alpha(\omega)$ растущей моды при вещественных ω для различных профилей скорости, полученных в расчете для геометрии канала (1): сплошная кривая — профиль 2, штриховая — профиль на расстоянии $0,05D$ от выхода из диффузора, штрихпунктирная — профиль на расстоянии $0,1D$ от выхода из диффузора; 1 — седловая точка

Также на рис. 8 показано положение седловой точки, которая еще существует для профиля скорости на расстоянии $0,05D$, но исчезает (т. е. абсолютный характер неустойчивости сменяется конвективным) для профиля на расстоянии $0,1D$. Расчет устойчивости проводился в рамках анализа невязкого течения с помощью программы, использовавшейся в работах [10, 11, 13].

3. Обсуждение результатов. Предлагаемый в настоящей работе алгоритм можно использовать для создания устройства, которое может сформировать абсолютно неустойчивую струю, поэтому абсолютно неустойчивый профиль скорости выбран в качестве конечного. Как указывалось выше, рассматриваемое формирующее устройство создает струю с длинным ламинарным участком. Однако при анализе неустойчивости с использованием плоскопараллельного подхода (когда профиль скорости считается постоянным вдоль оси струи) было обнаружено, что начальный профиль такой струи является локально абсолютно неустойчивым [13]. В реальности профиль скорости быстро размывается при удалении вниз по потоку вблизи границы струи, и абсолютная неустойчивость сменяется конвективной для профиля на расстоянии $0,5D$ [13]. Однако, если создать профиль скорости, который будет размываться вниз по потоку медленнее, то можно предположить, что абсолютно неустойчивая изотермическая струя может быть создана экспериментальным путем. Заметим, что затопленные струи с классическими профилями скорости, плотность которых не отличается от плотности окружающей среды, могут быть абсолютно неустойчивыми лишь при наличии противотечения на границе [18]. В экспериментах абсолютная неустойчивость наблюдалась для горячих струй [19] и струи плазмы [20]. Для изотермических струй с плотностью, равной плотности окружающей среды, было теоретически обнаружено, что в случае сложных “неклассических” профилей скорости возможна абсолютная неустойчивость без наличия противотечения [13–15]. В настоящей работе профиль скорости 2 таков, что локальная абсолютная неустойчивость для него, так же как для исходного, исчезает на достаточно малом расстоянии от диффузора. Задача получения начального профиля, абсолютная неустойчивость которого при размывании при удалении вниз по потоку от начала струи сохраняется на расстоянии, приблизительно равном D , является предметом дальнейших исследований.

Следует отметить, что оптимизация характеристик диффузоров проводилась ранее (см., например, работы [21–23]), однако в качестве целевой функции использовались непосредственно характеристики потока: коэффициент восстановления давления, однородность распределения скорости, уровень турбулентности. Авторам не известны работы, в которых в качестве целевой функции рассматривался профиль скорости или характеристики устойчивости, определяющие расстояние до зоны ламинарно-турбулентного перехода.

Заключение. Разработан алгоритм определения геометрии стенки канала устройства, формирующей начальный профиль скорости струи с заданными характеристиками. Алгоритм апробирован для случая, когда геометрия стенки канала параметризуется полиномом шестой степени, а в качестве минимизируемого функционала выбрано отклонение от заданного профиля скорости. В дальнейшем планируется провести тестирование результатов работы алгоритма в эксперименте, а также использовать более сложные функционалы, учитывающие характеристики линейной неустойчивости струи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Грек Г. Р. Устойчивость дозвуковых струйных течений и горение: Учеб. пособие / Г. Р. Грек, В. В. Козлов, Ю. А. Литвиненко. Новосибирск: Новосиб. гос. ун-т, 2013.
2. Козлов В. В., Грек Г. Р., Лефдаль Л. Л. и др. Роль продольных локализованных структур в процессе перехода к турбулентности в пограничных слоях и струях (обзор) // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 2. С. 62–76.
3. Леманов В. В., Терехов В. И., Шаров К. А., Шумейко А. А. Экспериментальное исследование затопленных струй при низких числах Рейнольдса // Письма в ЖТФ. 2013. Т. 39, № 9. С. 34–40.
4. Прандтль Л. Гидро- и аэромеханика. Т. 2 / Л. Прандтль, О. Титъенс. Л.: ОНТИ, 1935.
5. Зайко Ю. С., Решмин А. И., Тепловодский С. Х., Чичерина А. Д. Исследование затопленных струй с увеличенной длиной начального ламинарного участка // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2018. № 1. С. 97–106.
6. Zayko J., Teplovodskii S., Chicherina A., et al. Formation of free round jets with long laminar regions at large Reynolds numbers // Phys. Fluids. 2018. V. 30. 043603.
7. Веденеев В. В., Решмин А. И., Тепловодский С. Х. и др. Газодинамическая защита процессов и объектов микроэлектроники от внешних загрязнений // Чистые помещения и технол. среды. 2018. № 4. С. 54–63.
8. Chorny A., Zhdanov V. Turbulent mixing and fast chemical reaction in the confined jet flow at large Schmidt number // Chem. Engng Sci. 2012. V. 68. P. 541–554.
9. Sazhin S. Droplets and sprays. L.: Springer-Verlag, 2014.
10. Зайко Ю. С., Гареев Л. Р., Чичерина А. Д. и др. Экспериментальное обоснование применимости линейной теории устойчивости к затопленной струе // Докл. РАН. Физика, техн. науки. 2021. Т. 497. С. 44–48.
11. Gareev L. R., Zayko J. S., Chicherina A. D., et al. Experimental validation of inviscid linear stability theory applied to an axisymmetric jet // J. Fluid Mech. 2022. V. 934. A3.
12. Ащуров Д. А., Веденеев В. В., Гареев Л. Р., Иванов О. О. Экспериментальное изучение немодального механизма роста возмущений в ламинарной затопленной струе // Докл. РАН. Физика, техн. науки. 2023. Т. 509. С. 28–38.
13. Vedeneev V. V., Zayko J. S. On absolute stability of free jets // J. Phys.: Conf. Ser. 2018. V. 1129. 012037.
14. Lesshafft L., Marquet O. Optimal velocity and density profiles for the onset of absolute instability in jets // J. Fluid Mech. 2010. V. 662. P. 398–408.

15. **Balestra G., Gloor M., Kleiser L.** Absolute and convective instabilities of heated coaxial jet flow // Phys. Fluids. 2015. V. 27. 054101.
16. **Briggs R. J.** Electron-stream interaction with plasmas. S. 1.: MIT Press, 1964.
17. **Bers A.** Space-time evolution of plasma instabilities — absolute and convective // Hand-book of plasma physics / Ed. by A. A. Galeev, R. N. Sudan. Amsterdam: North-Holland, 1983. Chap. 3.2. V. 1. P. 451–517.
18. **Abid M., Brachet M., Huerre P.** Linear hydrodynamic instability of circular jets with thin shear layers // Europ. J. Mech. B. Fluids. 1993. V. 12, N 5. P. 683–693.
19. **Monkewitz P. A., Bechert D. W., Barsikow B., Lehmann B.** Self-excited oscillations and mixing in a heated round jet // J. Fluid Mech. 1990. V. 213. P. 611–639.
20. **Demange S., Chazot O., Pinna F.** Local analysis of absolute instability in plasma jets // J. Fluid Mech. 2020. V. 903. A51.
21. **Madsen J., Shyy W., Haftka R.** Response surface techniques for diffuser shape optimization // AIAA J. 2000. V. 38, N 9. P. 1512–1518.
22. **Djebedjian B.** Diffuser optimisation using computational fluid dynamics and micro-genetic algorithms // Mansoura Engng J. 2002. V. 28, N 4. P. 15–34.
23. **Яковлев А. Ю., Лобова А. Г.** Оптимизация форм конфузоров и диффузоров кавитационных труб некругового сечения // Тр. Крылов. гос. науч. центра. 2018. Т. 2, N 384. С. 39–48.

*Поступила в редакцию 9/IX 2022 г.,
после доработки — 18/XII 2022 г.
Принята к публикации 26/XII 2022 г.*
