*Геология и геофизика*, 2017, т. 58, № 10, с. 1602—1610

УДК 550.360; 550.361

# ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ЭФФЕКТЫ СВОБОДНОЙ ТЕПЛОВОЙ КОНВЕКЦИИ В БУРОВЫХ СКВАЖИНАХ

**Д.Ю. Демежко, М.Г. Миндубаев, Б.Д. Хацкевич**

*Институт геофизики УрО РАН, 620016, Екатеринбург, ул. Амундсена, 100, Россия*

Термический режим в буровой скважине моделируется заполненным водой вертикальным каналом, проходящим в массиве горной породы, на внешних границах которого поддерживается постоянный температурный градиент. Приведены результаты численного моделирования свободной тепловой конвекции, возникающей в таком канале. Анализ полученных результатов свидетельствует о существовании двух типов конвективных температурных эффектов, нарушающих естественное распределение температуры горных пород: нестационарного эффекта, проявляющегося в колебаниях относительно среднего значения температуры на данной глубине, и квазистационарного — вызывающего искажение естественных температур и температурного градиента. Полученные статистические соотношения для оценки характеристик температурных колебаний и скоростей конвективных течений хорошо согласуются с данными, зарегистрированными в реальных скважинах.

*Геотермия, температура Земли, свободная тепловая конвекция, буровая скважина, численное моделирование.*

## THERMAL EFFECTS OF NATURAL CONVECTION IN BOREHOLES

**D.Yu. Demezhko, M.G. Mindubaev, and B.D. Khatskevich**

Thermal regime in borehole is simulated by water-filled vertical channel passing through the rock massif. A constant temperature gradient is maintained at the external borders of the massif. Results of numerical simulation of natural thermal convection arising in the channel are presented. Analysis of the results shows the existence of two types of convective thermal effects disturbing the natural temperature field: transient effect, which manifests itself as temperature oscillations around the mean temperature value at a given depth, and quasi-stationary effect causing distortion of natural temperatures and temperature gradient. The obtained statistical relations for estimation of the characteristics of thermal effects and convection flow velocities agree with the data recorded in real boreholes.

*Geothermy, Earth's temperature, natural thermal convection, borehole, numerical simulation*

## ВВЕДЕНИЕ

Высокоточные температурные измерения в буровых скважинах, включая температурный мониторинг, все шире используются в гидрогеологических исследованиях [Lapham, 1989; Anderson, 2005], при изучении теплового поля Земли [Любимова, 1968; Тепловое поле…, 1987; Beardsmore, Cull, 2001; Дучков, Казанцев, 2007; Дучков, Карчевский, 2013], палеоклиматических изменений [Демежко, 2001, Bodri, Cermak, 2011], геодинамических процессов в сейсмоактивных районах [Shimamura et al., 1985; Buntebarth et al., 2005; Демежко и др., 2012а,б], при разведке и эксплуатации месторождений углеводородов [Асланян и др., 2016]. Этому способствует появление современных датчиков, аппаратуры и систем регистрации, обеспечивающих высокую точность, стабильность, пространственное и временное разрешение. В результате становится возможным оценивать весьма слабые температурные аномалии (сотые и тысячные градуса) и связанные с ними процессы в геологической среде. Однако этот аппаратурный потенциал не всегда может быть реализован в полной мере вследствие температурных помех, обусловленных свободной тепловой конвекцией жидкости в скважинах.

Термические эффекты свободной тепловой конвекции наблюдаются во многих скважинах, где температура растет с глубиной [Gretener, 1967; Diment, 1967; Sammel, 1968; Девяткин, Кутасов, 1973; Urban et al., 1978]. Так, в водонаполненных скважинах диаметром 75 мм при температуре воды 20 °С конвекция возникает при температурном градиенте 8 К/км, а в скважинах диаметром 100 мм — уже при 2.5 К/км. В большинстве скважин температурный градиент значительно выше. Механизм конвекции следующий: вследствие положительного температурного градиента более холодный и, следовательно, более тяжелый флюид, располагаясь над более теплым, определяет термомеханическую неустойчивость



✉e-mail: ddem54@inbox.ru

**DOI: 10.15372/GiG20171012**

в столбе жидкости. В результате возникают восходящие и нисходящие потоки, стремящиеся сгладить плотностные и температурные неоднородности. Вызываемые внутрискважинной конвекцией сравнительно небольшие — в несколько сотых градуса — отклонения температуры флюида от невозмущенной температуры горных пород ограничивают точность измерений и с этой точки зрения являются очевидной помехой. Наличие конвективного «шума» лимитирует минимальную длину интервала оценки геотермических градиентов, что существенно снижает разрешающую способность выделения теплофизических неоднородностей горных пород [Pfister, Rybach, 1995; Wisian et al., 1998]. Нестационарность процесса конвекции сказывается при исследованиях температурного режима в скважинах [Cermak et al., 2008a; Berthold, Börner, 2008; Eppelbaum, Kutasov, 2011]. Проблема учета или подавления конвективного «шума» особенно важна при проведении скважинного температурного мониторинга в сейсмоактивных районах, когда исследуются достаточно слабые температурные сигналы, связанные с деформационными процессами [Демежко и др., 2012а,б].

В настоящей статье на основе результатов численного моделирования свободной тепловой конвекции и статистического анализа этих результатов сделаны количественные оценки температурных эффектов — их амплитуды, пространственной и временной динамики. Ранее попытки численного моделирования этого процесса предпринимались в работах [Cermak et al., 2008б; Хорошев, 2012; Миндубаев, Демежко, 2012]. Однако в первой из них исследовалась тепловая конвекция в вертикальной щели, в двух других основное внимание было уделено структурам конвективных потоков при небольшой закритичности.

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Рассмотрена модель, в которой вертикальный канал квадратного сечения со стороной $2r$, наполненный флюидом (водой), окружен массивом горной породы, температуропроводность $a_m$ которого отлична от температуропроводности флюида $a_w$. На внешних границах массива поддерживается постоянный температурный градиент. Численное моделирование для такой модели проще реализуется. С другой стороны, она достаточно хорошо описывает реальную скважину диаметром $2r$, так как из-за стабилизирующего влияния вязкости в углах «эффективное» сечение квадратного канала несколько меньше его реального сечения [Гершуни, Жуховицкий, 1972]. Течение жидкости в этой области описывается системой уравнений свободной тепловой конвекции в приближении Буссинеска [Гершуни, Жуховицкий, 1972]:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} = -\frac{1}{\rho_0}\nabla P + \nu \nabla^2 \mathbf{u} - \beta \mathbf{g}(T - T_0), \tag{1.1}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)T = a_w \nabla^2 T, \tag{1.2}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \tag{1.3}$$

$$\rho = \rho_0(1 - \beta(T - T_0)), \quad \text{где} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2},$$

где $T_0$ — равновесное распределение температуры; $\mathbf{u}$ — скорость течения жидкости; $\mathbf{g}$ — вектор ускорения силы тяжести; $\nu$ — кинематическая вязкость; $\beta$ — коэффициент теплового расширения; $P$ — давление; $\rho$ и $\rho_0$ — плотность и равновесное распределение плотности. Во вмещающем массиве течение отсутствует. Соответствующее уравнение для распространения тепла в этой области:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a_m \nabla^2 T.$$

В качестве единиц измерения были выбраны: для длины — полуширина горизонтального сечения $r$; времени — $r^2/a_w$; скорости — $a_w/r$; температуры — $Gr$, где $G$ — градиент температуры. Для того чтобы исключить из уравнения градиент давления, обычно скорость выражают через потенциал скорости [Mallinson, de Vahl Davis, 1977]:

$$\mathbf{u} = \nabla \times \psi. \tag{2}$$

При этом уравнение (1.3) удовлетворяется автоматически. А также вводится вектор завихренности:

$$\omega = \nabla \times \mathbf{u}. \tag{3}$$

В результате соответствующих подстановок (2) и (3) в (1) система уравнений в переменных ($\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\psi}$, $T$) выглядит следующим образом [Mallinson, de Vahl Davis, 1977]:

$$\frac{\partial \boldsymbol{\omega}}{\partial t} + \nabla \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{u}) = Pr\nabla^2 \boldsymbol{\omega} - \mathrm{PrRa}(\nabla \times T\mathbf{e}_z), \tag{4.1}$$

$$\nabla^2 \boldsymbol{\psi} = -\boldsymbol{\omega}, \tag{4.2}$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{u} \times \nabla)T = \nabla^2 T, \tag{4.3}$$

$\mathrm{Ra} = \dfrac{\beta g G r^4}{a\nu}$ — число Рэлея, $\mathrm{Pr} = \dfrac{\nu}{a}$ — число Прандтля, $\mathbf{e}_z$ — единичный вектор. Во вмещающем массиве после обезразмеривания уравнение теплопроводности записывается в следующем виде:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = b\nabla^2 T, \tag{5}$$

где $b = a_m/a_w$. Горизонтальные границы принимаются изотермическими: $T = 0$, $z = \lambda_z$, $T = \lambda_z$, $z = 0$, где $\lambda_z = L_z/r$ — аспектное отношение, характеризующие отношение вертикального размера области $L_z$ к полуширине горизонтального сечения $r$. На боковых вертикальных границах массива поддерживается линейное распределение температуры: $T(z) = \lambda_z - z$, $x = -\lambda_x/2$ и $x = \lambda_x/2$, $y = -\lambda_y/2$ и $y = \lambda_y/2$, где $\lambda_x$ и $\lambda_y$ — отношения соответствующих горизонтальных размеров массива $L_x$ и $L_y$ к $r$.

Совместное решение уравнений (4) и (5) позволяет учитывать условия теплового контакта между двумя областями и рассматривать примеры, промежуточные между двумя крайними случаями, когда границы канала являются идеальным проводником [Миндубаев, Демежко, 2012] или изолятором, т. е. рассматривать тепловое воздействие течений на распределение температуры в окружающем массиве.

Для компонент векторного потенциала скорости $\boldsymbol{\Psi}$ на границах, согласно [Hirasaki, Hellums, 1968], принято:

$$\frac{\partial \psi_x}{\partial x} = \psi_y = \psi_z = 0, \qquad x = -1,\ 1,$$

$$\frac{\partial \psi_y}{\partial y} = \psi_x = \psi_z = 0, \qquad y = -1,\ 1,$$

$$\frac{\partial \psi_z}{\partial z} = \psi_x = \psi_y = 0, \qquad z = 0,\ \lambda_z.$$

Граничные условия для вектора завихренности $\boldsymbol{\omega}$, согласно [Aziz, Hellums, 1967], на твердых боковых границах:

$$\omega_x = 0, \qquad \omega_y = \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial x^2}, \quad \omega_z = \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial x^2}, \quad \text{на} \quad x = -1,\ 1,$$

$$\omega_x = \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial y^2}, \quad \omega_y = 0, \qquad \omega_z = \frac{\partial^2 \psi_z}{\partial y^2}, \quad \text{на} \quad y = -1,\ 1,$$

$$\omega_x = \frac{\partial^2 \psi_x}{\partial z^2}, \quad \omega_y = \frac{\partial^2 \psi_y}{\partial z^2} \quad \omega_z = 0, \qquad \text{на} \quad z = 0,\ \lambda_z.$$

Уравнения (4.1) и (4.2) являются векторными, что требует решения уравнения для каждой компоненты. Следовательно, при численном моделировании системы нестационарных уравнений (4) необходимо решать систему семи скалярных уравнений. Для численного совместного решения уравнений (4.3) и (5) использовался метод сквозного счета с применением дистанционной функции, учитывающей отношение температуропроводностей $b$ [Любимов и др., 2008], $a(l) = b + (1-b)H(l)$, где $H(l)$ — функция Хевисайда:

$$H(l) = \begin{cases} 0, & l < -\varepsilon, \\ \dfrac{1}{2}\left[1 + \dfrac{l}{\varepsilon} + \dfrac{1}{\pi}\sin(\pi l)\right], & |l| \le \varepsilon, \\ 1, & l > \varepsilon, \end{cases}$$

где $\varepsilon$ — полутолщина переходного слоя.

Для решения этих уравнений и (4.1) использовался локально однородный подход, позволяющий свести трехмерную задачу к системе одномерных задач [Самарский, 1989]. Для решения трех уравнений (4.2) использовалась схема последовательной верхней релаксации. Пространственный шаг дискретизации составлял 1/10 от единицы полуширины горизонтального сечения. В наших расчетах полуширина переходного слоя ε составляла пять шагов пространственной сетки. Расчеты проводились для $\lambda_x = \lambda_y = 6$ и $\lambda_z = 200$, т. е. использовалась равномерная пространственная сетка $61 \times 61 \times 2001$.

## СТАТИСТИЧЕСКИЕ ОЦЕНКИ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ЭФФЕКТОВ

Результаты расчетов — мгновенные безразмерные температурные аномалии (отклонения от невозмущенной температуры) вдоль канала на различных расстояниях от его оси при значениях числа Рэлея от 500 до 20 000 — приведены на рис. 1. Соотношение температуропроводностей массива и флюида было принято равным $a_m/a_w = 6$, значение числа Прандтля Pr = 7, что соответствует воде при температуре 20 °C. Остальные физические параметры входят в число Рэлея.

Из рисунка видно, что в результате конвекции температура в верхней части канала возрастает, а в нижней — понижается. Этот эффект, который можно назвать квазистационарным, проявляется на всех

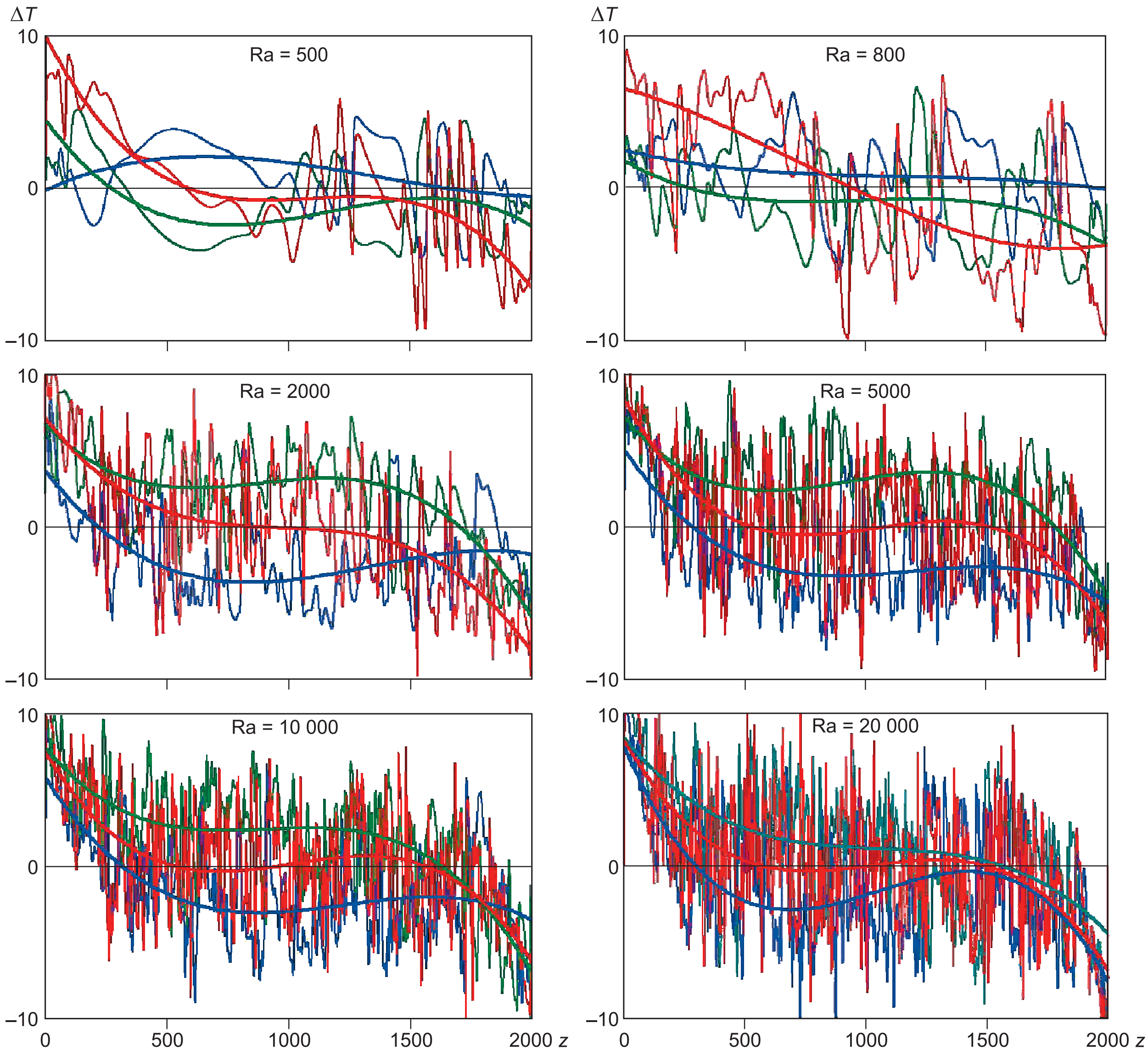



**Рис. 1. Распределение безразмерных температурных аномалий ΔT,**

вызванных свободной тепловой конвекцией в вертикальном канале квадратного сечения по безразмерной глубине *z*, при различных числах Рэлея (тонкие линии), и их аппроксимации полиномами третьей степени (жирные линии). Красные кривые — вдоль оси ($x = y = 0$), синие и зеленые — вблизи противоположных стенок ($x = 0$, $y = \pm 0.8$).

временных срезах процесса. На его фоне наблюдаются мелкомасштабные температурные аномалии, картина которых постоянно меняется — нестационарный эффект.

**Нестационарный эффект**. Для оценки температурных колебаний относительно среднего из каждого температурного ряда были вычтены температурные тренды, аппроксимированные полиномами третьей степени, и рассчитаны стандартные отклонения остатков $\sigma_T$. Стандартное отклонение безразмерных температурных колебаний вблизи стенок канала ($x = 0$, $y = \pm 0.8$) довольно слабо зависит от числа Рэлея (коэффициент детерминации линейной аппроксимации $R^2 = 0.6$), возрастая от двух при слабой закритичности (Ra = 500) до трех — при развитой конвекции (Ra = 20 000). В центральной части канала эта зависимость выражена еще слабее ($R^2 = 0.04$). Игнорируя зависимость от Ra и переходя к размерным температурным колебаниям, для развитой конвекции можем записать:

$$\sigma_T \approx 3Gr. \qquad (6)$$

В экспериментальных исследованиях часто в качестве меры температурных вариаций используется не стандартное отклонение $\sigma_T$, а максимальный размах $\Delta T_{\max}$ [Diment, 1967; Sammel, 1968; Cermak et al., 2008в]. Его можно приблизительно оценить, приняв равным четырем стандартным отклонениям:

$$\Delta T_{\max} = 4\sigma_T \approx 12Gr\,. \qquad (7)$$

Константы в (6), (7), очевидно, имеют отношение к характерным вертикальным размерам температурных аномалий. Для их оценки проведем спектральный анализ остатков от температурных рядов (см. рис. 1) после вычитания трендов. Амплитудные спектры температурных колебаний как функции безразмерной длины приведены на рис. 2, *а*. С ростом числа Рэлея растет вклад в температурные колебания аномалий, вертикальный размер которых менее трех (в размерном выражении $3r$). В то же время амплитуды температурных колебаний с периодами $(10—100)r$ остаются неизменными.

Временную изменчивость температур вблизи стенки канала ($x = 0$, $y = \pm 0.8$) на середине ее длины также иллюстрируют амплитудные спектры, но уже рассчитанные как функции характерного времени $\tau = r^2/a$ (см. рис. 2, *б*). С ростом числа Рэлея растет и вклад высокочастотных колебаний с периодом (0.02—0.1) $\tau$. Амплитуда низкочастотных (0.2—1.0) $\tau$ колебаний при этом даже немного уменьшается. Таким образом, при Ra > $10^4$ спектр колебаний становится подобен «белому шуму».

**Квазистационарный эффект.** Течения, связанные со свободной тепловой конвекцией, помимо температурных колебаний относительно среднего для данной глубины значения, вызывают также долговременный тепловой эффект. Он аналогичен влиянию вынужденной конвекции, например, при циркуляции скважинной жидкости в процессе бурения или промывки скважины. В ряде работ [Астрахан, Марон, 1969; Череменский, 1977; Sass et al., 1992] было показано, что циркуляция бурового раствора приводит к выравниванию температур по скважине, т. е. к уменьшению температурного градиента относительно невозмущенного. Если невозмущенный градиент в интервале скважины был постоянен, то циркуляция не нарушает его постоянства, уменьшая лишь значение, в предельном случае — до нуля.

Приведенные на рис. 1 температурные тренды свидетельствуют о максимальном уменьшении градиента в верхней и нижней частях канала, в то время как в средней части он сохраняется близким к

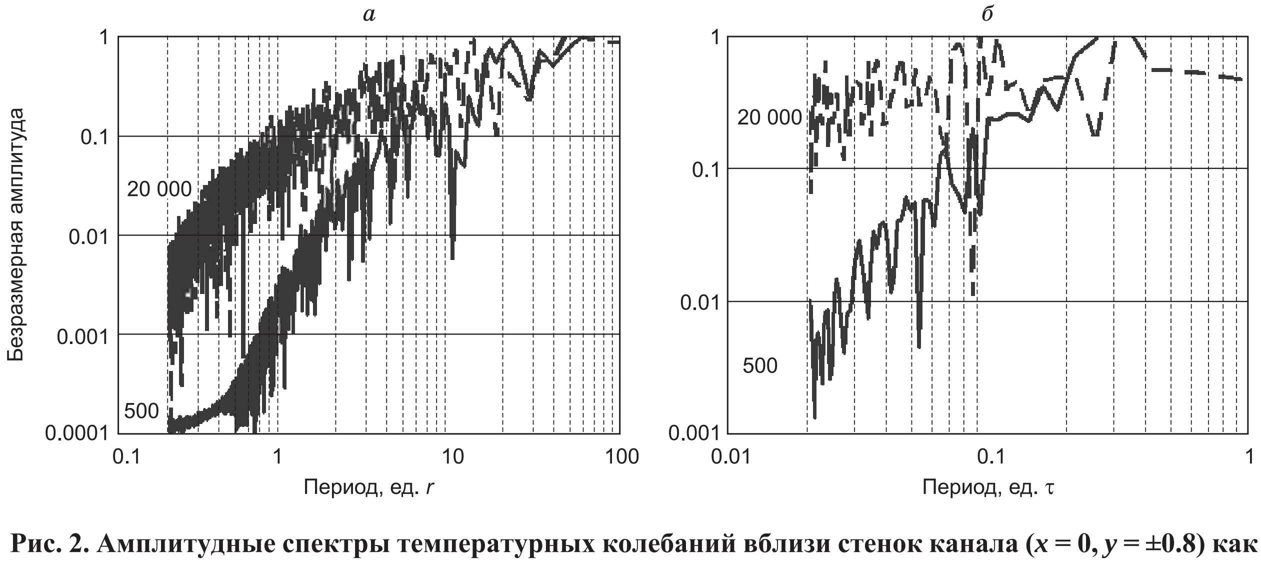
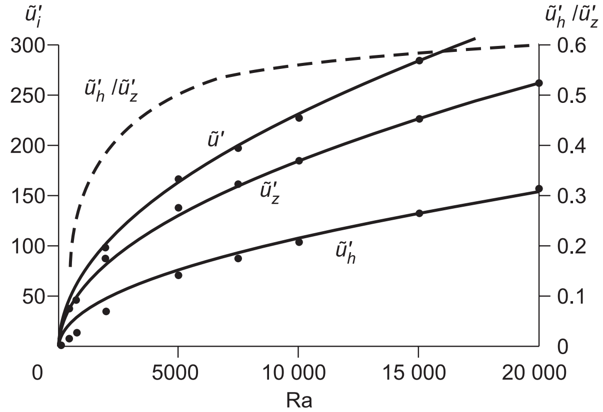



**Рис. 2. Амплитудные спектры температурных колебаний вблизи стенок канала (*x* = 0, *y* = ±0.8) как функции длины (*а*) и времени (*б*) для значений числа Рэлея Ra = 500 и 20 000 (шифр кривых).**

**Рис. 3. Результаты численного моделирования компонент скорости конвективных течений (точки) и аппроксимирующие их зависимости (сплошные линии), рассчитанные по (9.1)—(9.3).**

Штриховая линия — отношение компонент скорости $\tilde{u}_h' / \tilde{u}_z'$.




невозмущенному. Возможно, эта особенность в средней части обусловлена недостаточным временем расчетов и ограниченным объемом массива, окружающего канал. Для приблизительной оценки влияния конвекции на температурный градиент мы рассчитали зависимость разности безразмерных температурных аномалий в верхней и нижней частях канала от числа Рэлея. Для участков, расположенных вблизи внутренних стенок ($x$ = 0, $y$ = ±0.8), она хорошо описывается линейной зависимостью от логарифма числа Рэлея

$$\Delta T_{an}' = 7.2\ \lg(\mathrm{Ra}) - 16.2, \quad R^2 = 0.91, \ \text{при}\ y = \pm 0.8\,. \tag{8}$$

Средний температурный градиент равен отношению разности температур на концах канала к его длине. При проведении численного моделирования длина канала принималась равной 200. Несложно показать, что отношение аномального $G_{an}$ градиента к невозмущенному $G$ будет равно $G_{an}/G = \Delta T'_{an}/200$. При Ra ~ $10^4$—$10^5$ безразмерная разность температур для всех участков канала становится почти одинаковой $\Delta T_{an}' \approx 15$. Искажение невозмущенного градиента в этом случае составит $G_{an}/G$ = 15/200 = 0.075.

Установление нового распределения температур — процесс весьма длительный и охватывает значительный объем окружающего канал массива пород. Квазистационарный эффект свободной тепловой конвекции можно оценить более надежно, уподобив этот процесс циркуляции жидкости в канале (скважине) с постоянной вертикальной компонентой скорости. Задача решается численно (например, в [Yang et al., 2013]), ее подробное рассмотрение занимает много места и поэтому здесь не приводится. Основным входным параметром в этой задаче является средняя скорость течения, которую целесообразно оценить в рамках настоящей работы.

**Скорости конвективных течений.** В рамках численного моделирования оценивались средние (по всему объему канала) модули вертикальной $\tilde{u}_z'$, горизонтальной $\tilde{u}_h'$ компонент безразмерной скорости и модуль вектора полной скорости $\tilde{u}'$ (рис. 3). Переход к средней размерной скорости осуществляется по формуле $\tilde{u} = \tilde{u}'a/r$.

Зависимости компонент скорости от числа Рэлея носят пороговый характер. Для канала квадратного сечения критическое значение числа Рэлея $\mathrm{Ra}^{cr}$ = 152 [Гершуни, Жуховицкий, 1972]. Эффективная аппроксимация зависимости достигается, если в качестве аргумента использовать корень из числа, характеризующего превышение числа Рэлея над пороговым (критическим) значением:

$$\tilde{u}_z' = 1.86\sqrt{\mathrm{Ra} - 152}, \quad R^2 = 0.9986, \tag{9.1}$$

$$\tilde{u}_h' = 1.09\sqrt{\mathrm{Ra} - 152}, \quad R^2 = 0.9888, \tag{9.2}$$

$$\tilde{u}' = 2.33\sqrt{\mathrm{Ra} - 152}, \quad R^2 = 0.9993. \tag{9.3}$$

Среди зависимостей (9.1)—(9.3) лучше всего описывается полная скорость. Расчетные точки горизонтальной компоненты до Ra ≈ 10 000 проходят ниже аппроксимирующей зависимости, вертикальной — выше. Вероятно, с увеличением числа Рэлея энергия конвективных течений (пропорциональная квадрату полной скорости) вначале распределяется в пользу вертикальной компоненты. Отношение $\tilde{u}_h'/\tilde{u}_z'$ при невысоких закритичностях растет достаточно быстро (см. рис. 3), но уже при Ra >5000 скорость роста падает.

## ОБСУЖДЕНИЕ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Полученные соотношения позволяют количественно оценить температурные эффекты свободной тепловой конвекции в реальных скважинах. Рассмотрим, насколько они согласуются с результатами экспериментальных исследований.

Авторы [Cermak et al., 2008a] приводят результаты температурного мониторинга в двух скважинах Камчатки: ЮЗ-5 и Е-1 (технические характеристики этих скважин описаны в [Копылова, Болдина, 2004]). В скважине ЮЗ-5 ($\mathrm{Ra} = 5.7\cdot10^3$) размах температурных колебаний составляет $\Delta T_{\max} = 0.06$ К. Оценка по (7) при $G = 0.06$ К/м, $r = 79$ мм дает величину 0.056 К. Для скважины Е-1 ($\mathrm{Ra} = 1.0\cdot10^4$) экспериментальное значение $\Delta T_{\max} = 0.04$ К близко к теоретическому (при $G = 0.03$ К/м, $r = 105$ мм) — 0.038 К. В то же время этими исследователями [Cermak et al., 2008c] в 150-метровой скважине в Праге были зарегистрированы предположительно конвективные температурные колебания, размах которых достигал 0.05 К. Однако при существующих в скважине условиях ($G = 0.02$ К/м, $r = 25$ мм, температура воды 11—12 °С) число Рэлея равно $\mathrm{Ra} = 50$ и, следовательно, конвекция возникать не должна.

В скважине kun-1 [Демежко и др., 2012a] на о. Кунашир (внутренний диаметр обсадной колонны 84 мм, $\mathrm{Ra} = 2.0\cdot10^4$—$7.0\cdot10^4$) нами наблюдались конвективные температурные колебания $\sigma_T = 0.01$—0.023 К при температурном градиенте 0.07—0.10 К/м. Расчет по (6) дает близкие оценки $\sigma_T = 0.017$—0.025 К. При этом в существующем — весьма узком — диапазоне изменений температурного градиента мы не обнаружили зависимости от него амплитуды колебаний. Однако регистрировали самопроизвольные двукратные изменения амплитуды конвективного шума.

Попытки связать амплитуду конвективных температурных колебаний с параметрами, определяющими свободную температурную конвекцию, предпринимались и ранее. Так, В. Димент [Diment, 1967] оценил соотношение между максимальным диапазоном температурных возмущений и геотермическим градиентом в водонаполненной скважине диаметром 25 см ($r = 0.125$ м): $\Delta T_{\max} = 1.25G$. Так как радиус скважины, согласно нашим исследованиям, должен линейно входить в это соотношение, получим зависимость $\Delta T_{\max} = 10\,Gr$, весьма близкую к (7). Е. Саммел [Sammel, 1968] опубликовал данные наблюдений размаха температурных колебаний и градиента в водонаполненных скважинах диаметром 4.8—10.2 см. Их линейная аппроксимация приводит к зависимости $\Delta T_{\max} = 0.31G$ или, с учетом радиуса $\Delta T_{\max} = (6—13)Gr$. Позже авторы [Diment, Urban, 1983] получили более общую зависимость, учитывающую радиус скважины: $\Delta T_{\max} = AGr$, в которой безразмерная константа $A$ определена как отношение длины конвективной ячейки к радиусу скважины. Отметим, что такое определение неточно. В ряде работ [Миндубаев, Демежко, 2012; Хорошев, 2012] было показано, что конвективные потоки в вертикальном канале организованы не в виде замкнутых ячеек, а представляют собой систему винтовых струй. Для вертикальной скважины параметр $A$ или аналогичные константы в соотношениях (6), (7), возможно, имеют отношение к шагу спирали, хотя результаты спектрального анализа (см. рис. 2, *а*) не обнаруживают какой-либо выраженной характерной длины.

Приведенные экспериментальные данные свидетельствуют об отсутствии непосредственной зависимости амплитуды от числа Рэлея и наличии линейной зависимости от температурного градиента и радиуса, что хорошо подтверждается и нашими исследованиями. В работе [Eppelbaum, Kutasov, 2011] предложена принципиально иная зависимость, в которой амплитуда колебаний температуры определяется как градиентом, так и числом Рэлея. Причем носит немонотонный характер: с ростом Ra она вначале убывает, а затем резко возрастает, что вряд ли физически обосновано.

Квазистационарный температурный эффект свободной тепловой конвекции, проявляющийся занижением измеренного температурного градиента в сравнении с невозмущенным, практически не рассматривался в геотермической литературе. Предполагалось, что колебания происходят относительно истинного значения температуры горных пород на данной глубине и вносят в измерения лишь случайную погрешность [Beardsmore, Cull, 2001]. Поэтому для повышения точности оценки плотности геотермического теплового потока в скважинах с развитой свободной тепловой конвекцией достаточно увеличить длину интервала, на котором рассчитывается градиент. Как было показано в настоящей работе, это неверно. Следствием недооценки влияния тепловой конвекции может быть занижение средней глобальной плотности геотермического теплового потока. В настоящее время средняя плотность теплового потока континентов оценивается величиной 65 мВт/м$^2$, океанов — 101 мВт/м$^2$, земной коры в целом — 87 мВт/м$^2$ [Pollack et al., 1993]. Учитывая полученную выше оценку занижения градиента примерно на 7 % и полагая, что тепловая конвекция с $\mathrm{Ra} \sim 10^4$ — явление распространенное, мы вправе увеличить эти тепловые потоки соответственно до 70, 108 и 93 мВт/м$^2$.

Соотношения для оценки скоростей конвективных течений также неплохо подтверждаются экспериментальными данными. Такие эксперименты намного сложнее, чем те, что направлены на изучение температурных эффектов, и могут быть реализованы лишь в лабораторных условиях. В эксперименте [Berthold, Resagk, 2012] для оценки скоростей конвективных течений использовались две прозрачных коаксиальных трубы. Внутренняя, наполненная водой труба диаметром 50 мм была вставлена в трубу большего диаметра, и между ними был откачан воздух для предотвращения теплообмена через стенку. Температурный градиент обеспечивался расположенными в торцах внутренней трубы медными цилиндрами, в которых поддерживалась постоянная температура. Конвективные движения добавленных в воду частичек нулевой плавучести регистрировались видеокамерой. При увеличении Ra от 350 до 3700 модуль полного вектора скорости в эксперименте возрастал от 0.1 до 1.0 мм/с. Теоретический расчет по (9.3) дает соответственно 0.2 и 0.8 мм/с.

Результаты проведенного численного моделирования свободной тепловой конвекции в вертикальном канале квадратного сечения достаточно хорошо согласуются с данными, записанными в реальных скважинах, несмотря на различия в форме сечения. Полученные статистические соотношения могут быть использованы в экспериментальной геотермии, в частности, для оценки уровня температурных помех при планировании мониторинговых исследований, при расчетах погрешностей (случайных и систематических) оценки геотермических градиентов и тепловых потоков, в гидрогеологических исследованиях, при оценке технического состояния скважин методами термометрии.

## ЛИТЕРАТУРА

**Асланян А.М., Асланян И.Ю., Масленникова Ю.С., Минахметова Р.Н., Сорока С.В., Никитин Р.С., Кантюков Р.Р.** Диагностика заколонных перетоков газа комплексом высокоточной термометрии, спектральной шумометрии и импульсного нейтрон-нейтронного каротажа // Территория «НЕФТЕГАЗ», 2016, № 6, с. 52—59.

**Астрахан И.М., Марон В.И.** Нестационарный теплообмен при промывке скважины // Прикладная механика и техническая физика, 1969, №1, с. 148—152.

**Гершуни Г.З., Жуховицкий Е.М.** Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости. М., Наука, 1972, 393с

**Девяткин В.Н., Кутасов И.М.** Влияние свободной тепловой конвекции и обсадных труб на температурное поле в скважинах // Тепловые потоки из коры и верхней мантии. М., Наука, 1973, с. 99—106.

**Демежко Д.Ю.** Геотермический метод реконструкции палеоклимата (на примере Урала). Екатеринбург, УрО РАН, 2001, 144 с.

**Демежко Д.Ю., Юрков А.К., Уткин В.И., Климшин А.В.** О природе температурных вариаций в скважине kun-1 (о. Кунашир) // Геология и геофизика, 2012а, т. 53 (3), с. 406—414.

**Демежко Д.Ю., Юрков А.К., Уткин В.И., Щапов В.А.** Температурные изменения в скважине kun-1 (о. Кунашир), вызванные землетрясением Тохоку (11.03.2011 г., $M = 9.0$) // ДАН, 2012б, т. 445, № 2, с. 200—204.

**Дучков А.Д., Казанцев С.А.** Аномальные изменения температурного режима дна (воды и осадков) Телецкого озера в осенне-зимний период // Геология и геофизика, 2007, т. 48 (12), с. 1366—1370.

**Дучков А.А., Карчевский А.Л.** Определение глубинного теплового потока по данным мониторинга температуры донных осадков // Сибирский журнал индустриальной математики, 2013, т. 16, № 3 (35), с. 61—85.

**Копылова Г.Н., Болдина С.В.** Оценка пороупругих параметров резервуаров подземных вод по данным уровнемерных наблюдений // Комплексные сейсмологические и геофизические исследования Камчатки. Петропавловск-Камчатский, КФ ГС РАН, 2004, с. 405—421.

**Любимов Д.В., Любимова Т.П., Иванцов А.О., Черепанова А.А.** Использование метода сквозного счёта для моделирования динамики систем с поверхностями раздела // Вычислительная механика сплошных сред, 2008, т. 1, № 2, с. 53—62.

**Любимова Е.А.** Термика Земли и Луны. М., Наука, 1968, 280 с.

**Миндубаев М.Г., Демежко Д.Ю.** Свободная тепловая конвекция в буровых скважинах: численное моделирование и экспериментальные данные // Мониторинг. Наука и технологии, 2012, № 4, с. 12—18.

**Самарский А.А.** Теория разностных схем. М., Наука, 1989, 616 с.

**Тепловое поле** недр Сибири / В.Т. Балобаев, В.А. Голубев, В.Н. Девяткин, Р.П. Дорофеева, А.Д. Дучков, Ю.А. Зорин, С.А. Казанцев, А.Н. Калинин, А.Р. Курчиков, С.А. Лепина, С.В. Лысак, В.И. Силифонин, Л.С. Соколова, Б.П. Ставицкий, С.А. Ратников, В.Р. Цыбульский. Новосибирск, Наука, 1987, 196 с.

**Хорошев А.С.** Численное исследование свободно-конвективных течений в протяженных вертикальных цилиндрических областях при постоянном вертикальном градиенте температуры на боковой поверхности // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета, 2012, № 5-1 (36), с. 46—48.

**Череменский Г.А.** Прикладная геотермия. Л., Недра, 1977, 224 с.

**Anderson M.P.** Heat as a ground water tracer // Ground Water, 2005, v. 43, № 6, p. 951—968.

**Aziz K., Hellums J.D.** Numerical solution of the three-dimensional equations of motion for laminar natural convection // Phys. Fluids, 1967, v. 10, № 2, p. 314—324.

**Beardsmore G.R., Cull J.P.** Crustal heat flow: a guide to measurement and modelling. Edinburgh, Cambridge University Press, 2001, 324 p.

**Berthold S., Börner F.** Detection of free vertical convection and double-diffusion in groundwater monitoring wells with geophysical borehole measurements // Environ. Geol., 2008, v. 54, № 7, p. 1547—1566.

**Berthold S., Resagk C.** Investigation of thermal convection in water columns using particle image velocimetry // Exp. Fluids, 2012, v. 52, № 6, p. 1465—1474.

**Bodri L., Cermak V.** Borehole climatology: a new method how to reconstruct climate. Amsterdam, Elsevier, 2011, 352 p.

**Buntebarth G., Chelidze T., Middleton M.** Time-dependent microtemperature and hydraulic transients associated with tectonic/seismic activity—a review / Eds. G. Buntebarth, T. Chelidze // Time-dependent microtemperature and hydraulic signals associated with tectonic/seismic activity, 2005, Tbilisi, p. 4—108.

**Cermak V., Safanda J., Bodri L.** Precise temperature monitoring in boreholes: Evidence for oscillatory convection? Part I. Experiments and field data // Int. J. Earth Sci., 2008a, v. 97, № 2, p. 365—373, doi:10-1007/s00531-007-0237-4.

**Cermak V., Bodri L., Safanda J.** Precise temperature monitoring in boreholes: Evidence for oscillatory convection? Part II. Theory and interpretation // Int. J. Earth Sci., 2008b, v. 97, № 2, p. 375-384, doi:10-1007/s00531-007-0250-7.

**Cermak V., Safanda J., Kresl M.** Intra-hole fluid convection: High-resolution temperature time monitoring // J. Hydrol., 2008c, v. 348, p. 464—479.

**Diment W.H.** Thermal regime of a large diameter borehole: instability of the water column and comparison of air- and water-filled conditions // Geophysics, 1967, v. 32, p. 720—726.

**Diment W.H., Urban Th.C.** A simple method for detecting anomalous fluid motions in boreholes from continuous temperature logs // GRC Trans., 1983, v. 7, p. 485—490.

**Eppelbaum L.V., Kutasov I.M.** Estimation of the effect of thermal convection and casing on temperature regime of boreholes — a review // J. Geophys. Engin., 2011, v. 8, p. R1-R10.

**Gretener P.E.** On the thermal instability of large diameter wells — an observational report // Geophysics, 1967, v. 32, p. 727—738.

**Hirasaki G.J., Hellums J.D.** A general formulation of the boundary conditions on the vector potential in three dimensional hydrodynamics // Q. Appl. Math., 1968, v. 16, № 3, p. 331—342.

**Lapham W.W.** Use of temperature profiles beneath streams to determine rates of vertical ground-water flow and vertical hydraulic conductivity. Dept. of the Interior, US Geological Survey; USGPO; Books and Open-File Reports Section, US Geological Survey [distributor], 1989, № 2337.

**Mallinson G.D., de Vahl Davis G.** Three-dimensional natural convection in box: a numerical study // J. Fluid Mech., 1977, v. 83, part 1, p. 1—31.

**Pfister M., Rybach L.** High-resolution digital temperature logging in areas with significant convective heat transfer // Geothermics, 1995, v. 24, p. 99—100.

**Pollack H.N., Hurter S.J., Johnson J.R.** Heat flow from the Earth's interior: analysis of the global data set // Rev. Geophys., 1993, v. 31, № 3, p. 267—280.

**Sammel E.A.** Convective flow and its effect on temperature logging in small-diameter wells // Geophysics, 1968, v. 33, № 6, p. 1004—1012.

**Sass J.H., Lachenbruch A.H., Moses T.H., Morgan P.** Heat flow from a scientific research well at Cajon Pass, California // J. Geophys. Res.: Solid Earth, 1992, v. 97 (B4), p. 5017—5030.

**Shimamura H., Ino M., Hikawa H., Iwasaki T.** Groundwater microtemperature in earthquake regions // PAGEOPH, 1985, v. 122, № 6, p. 933—946.

**Wisian K.W., Blackwell D.D., Bellani S., Henfling J.A., Norman R.A., Lysne P.C., Forster A., Schrotter J.** Field comparison of conventional and new temperature logging systems // Geothermics, 1998, v. 27, p. 131—141.

**Yang M., Meng Y., Li G., Li Y., Chen Y., Zhao X., Li H.** Estimation of wellbore and formation temperatures during the drilling process under lost circulation conditions // Math. Probl. Engin., 2013, v. 2013, p. 1—11.

*Рекомендована к печати 20 октября 2016 г.*
*А.Д. Дучковым*

*Поступила в редакцию*
*29 августа 2016 г.*