ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ ПЛАСТОВОГО ДАВЛЕНИЯ В ЗАКРЫТОМ ПЛАСТЕ И УПРУГОМ ОТЖАТИИ ЖИДКОСТИ ПРИ ЕГО ВСКРЫТИИ

Ю. А. Афиногенов, В. И. Пеньковский

(Новосибирск)

Как показали исследования Б. А. Тхостова [1], пластовые давления жидкости в закрытых пластах отличаются от гидростатического. Это служило поводом к определению давления в таких пластах и решению задачи об упругом отжатии жидкости при их вскрытии.

1. Пусть закрытый пласт находится под действием горного давления q. Уравнение равновесия (без учета инерционных сил) запишется в виде

$$\sigma + p = g \int_0^{x_1} [(1-m)(\rho_2 - \rho_1) + m\rho_1]\, dx_1 + q \tag{1.1}$$

$$\sigma = (1 - m)\sigma^v - (1 - m)p \tag{1.2}$$

Здесь σ — фиктивное давление в скелете, σ^v — истинное напряжение [2] в породе, p — давление в жидкости, g — ускорение силы тяжести, m — пористость, ρ_2 и ρ_1 — плотности частиц породы и пластовой жидкости, x_1 — глубина залегания элемента пласта, отсчитываемая от его кровли.

Предполагается, что $\rho_2 = \text{const}$ (частицы не сжимаются) и под действием внешней нагрузки происходит лишь переупаковка частиц (уплотнение), подчиняющаяся закону Гука

$$\varepsilon_2 E_2 = \sigma \tag{1.3}$$

где ε_2 — относительное объемное сжатие скелета, E_2 — объемный модуль упругости скелета. Упругое сжатие жидкости

$$\varepsilon_1 E_1 = p \tag{1.4}$$

В частности, если нагружается образец породы, не содержащий в себе жидкость, то $p = 0$ и из (1.2) получим $\sigma = (1 - m)\sigma^v$, т. е. в этом случае фиктивное напряжение представляет собой среднее нормальное напряжение, распределенное по всему сечению образца.

С другой стороны, если насыщенный жидкостью образец целиком находится в жидкости с давлением p, то скелет нагружен не будет, $\sigma = 0$, и из (1.2) получим $\sigma^v = p$, т. е. частицы породы будут находиться под действием всестороннего гидравлического сжатия интенсивностью p.

В случае горизонтально расположенного пласта, когда толщиной его можно пренебречь, формула (1.1) примет вид $\sigma + p = q$.

Найдем распределение нагрузок в горизонтальном пласте в статическом состоянии ($\sigma = \text{const}$, $p = \text{const}$). Для этого используем уравнение совместности деформаций скелета и поровой жидкости.

Закрытый пласт можно моделировать цилиндром с абсолютно жесткими стенками, заполненным пористой средой и жидкостью. Сверху на двухфазную среду давит непроницаемый поршень с интенсивностью q.

В ненагруженном состоянии объем элемента пласта с пористостью m_0 занимает в цилиндре объем v_0. Частицы занимают объем $(1 - m_0)v_0$. После нагружения объем элемента становится равным

$$v_1 = (1 - \varepsilon_2)v_0$$

По предположению частицы породы не деформируются, поэтому объем пор, занятых жидкостью, будет

$$v_3 = (1 - \varepsilon_2)v_0 - (1 - m_0)v_0 = (m_0 - \varepsilon_2)v_0$$

Пористость элемента в условиях нагружения будет равна

$$m = \frac{m_0 - \varepsilon_2}{1 - \varepsilon_2} \tag{1.5}$$

Тогда

$$\varepsilon_1 = \frac{m_0 - m}{m_0} = \frac{(1 - m_0)\varepsilon_2}{m_0(1 - \varepsilon_2)}$$

или, пренебрегая величиной $\varepsilon_1\varepsilon_2$, перепишем

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2(1 - m_0)/m_0$$

Таким образом, используя (1.3) и (1.4), имеем

$$\frac{p}{E_1} = \frac{1 - m_0}{m_0} \frac{\sigma}{E_2} \tag{1.6}$$

Отсюда, используя $\sigma = q - p$, получаем

$$p = q\,[1 + m_0 E_2 E_1^{-1} (1 - m_0)^{-1}]^{-1} \tag{1.7}$$

Произведем расчет напряжений в воде и скелете породы на уровне кровли при следующих параметрах: $E_1 = 0.2 \cdot 10^5$ *ат*, $E_2 = 0.5 \cdot 10^5$ *ат*, $q = 500$ *ат*, удельный вес породы $\rho_2 = 2.3$ *г/см*^{3}, расстояние кровли от дневной поверхности $H = 2174$ *м*, $m_0 = 0.2$. При этих параметрах имеем

$$p = 307 \text{ ат}, \quad \sigma = 193 \text{ ат}$$

Давление жидкости внутри пор в закрытом пласте на глубине 2174 *м* при выбранных E_1 и E_2 отличается от гидростатического в 1.4 раза. Чем выше модуль E_2, тем меньше давление внутри пор при постоянном q.

В настоящее время в газо-нефтяных месторождениях величину пластового давления принято считать равной величине гидростатического давления столба жидкости на взятой глубине, хотя это не всегда выполняется при наличии закрытого пласта, сжимаемого тектоническими силами.

Как отмечено в работе [1], давление жидкости внутри пластов в сравнении с гидростатическим колеблется от 0.7 до 2.

Колебания пластового давления внутри закрытых пластов зависят от отношения E_2 / E_1. Аномально высокие давления внутри пластов могут появляться в результате действия тектонических сил, трудно учитываемых на дневной поверхности.

Найдем распределение нагрузок в закрытом пласте, обладающем некоторой мощностью. Зависимость $\rho_1(p)$, учитывая (1.4), получим в виде

$$\rho_1 = \rho_0 (1 + p / E_1) \tag{1.8}$$

Считая $q = \mathrm{const}$, запишем (1.1) в виде

$$\frac{d\sigma}{dx_1} + \frac{dp}{dx_1} = g\rho_2 [1 - m(x_1)] - g\rho_1 [1 - 2m(x_1)]$$

или, принимая во внимание (1.3), (1.5), (1.6) и (1.8) и вводя безразмерные давление и координату

$$\frac{a - p_1}{\alpha - \beta p_1} dp_1 = dx$$

где

$$p_1 = p / E_1, \quad x = m_0 \rho_0 a (E_2 / a + E_1)^{-1} \int_0^{x_1} g(x_1)\, dx_1$$

$$a = (1 - m_0) / m_0, \quad \alpha = a (\rho_2 / \rho_0 - 1) + 1$$

$$\beta = a - 1 + (a m_0)^{-1}$$

Проинтегрируем написанное выше дифференциальное уравнение

$$x = p_1 / \beta + \beta^{-2} (\alpha - a\beta) \ln |\alpha - \beta p_1| + c$$

Из условия

$$x = 0, \quad p_1 = p_0 = aq (a + E_2 / E_1)^{-1} E_1^{-1}$$

определяем

$$c = -p_0 / \beta - \beta^{-2} (\alpha - a\beta) \ln |\alpha - \beta p_0|$$

Следовательно

$$x = (p_1 - p_0) \beta^{-1} + \beta^{-2} (\alpha - a\beta) \ln [(\alpha - \beta p_1) / (\alpha - \beta p_0)] \tag{1.9}$$

Зависимость $p_1(x)$ можно построить графически.

Сравним величину пластового давления, рассчитываемую по формуле (1.9), с величиной гидростатического давления, удовлетворяющей следующему дифференциальному уравнению:

$$dp / dx_1 = g\rho_1$$

Учитывая (1.8), это уравнение представим в виде

$$dp / dx_1 = g(x_1)\, \rho_0 (1 + p / E_1)$$

Решая уравнение в базразмерных величинах, получим

$$x = \ln(1 + p_1) + c, \quad p_1 = p / E_1, \quad x = \rho_0 E_1^{-1} \int_0^{x_1} g(x_1)\, dx_1$$

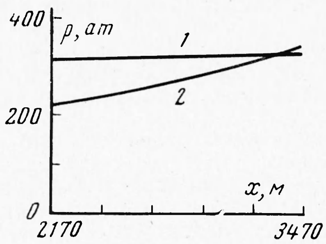
Так как $p_1 = 0$ при $x = 0$, то константа интегрирования $c = 0$. Окончательно

$$p_1 = e^x - 1 \tag{1.10}$$

Сравнение давлений на одинаковой глубине от дневной поверхности производится, исходя из формул (1.9) и (1.10).

На фигуре представлены зависимости пластовых давлений от глубины для закрытого пласта и пласта с гидростатическим давлением; *1* — распределение давления в закрытом пласте, *2* — в открытом.

2. При появлении трещины в непроницаемой стенке закрытого пласта равновесное состояние двухфазной системы нарушается до тех пор, пока вытекающая из пласта жидкость не снизит давление в нем до гидростатического.



Уравнение движения жидкости принимаем в виде

$$v = -K\left(\frac{1}{g\rho_1}\frac{\partial p}{\partial x_1} - 1\right), \qquad K = g\rho_1 k / \mu \tag{2.1}$$

По формуле Слихтера — Козени проницаемость k выражается через пористость m

$$k = Am^3 / (1 - m)^2$$

Здесь A — константа, зависящая от размеров зерен.

Поскольку зерна, по предположению, не деформируются, то A — абсолютная константа. Поэтому

$$k \approx k_0 [1 - (3 - m_0)\, \sigma m_0^{-1} E_2^{-1}] \tag{2.2}$$

С повышением давления вязкость жидкостей (особенно жидкостей сложного молекулярного строения) сильно возрастает

$$\mu = \mu_0 (1 + \alpha_1 p) \tag{2.3}$$

Тогда

$$\mu^{-1} \approx \mu_0^{-1} (1 - \alpha_1 p) \tag{2.4}$$

Следовательно

$$K \approx K_0 (1 + p / E_1)(1 - \alpha_2\sigma)(1 - \alpha_1 p), \qquad K_0 = \rho_0 g k_0 / \mu_0 \qquad \alpha_2 = (3 - m_0) / (m_0 E_2)$$

Используя (1.1) и полагая $\alpha_3 = 1 / E_1$, перепишем

$$K \approx K_0 \Big[1 - \alpha_2 q + p(\alpha_3 + \alpha_2 - \alpha_1) - \alpha_2 \rho_2 g \int_0^{x_1} (1 - m)\, dx_1 -$$

$$- \alpha_2 g \int_0^{x_1} m\rho_1 dx_1 + \alpha_2 g \int_0^{x_1} (1 - m)\, \rho_1\, dx_1\Big]^0$$

Если в этой формуле ограничиться малыми величинами первого порядка, то надо положить

$$\int_0^{x_1} (1 - m)\, dx_1 = (1 - m_0)\, x_1, \quad \int_0^{x_1} m\rho_1 dx_1 = m_0 \rho_0 x_1, \quad \int_0^{x_1} (1 - m)\, \rho_1\, dx_1 = (1 - m_0)\, \rho_0 x_1$$

Тогда, полагая

$$\varepsilon_3 = \alpha_3 + \alpha_2 - \alpha_1, \quad \varepsilon_4 = \alpha_2 g \rho_0 \, [(1 - m_0)\, \rho_2 / \rho_0 + 2m_0 - 1]$$

получим

$$K \approx K_0 (1 - \alpha_2 q + \varepsilon_3 p - \varepsilon_4 x_1)$$

Таким образом

$$v = -K_0 (1 - \alpha_2 q + \varepsilon_3 p - \varepsilon_4 x_1)\left(\frac{1}{\rho_1 g}\frac{\partial p}{\partial x_1} - 1\right)$$

Уравнение неразрывности жидкости, вытекающей из породы, имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial t}(m\rho_1) = -\frac{\partial}{\partial x_1}(\rho_1 v)$$

Выполняя подстановки

$$m\rho_1 = (m_0 - \varepsilon_2)(1 - \varepsilon_2)^{-1}\rho_0(1 + \alpha_3 p) \approx \rho_0 m_0 (1 + \alpha_3 p - a\varsigma E_2^{-1}) =$$

$$= \rho_0 m_0 \left[1 + \alpha_3 p - aE_2^{-1}\left(q - p + g\int_0^{x_1}[(1-m)(\rho_2 - \rho_1) + m\rho_1]\,dx_1\right)\right]$$

$$-\rho_1 v = K_0(1 - \alpha_2 q + \varepsilon_3 p - \varepsilon_4 x_1)\left(\frac{1}{g}\frac{\partial p}{\partial x_1} - \rho_1\right)$$

и обозначая

$$\tau = K_0 t\,[g m_0 \rho_0 (\alpha_3 + a / E_2)]^{-1}$$

уравнение неразрывности представим в виде

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left\{(1 - \alpha_2 q + \varepsilon_3 p - \varepsilon_4 x_1)\left[\frac{\partial p}{\partial x_1} - g\rho_0(1 + \alpha_3 p)\right]\right\}$$

После дифференцирования в правой части получим

$$\frac{\partial p}{\partial \tau} = (1 - \alpha_2 q + \varepsilon_3 p - \varepsilon_4 x_1)\frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} - \{g\rho_0[\varepsilon_3 + \alpha_3(1 - \alpha_2 q)] + \varepsilon_4\}\frac{\partial p}{\partial x_1} + \varepsilon_3(\partial p/\partial x_1)^2 + g\rho_0\varepsilon_4$$

Переходя в этом уравнении к безразмерным величинам, имеем

$$\frac{\partial p_1}{\partial \tau_1} = (\alpha_4 + \varepsilon_5 p_1 - \varepsilon_6 x)\frac{\partial^2 p_1}{\partial x^2} - \alpha_5\frac{\partial p_1}{\partial x} + \varepsilon_5\left(\frac{\partial p_1}{\partial x}\right)^2 + \alpha_6 \tag{2.5}$$

$$p_1 = p / q,\ \tau_1 = \tau / L^2, \quad \alpha_4 = 1 - \alpha_2 q,\ \varepsilon_5 = q\varepsilon_3, \quad \varepsilon_6 = \varepsilon_4 L$$

$$x = x_1 / L, \quad \alpha_0 = \alpha_3 q, \quad (g\rho_0)_1 = g\rho_0 L / q$$

$$\alpha_5 = (g\rho_0)_1(\varepsilon_5 + \alpha_0\alpha_4) + \varepsilon_6, \quad \alpha_6 = (g\rho_0)_1\varepsilon_6$$

Здесь L — длина породы, из которой происходит отжатие жидкости.

Используя приближенный метод в теории одномерной неустановившейся фильтрации жидкости при упругом режиме, изложенный в работе [3], будем искать решение уравнения (2.5) в виде

$$p = c_0 + c_1\frac{x_1}{l(\tau)} + c_2\frac{x_1^2}{l^2(\tau)} \tag{2.6}$$

В качестве граничных условий имеем: давление жидкости на границе отбора в момент начала отжатия

$$x_1 = 0,\ p = p_0 \tag{2.7}$$

давление вне зоны возмущения

$$x_1 = l,\ p = p^\circ \tag{2.8}$$

Начальное условие

$$\tau = 0,\ l = 0 \tag{2.9}$$

До тех пор пока граница зоны возмущения не дойдет до непроницаемой стенки ограниченного пласта, должно выполняться еще одно условие

$$\partial p / \partial x_1 = 0, \quad \text{при} \quad x_1 = l \tag{2.10}$$

Имея в виду (2.6) — (2.10), получаем

$$c_0 = p_0,\ c_1 = 2(p^\circ - p_0),\ c_2 = -(p^\circ - p_0)$$

Тогда (2.6) запишется в виде

$$p = p_0 + 2(p^\circ - p_0)\frac{x_1}{l(\tau)} - (p^\circ - p_0)\frac{x_1^2}{l^2(\tau)} \tag{2.11}$$

Приведем (2.11) к безразмерным величинам

$$p_{11} = p_{01} + 2c\frac{x}{l_1} - c\frac{x^2}{l_1^2}$$

$$p_{11} = p/q,\ p_{01} = p_0/q,\ c = (p^\circ - p_0)/q,\ x = x_1/L,\ l_1 = l/L$$

Интегрируя (2.5) по x в пределах от 0 до l_1, используя при этом (2.6), получаем дифференциальное уравнение

$$d\tau_1 = (al_1^2 + bl_1 + i)^{-1} l_1 dl_1 \qquad (2.12)$$

$$a = -3\alpha_6 / c, \quad b = -3(\varepsilon_6 - \alpha_5), \quad i = 6(\alpha_4 + \varepsilon_5 p_{01})$$

Интегрируя с учетом $b^2 - 4ai > 0$ и используя при этом (2.9), получаем

$$\tau_1 = \frac{1}{2a} \ln \left| \frac{a}{i} l_1^2 + \frac{b}{i} l_1 + 1 \right| + \frac{b}{2a\sqrt{b^2 - 4ai}} \ln \left| \frac{2al_1 / \varkappa_2 + 1}{2al_1 / \varkappa_1 + 1} \right| \qquad (2.13)$$

$$\varkappa_1 = b - \sqrt{b^2 - 4ai}, \qquad \varkappa_2 = b + \sqrt{b^2 - 4ai}$$

Отсюда зависимость $l_1(\tau_1)$ можно получить графически.

На второй стадии отжатия жидкости из породы, после того как граница зоны возмущения коснется непроницаемой стенки пласта в момент времени τ_{10}, функцию давления ищем в виде

$$p_{12} = P_1(\tau_1) + P_2(\tau_1)x + P_3(\tau_1)x^2, \quad p_{12} = p / q, \quad x = x_1 / L$$

Здесь P_1, P_2, P_3, p_{12} и x — безразмерные переменные; при этом

$$p_{12}|_{x=0} = p_{01}, \qquad \frac{\partial p_{12}}{\partial x}\Big|_{x=1} = 0 \qquad (2.14)$$

Из условий (2.14) имеем

$$P_1(\tau_1) = p_{01}, \quad P_2(\tau_1) = -2P_3(\tau_1), \quad p_{12} = p_{01} - 2P_3 x + P_3 x^2 \qquad (2.15)$$

Интегрируя (2.5) по x от 0 до $L_1 = 1$, используя при этом (2.15), получаем

$$dP_3 / d\tau_1 = a_1 P_3 + a_0 \qquad (2.16)$$

$$a_1 = 1.5\,(\varepsilon_6 - \alpha_5 - 2\alpha_4 - 2\varepsilon_5 p_{10}) \quad (a_1 < 0), \qquad a_0 = -1.5\,\alpha_6 \quad (a_0 < 0)$$

Решая (2.16), получаем

$$P_3 = (G_1 a_1)^{-1} \exp(a_1 \tau_1) - a_0 / a_1$$

где G_1 — константа интегрирования, определяемая из условия непрерывного перехода давления p_{11} в p_{12} в момент τ_{10} при $x = 1$.

Из условия $p_{11}(\tau_{10}) = p_{12}(\tau_{10})$ в точке $x = 1$ с учетом $l_1(\tau_{10}) = 1$ имеем

$$P_3(\tau_{10}) = -c, \quad G_1^{-1} = (a_0 - a_1 c) \exp(-a_1 \tau_{10})$$

поэтому

$$P_3(\tau_1) = (a_0 / a_1 - c) \exp[a_1(\tau_1 - \tau_{10})] - a_0 / a_1$$

Таким образом, функция давления на второй стадии

$$p_{12} = p_{01} - 2[(a_0 / a_1 - c) \exp[a_1(\tau_1 - \tau_{10})] - a_0 / a_1] x + {}$$
$$+ [(a_0 / a_1 - c) \exp[a_1(\tau_1 - \tau_{10}) - a_0 / a_1] x^2 \qquad (2.17)$$

Полагаем, что упругое отжатие жидкости из породы происходит по закону Дарси

$$Q = \frac{k(\sigma)}{\mu(p)} F(\sigma) \left(\frac{\partial p}{\partial x_1}\right)_{x_1=0} \qquad (2.18)$$

Здесь Q — расход, F — площадь сечения пласта, σ — эффективное горное давление.

Записываем (2.18) в безразмерных величинах

$$Q_1 = k_1 \mu_1^{-1} F_1 \left(\frac{\partial p_1}{\partial x}\right)_{x=0} \qquad (2.19)$$

$$Q_1 = \mu_0 LQ / (k_0 F_0 q), \quad k_1 = k(\sigma) / k_0, \quad \mu_1 = \mu(p) / \mu_0, \quad F_1 = F(\sigma) / F_0$$

Величины k_0, μ_0, F_0 измеряются в атмосферных условиях.

Используя (1.3) и (1.5), выражаем F_1 через σ

$$F_1 = 1 - \sigma / E_2 \qquad (2.20)$$

Объем жидкости v_{11}, вышедшей из пласта через сечение $x = 0$, после первой стадии отжатия с учетом (2.2), (2.3), (2.20) и p_{11} выразится интегралом

$$v_{11} = \int_0^{\tau_{10}} Q_1 d\tau_1 = 2c(1 - \beta_1 \sigma_1)(1 - \sigma_1)(1 + \alpha_{11})^{-1} \int_0^{\tau_{10}} l_1^{-1}(\tau_1)\, d\tau_1$$

$$\beta_1 = (3 - m_0) / m_0, \qquad \sigma_1 = \sigma / E_2, \qquad \alpha_{11} = \alpha_1 p_0$$