

УДК 532.516.013.4:536.24:534.1

О РАЗДЕЛЕНИИ СМЕСЕЙ В СВЯЗАННЫХ КАНАЛАХ

А. Ф. Глухов, В. А. Демин, Г. Ф. Путин

Пермский государственный университет, 614990 Пермь
E-mail: demin@psu.ru

Теоретически и экспериментально исследованы стационарные режимы тепловой конвекции бинарной смеси в связанных каналах конечной высоты. Рассмотрено влияние на конвекцию положительной и отрицательной термодиффузии. Установлены области параметров, соответствующие режимам “мягкого” и “жесткого” возбуждения конвекции. Найдены вертикальные распределения полей температуры и концентрации при различных значениях термодиффузионного параметра.

Ключевые слова: бинарная жидкость, связанные каналы, положительный и отрицательный термодиффузионные эффекты, разделение смеси на компоненты.

Введение. Как известно, термоконцентрационная конвекция имеет место в сложной по составу и неоднородно нагретой жидкой смеси, находящейся в поле силы тяжести. При этом неоднородность плотности возникает вследствие конкуренции двух механизмов конвекции. Первый механизм имеет термогравитационный характер и обусловлен зависимостью плотности жидкости от температуры, второй возникает вследствие неоднородного распределения концентрации тяжелого или легкого компонента в объеме смеси. Существование двух конкурирующих подъемных сил приводит к более сложному поведению системы, чем в случае однородной жидкости. Силы определяются температурным и концентрационным коэффициентами плотности, а также градиентами температуры и концентрации. В большинстве смесей наличие температурных градиентов является причиной появления градиента концентрации. (Это явление носит название термодиффузии). В этом случае свободноконвективное течение испытывает влияние обусловленных термодиффузией неоднородностей концентрации.

В подогреваемом снизу горизонтальном слое бинарной смеси происходит ее термодиффузионное разделение по вертикали, которое в случае положительного эффекта Соре при потере устойчивости равновесия способствует развитию монотонных возмущений [1]. В случае аномальной термодиффузии, когда имеет место противодействие термогравитационного и аномального термодиффузионного механизмов возбуждения конвекции, преобладают колебательные механизмы развития неустойчивости равновесия.

Целью настоящей работы является исследование стационарных и колебательных конвективных течений бинарной смеси в связанных каналах конечной высоты при учете положительной и отрицательной термодиффузии. Ранее конвекция однокомпонентных жидкостей и бинарных смесей в связанных каналах изучалась в [2, 3]. При этом термодиффузия не учитывалась, а источником концентрационных неоднородностей служил линейный вертикальный концентрационный профиль тяжелого компонента на границах каналов.

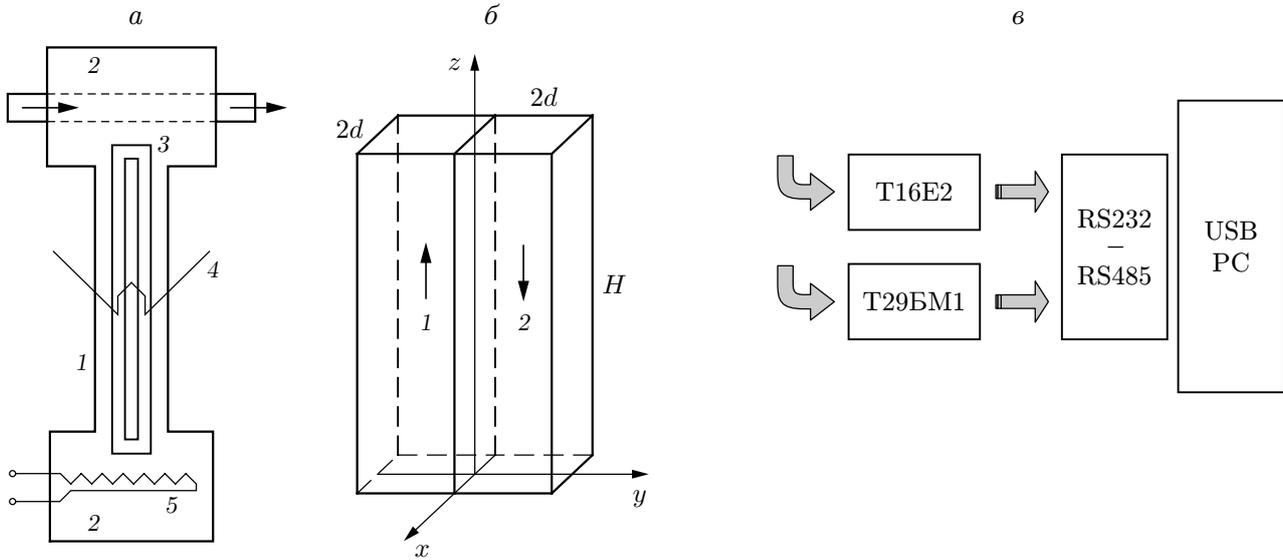


Рис. 1. Схемы эксперимента:

a — схема экспериментальной установки (1 — медный стержень, 2 — теплообменники, 3 — связанные каналы, 4 — термопара для регистрации конвективного течения, 5 — электрический нагреватель); *б* — схема каналов и связанная с ними система координат; *в* — схема регистрации показаний термопар

1. Постановка задачи. Рассматриваемая область представляет собой два вертикальных канала конечной высоты с идеально теплопроводными границами (рис. 1). Каналы, имеющие квадратное сечение, сверху и снизу соединены короткими перемычками такого же профиля. Далее в ходе теоретического исследования влиянием перемычек будем пренебрегать. Расчеты выполняются для такого же набора геометрических параметров, как в эксперименте. Оценки показывают, что в этом случае тепловым взаимодействием левого и правого каналов можно пренебречь. Систему координат выберем таким образом, чтобы ось z была направлена вверх вдоль каналов. В этой системе координат $\gamma(0, 0, 1)$ представляет собой единичный вектор, направленный вертикально вверх. Конвективная петля подогревается снизу, так что на вертикальных границах каналов поддерживается линейное распределение температуры. Ниже показано, что при таком распределении температуры в бинарной жидкости возможно состояние механического равновесия [4, 5].

2. Математическая модель. При описании конвективных течений бинарной смеси используем уравнения для несжимаемой жидкости, впервые полученные в [6] на основе уравнений конвекции в приближении Буссинеска:

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \Delta \mathbf{v} + \frac{R H}{Pr} (T - C) \gamma; \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) T = \frac{1}{Pr} \Delta T, \quad \text{div } \mathbf{v} = 0; \quad (2.2)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + (\mathbf{v} \nabla) C = \frac{1}{Sc} (\Delta C + \varepsilon_0 \Delta T). \quad (2.3)$$

Здесь \mathbf{v} , T , p , C — безразмерные поля скорости, температуры, давления и концентрации примеси. При обезразмеривании уравнений в качестве единицы длины выбрана половина толщины канала d , единицы времени — d^2/ν , скорости — ν/d , температуры — θ , концентрации — $\theta\beta_t/\beta_c$, давления — $\rho\nu^2/d^2$ (ν , β_t — кинематическая вязкость и температурный

коэффициент объемного расширения соответственно; θ — характерный перепад температуры; ρ — средняя плотность жидкости). При выводе уравнений (2.1)–(2.3) использовалось уравнение состояния

$$\rho = \rho_0(1 - \beta_t T + \beta_c C).$$

Эффекты, обусловленные наличием примеси в жидкости, характеризуются эмпирическими константами D , β_c и α . Коэффициент β_c описывает зависимость плотности элемента жидкости от концентрации. Поскольку учитывается влияние тяжелой примеси на конвекцию, в рассматриваемом случае $\beta_c > 0$. Коэффициент α характеризует термодиффузию в бинарной жидкости; D — коэффициент диффузии. В рамках приближения (2.1)–(2.3) предполагается, что потоки вещества и тепла зависят от градиентов концентрации и температуры следующим образом:

$$\mathbf{J} = -\rho D(\nabla C + \alpha \nabla T), \quad \mathbf{q} = -\kappa \nabla T$$

(κ — теплопроводность). Система уравнений (2.1)–(2.3) содержит безразмерные параметры, в частности число Прандтля $\text{Pr} = \nu/\chi$, число Шмидта $\text{Sc} = \nu/D$, число Рэлея $\text{R} = g\beta_t \theta d^3/(\nu\chi)$. В задаче используются также дополнительные безразмерные величины: высота канала H и параметр $\varepsilon_0 = \alpha\beta_c/\beta_t$, характеризующий явление термодиффузии в смеси ($\alpha = k_T/T$; k_T — термодиффузионное отношение).

В расчетах на вертикальных границах каналов для скорости будем использовать условие прилипания $\mathbf{v}|_\Gamma = 0$. Поскольку стенки каналов идеально теплопроводны, температуры на вертикальных границах расчетной области возмущения должны быть равны нулю. Твердые границы каналов будем считать непроницаемыми для вещества, поэтому нормальная компонента плотности диффузионного потока должна быть равна нулю. Обезразмеривая выражение для плотности диффузионного потока вещества, получаем граничное условие

$$\frac{\partial C}{\partial \mathbf{n}} + \varepsilon_0 \frac{\partial T}{\partial \mathbf{n}} = 0. \quad (2.4)$$

Необходимым условием является также условие равенства нулю потока жидкости через сечение обоих каналов:

$$\iint_S (v_z^{(1)} + v_z^{(2)}) dx dy = 0.$$

При определенных значениях градиентов температуры и концентрации в жидкости возможно состояние механического равновесия, которое характеризуется тем, что жидкость неподвижна (скорость равна нулю и с течением времени не меняется):

$$\partial/\partial t = 0, \quad \mathbf{v} = 0, \quad p = p_0, \quad T = T_0, \quad C = C_0.$$

Здесь T_0 , p_0 , C_0 — равновесные поля температуры, давления и концентрации примеси. Применив к уравнению (2.1) операцию rot , для бинарной смеси, находящейся в состоянии механического равновесия, получаем систему уравнений

$$(\nabla T_0 - \nabla C_0) \times \boldsymbol{\gamma} = 0, \quad \Delta T_0 = 0, \quad \Delta C_0 = 0. \quad (2.5)$$

Рассмотрим случай, когда равновесный градиент температуры соответствует линейному распределению $T_0 = -z/H$ (подогрев снизу). В этом случае уравнение Лапласа для температуры в (2.5) удовлетворяется тождественно, а уравнение Лапласа для концентрации позволяет определить равновесное распределение примеси в каналах, возникающее вследствие действия термодиффузии. С учетом граничного условия (2.4) на верхней и нижней границах каналов получаем линейное по вертикали распределение

$$C_0 = \varepsilon_0 z/H.$$

В зависимости от знака термодиффузионного параметра в равновесном состоянии при изменении высоты концентрация примеси либо увеличивается, либо уменьшается.

3. Методика решения. С учетом большой высоты каналов упростим уравнение (2.1). Предполагая, что справедливо приближение прямолинейных траекторий, имеем $\mathbf{v}(0, 0, u)$, где $u(x, y, t)$ — скорость вдоль оси z . Для того чтобы исключить градиент давления из уравнения (2.1), проинтегрируем его вдоль каналов по замкнутому контуру. В результате уравнение Навье — Стокса принимает вид

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \Delta u + \frac{R}{2 \text{Pr}} \left(\int_0^H (T_1 - T_2) dz - \int_0^H (C_1 - C_2) dz \right), \quad (3.1)$$

где нижние индексы 1, 2 соответствуют левому и правому каналам. В приближении прямолинейных траекторий проведем линеаризацию уравнения Навье — Стокса. Для решения уравнений (3.1), (2.2), (2.3) используем метод Галеркина. Для скорости и температуры выберем аппроксимации поперек каналов, удовлетворяющие граничным условиям

$$v_z = u(z, t) \sin(\pi x/2) \cos(\pi y/2), \quad T = \theta(z, t) \sin(\pi x/2) \cos(\pi y/2). \quad (3.2)$$

Наличие граничного условия (2.4) позволяет перейти к переменной $F = C + \varepsilon_0 T$. Для того чтобы выполнялись условие нечетности профиля по x и граничное условие (2.4) для потока вещества на боковых стенках, базисные функции для F сконструируем в виде линейных комбинаций тригонометрических функций. Введем специальные функции в виде

$$S_{13}(x) = \sin(\pi x/2) - (1/3) \sin(3\pi x/2), \quad C_{13}(x) = \cos(\pi x/2) + (1/3) \cos(3\pi x/2).$$

С учетом определения новых специальных функций разложение для $F(x, y, z, t)$ запишем в виде

$$F = f(z, t) S_{13}(x) C_{13}(y). \quad (3.3)$$

Подставляя разложения (3.2), (3.3) в уравнения (2.2), (2.3), (3.1), выполним процедуру осреднения с соответствующим весом по сечению каналов. В стационарном приближении для амплитуд $u(z)$, $\theta(z)$ и $f(z)$ получаем систему обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\frac{1}{\text{Pr}} \theta''_{1,2} \mp \frac{64}{9\pi^2} u \theta'_{1,2} - \frac{\pi^2}{2 \text{Pr}} \theta_{1,2} \pm \frac{u}{H} = 0; \quad (3.4)$$

$$f''_{1,2} \mp \frac{4,28u \text{Sc}}{\pi^2} f'_{1,2} - \frac{9\pi^2}{10} f_{1,2} = \frac{81\varepsilon_0 \text{Sc}}{100 \text{Pr}} \left(\frac{\pi^2}{2} \theta_{1,2} - \theta''_{1,2} \right); \quad (3.5)$$

$$\frac{\pi^2}{2} u - \frac{R}{2 \text{Pr}} \left((1 + \varepsilon_0) \int_0^H (\theta_1 - \theta_2) dz - \int_0^H (f_1 - f_2) dz \right) = 0. \quad (3.6)$$

Для системы уравнений (3.4)–(3.6) сформулируем граничные условия на верхнем и нижнем концах каналов:

$$z = 0, H: \quad \theta_1 = \theta_2, \quad f_1 = f_2, \quad \theta'_1 = -\theta'_2, \quad f'_1 = -f'_2. \quad (3.7)$$

Условия (3.7) означают, что перемычки между каналами считаются достаточно короткими и жидкость, проходя соединительные участки, не успевает изменить температуру и концентрацию в результате взаимодействия со стенками.

4. Распределение температуры и концентрации примеси по высоте. Решение неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами (3.4)–(3.6)

будем искать в экспоненциальной форме. Введем обозначения для констант, связанных с корнями характеристических уравнений:

$$d = \frac{bu \text{Pr} + q}{2}, \quad \gamma = \frac{bu \text{Pr} - q}{2}, \quad \delta = \frac{su \text{Sc} + l}{2}, \quad \varepsilon = \frac{su \text{Sc} - l}{2}.$$

Здесь $q = \sqrt{(bu \text{Pr})^2 + a}$; $a = \pi^2/2$; $l = \sqrt{(su \text{Sc})^2 + g}$; $g = 9\pi^2/10$; $b = 32/(9\pi^2)$; $s = 0,434/\pi^2$.

При сшивании общих решений для левого и правого каналов в зависимости от вертикальной координаты z для θ и f получаем следующие распределения:

$$\theta_1 = \frac{\text{Pr} u}{aqH} \left(\frac{2\gamma e^{2dz}}{e^{2dH} + 1} - \frac{2d e^{2\gamma z}}{e^{2\gamma H} + 1} + q \right); \quad (4.1)$$

$$f_1 = \frac{A e^{2\delta z}}{e^{2\delta H} + 1} + \frac{B e^{2\varepsilon z}}{e^{2\varepsilon H} + 1} + \frac{\xi e^{2dz}}{e^{2dH} + 1} + \frac{\eta e^{2\gamma z}}{e^{2\gamma H} + 1} + \chi; \quad (4.2)$$

$$\theta_2 = -\theta_1(H - z), \quad f_2 = -f_1(H - z);$$

$$\begin{aligned} & \frac{\text{R}(1 + \varepsilon_0)u}{Ha^2q} [4d^2 \text{th}(\gamma H) - 4\gamma^2 \text{th}(dH) + Haq] - \\ & - \frac{\text{R}}{2\text{Pr}} \left(\frac{A}{\delta} \text{th}(2\delta H) + \frac{B}{\varepsilon} \text{th}(2\varepsilon H) + \frac{\xi}{d} \text{th}(2dH) + \frac{\eta}{\gamma} \text{th}(2\gamma H) + 2\chi H \right) - au = 0. \end{aligned} \quad (4.3)$$

В (4.1)–(4.3) константы имеют следующие значения:

$$\xi = \frac{0,81\varepsilon_0\gamma \text{Sc} u(\pi^2 - 8d^2)}{aqH(4d - 4sd \text{Sc} u - g)}, \quad \eta = -\frac{0,81\varepsilon_0d \text{Sc} u(\pi^2 - 8\gamma^2)}{aqH(4\gamma^2 - 4s\gamma \text{Sc} u - g)}, \quad \chi = -\frac{0,45\varepsilon_0 \text{Sc} u}{aH}.$$

Амплитуды A и B выражаются через константы ξ , η и χ :

$$A = [\eta(\varepsilon - \gamma) + \xi(\varepsilon - d) + 2\chi\varepsilon]/l, \quad B = -[\eta(\delta - \gamma) + \xi(\delta - d) + 2\chi\delta]/l.$$

На рис. 2 штриховой линией показана зависимость температуры от вертикальной координаты. Видно, что при входе жидкости в канал ее температура быстро меняется, а затем выходит на асимптотическое значение. На рис. 3 представлено распределение концентрации примеси по высоте при тех же параметрах. Видно, что при положительной термодиффузии в области возникновения подъемного течения в целом имеет место недостаток тяжелой примеси, а в канале с опускным течением — ее избыток. Таким образом, конвективная петля может использоваться в качестве установки для разделения смесей на компоненты. Процесс разделения смесей происходит на фоне конвективного переноса, т. е. значительно быстрее, чем в статической термодиффузионной колонне.

5. Течения с конечной амплитудой. Соотношение (4.3) определяет зависимость амплитуды скорости u от числа Рэлея. Для однородной жидкости в предельном случае $u \rightarrow 0$ при $\varepsilon_0 = 0$ получаем выражение, определяющее границу устойчивости равновесия по отношению к монотонным возмущениям в зависимости от высоты канала:

$$\text{R}_c = \pi^4/[4(1 - z_1^{-1} \text{th} z_1)]. \quad (5.1)$$

Здесь $z_1 = \pi H/(2\sqrt{2})$. Из выражения (5.1) следует, что при увеличении длины каналов критическое число Рэлея уменьшается. В пределе $H \rightarrow \infty$ из соотношения (5.1) получаем критическое значение числа Рэлея для бесконечных каналов $\text{R}_c = \pi^4/4$ [1]. В случае произвольных значений термодиффузионного параметра, чисел Шмидта и Прандтля выражение для критического числа Рэлея имеет вид

$$\text{R}_c = \frac{\pi^4}{4} \left[(1 + \varepsilon_0) \left(1 - \frac{1}{z_1} \text{th} z_1 \right) + \frac{\varepsilon_0 \text{Sc}}{\text{Pr}} \left(0,45 - \frac{1}{z_2} \text{th} z_2 \right) \right]^{-1}. \quad (5.2)$$

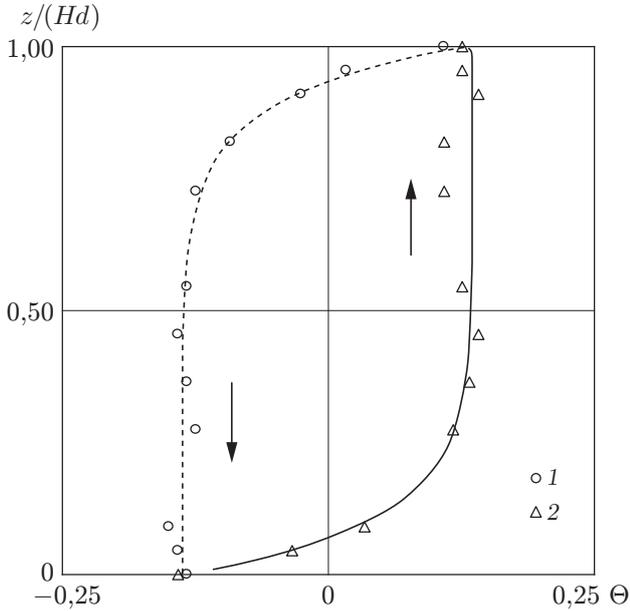


Рис. 2

Рис. 2. Вертикальное распределение температуры вдоль осей правого (1) и левого (2) каналов при $\varepsilon_0 = 0,02$, $H = 30,5$, $Sc = 1000$, $Pr = 7$, $\mu = 1,2$:

точки — эксперимент, линии — расчет стационарного течения; стрелки — направление течения в каналах

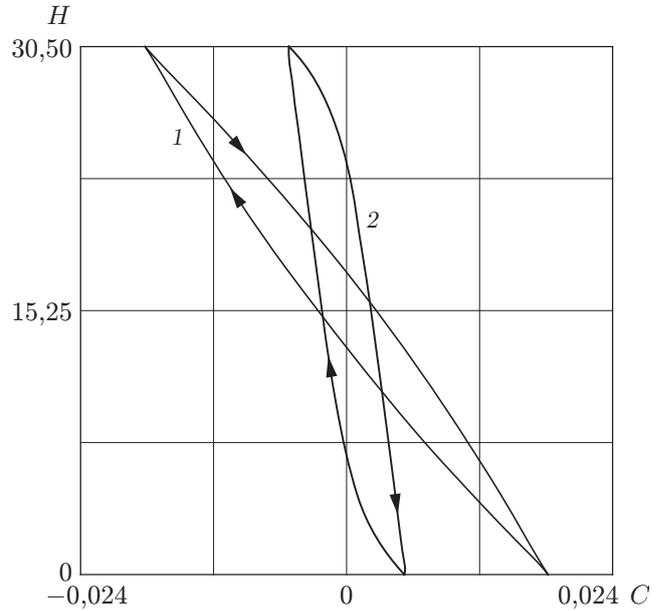


Рис. 3

Рис. 3. Вертикальное распределение концентрации примеси вдоль осей правого и левого каналов при различных значениях скорости течения:

1 — $u = 3$, 2 — $u = 1,5$; стрелки — направление течения в каналах

Здесь аргумент z_2 вычисляется по формуле $z_2 = 3\sqrt{10} \pi H/20$. При наличии термодиффузии порог конвекции зависит от числа Прандтля. В случае отрицательного термодиффузионного параметра с увеличением числа Прандтля критическое число Рэлея уменьшается. В случае положительного термодиффузионного эффекта при увеличении числа Прандтля пороговое число Рэлея увеличивается и в пределе $Pr \rightarrow \infty$ выходит на асимптотическое значение $R_c \approx 24,5$. Используя выражение (4.3), можно вычислить амплитуду течения при произвольных значениях числа Рэлея. Для сопоставления с экспериментом используем параметр надкритичности $\mu = R / R_c$. Амплитудные кривые на рис. 4 позволяют определить характер возбуждения конвекции. Анализ кривой 1, построенной для положительного значения ε_0 , показывает, что в случае нормального эффекта Co_{re} стационарные течения ответвляются “мягко”. При аномальном эффекте Co_{re} (кривая 2) возможно “жесткое” возбуждение монотонной конвекции. Для однокомпонентной жидкости в пределе $\varepsilon_0 = 0$ выражение (5.2) совпадает с выражением, полученным в [2] (штриховая линия на рис. 4). Из рис. 4 следует, что при малых значениях параметра надкритичности наличие примеси оказывает значительное влияние на течение. С ростом числа Рэлея интенсивность течения увеличивается, и примесь размывается по каналам.

6. Эксперимент. Экспериментальная установка (см. рис. 1) состоит из металлического стержня и снабжена массивными изотермическими теплообменниками. Через верхний теплообменник от струйного термостата циркулировала вода. Нижний теплообменник оборудован электрическим нагревателем с цифровым управлением от ПИД-регулятора “Термодат” Т16Е2. В стержне выточены два продольных параллельных канала квадрат-

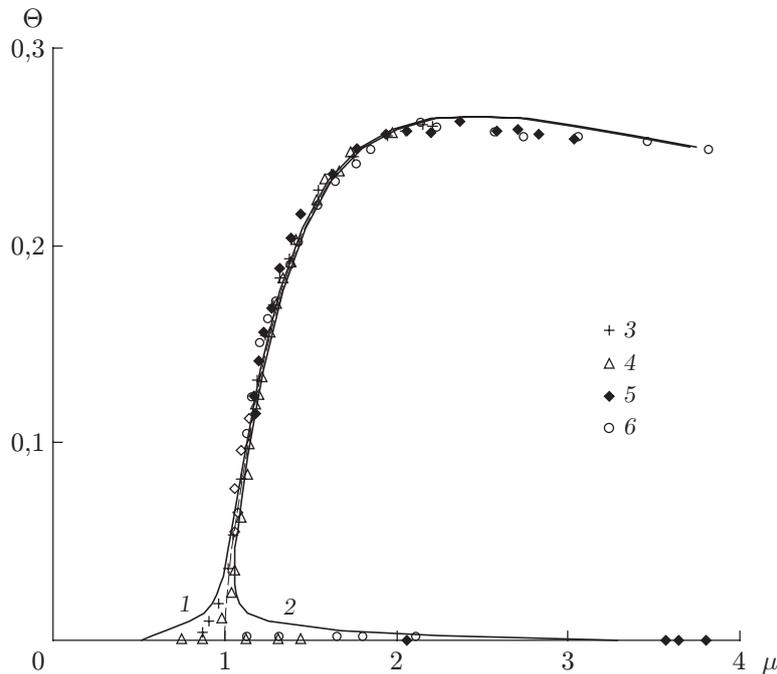


Рис. 4. Амплитудные кривые стационарных течений:

сплошные линии — теоретические кривые для $H = 30,5$, $Sc = 700$, $Pr = 7$ ($1 - \varepsilon_0 = 0,02$, $2 - \varepsilon_0 = -0,015$); штриховая линия — однокомпонентная жидкость ($\varepsilon_0 = 0$); точки — эксперимент (3 — вода, 4 — 5 %-й раствор C_2H_5OH в воде, 5 — 15 %-й раствор Na_2SO_4 в воде, 6 — раствор CCl_4 в декане (различные концентрации))

ного сечения шириной $2d = 3,2$ мм, сверху и внизу соединенные перемычками такого же профиля. Высота вертикальных каналов равна $h = 50$ мм. С одной стороны каналы закрывались прозрачной пластиной из органического стекла. Интенсивность течения фиксировалась дифференциальной термопарой (см. рис. 1, а) с диаметром электродов 0,1 мм, установленной в середине каналов. Каждый спай термопары имеет длину 1,5 мм и достигает центра канала, поэтому его наличие приводит к осреднению температуры смеси в поперечном сечении канала. При сопоставлении теоретических расчетов и показаний термопар использовался эмпирический коэффициент осреднения. В некоторых опытах в каналах дополнительно размещались 11 термопар для измерения распределения температуры по высоте. ЭДС термопар измерялась цифровым прибором “Термодат” Т29БМ1 (см. рис. 1, в). Измерительные приборы подключались к USB-порту компьютера через конвертер RS232/RS485 и опрашивались с помощью программы “Termodat 7.29”. Используемая в эксперименте методика температурных измерений более подробно описана в [7]. В качестве меры интенсивности течения использовалась безразмерная величина $\Theta = |\zeta|/\Delta T$, где ζ — показания термопары (см. рис. 1, а); ΔT — вертикальный перепад температур между теплообменниками.

Эксперименты проводились с водными растворами сульфата натрия Na_2SO_4 и этилового спирта. Растворы сульфата натрия в воде характеризуются большими положительными коэффициентами $CoRe$ Sr [8]. Так, для раствора со средней концентрацией $C_0 = 0,157$ коэффициенты $CoRe$ и диффузии равны $Sr = 8,9 \cdot 10^{-3} K^{-1}$, $D = 0,6 \cdot 10^{-5} cm^2/s$. Безразмерные параметры, характеризующие данную смесь, имеют значения $Pr = 8,5$, $Sc = 2,1 \cdot 10^3$, термодиффузионный параметр $\varepsilon_0 = Sr \beta_c / \beta_t = 0,36$. Водные растворы этилового спирта в зависимости от концентрации могут обладать как положительной, так и отрицательной термодиффузией. В эксперименте использовался 5 %-й раствор C_2H_5OH с отрицательным

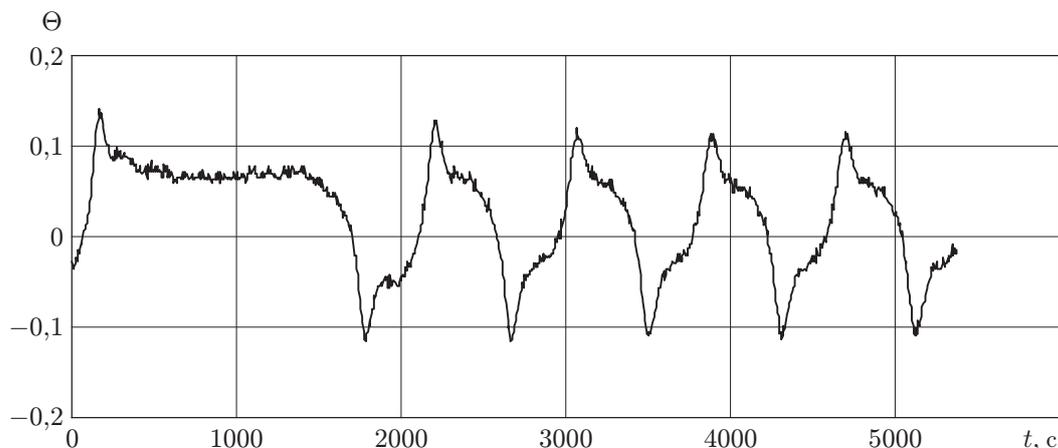


Рис. 5. Периодические колебания бинарной смеси (16 %-го раствора Na_2SO_4 в воде) в связанных каналах при положительной термодиффузии

коэффициентом термодиффузии $\varepsilon_0 = -0,3$, числом Прандтля $\text{Pr} = 7$ и числом Шмидта $\text{Sc} = 2500$.

Вода и водные растворы хорошо подходят для экспериментов на описанной установке, так как критическая разность температур в воде, при которой наступает кризис равновесия, составляет $6,3^\circ\text{C}$, и описанная измерительная система позволяет менять тепловое число Рэлея достаточно малыми шагами. При проведении эксперимента в каналы заливалась исследуемая жидкость и между теплообменниками задавался перепад температур, заведомо больший критической разности. В результате начинался переходный процесс от состояния равновесия к интенсивной конвекции. При отрицательном коэффициенте Sc_0 после переходного процесса показания термопар ζ и ΔT всегда выходили на стационарные значения, которые наносились на график. В ходе эксперимента перепад температуры либо увеличивался, либо уменьшался с шагом $0,1 \div 1,0^\circ\text{C}$. Экспериментальные искажения температурного поля нормировались на теоретическое значение Θ в точке максимума кривой (см. рис. 4). На рис. 2 приведено экспериментальное распределение температуры вдоль каналов. На рис. 4 результаты экспериментов с водой и смесями нанесены на амплитудную кривую. Наблюдается хорошее согласие с теорией. Также отмечается, что независимо от знака термодиффузионного параметра в большинстве опытов при $\mu > 1,1$ концентрационные неоднородности размыты вдоль канала и не оказывают влияния на течение.

Однако необходимо отметить существенное отличие части экспериментальных данных от результатов расчетов стационарных течений. Для смеси с нормальной термодиффузией (водный раствор сульфата натрия) при $\mu \approx 1,1$ стационарное течение теряло устойчивость и в каналах возникали периодические колебания с периодом приблизительно $0,5$ ч (рис. 5). Эти колебания обусловлены влиянием концентрационных неоднородностей на конвективное течение. Неоднородности концентрации генерируются термодиффузией за счет горизонтальных температурных градиентов, которые, в свою очередь, появляются только при конвективной циркуляции смеси. Природа этих колебаний обсуждалась в [7] и подтверждена численным моделированием с помощью метода конечных разностей.

Следует также отметить, что в опытах со смесями независимо от знака термодиффузионного параметра механическое равновесие “жестко” теряет устойчивость и относительно колебательных возмущений. Факт равновесия смеси с нормальной термодиффузией в надкритической области ($\mu > 1$) на первый взгляд представляется необычным, так как положительная термодиффузия (кривая 1 на рис. 4) понижает порог устойчивости, при этом неустойчивость должна оставаться монотонной. Однако в опытах имеет место колеба-

тельная неустойчивость механического равновесия, причем в различных опытах равновесие теряет устойчивость при разных значениях параметра надкритичности. Это означает наличие в опытах неконтролируемого параметра — концентрационного градиента плотности, направленного вниз. В случае если смесь изначально не вполне однородна, этот неравновесный концентрационный градиент появляется в результате гидродинамического расслоения неоднородностей, аналогично тому как плохо перемешанный сироп оседает на дно стакана с водой. Для жидких смесей ($Sc \gg Pr \gg 1$) в бесконечно длинных каналах с теплопроводными стенками при наличии вертикального градиента концентрации формулу частоты нейтральных колебаний можно записать в размерном виде [3]

$$\nu = \pi \chi \sqrt{\mu_k - 1} / (4d^2), \quad (6.1)$$

где $\mu_k = R_k / R_c$ — надкритичность, при которой наступает колебательная неустойчивость. Справедливость записанного выражения подтверждена экспериментально [4]. В то же время из формулы для нейтральной кривой колебательной неустойчивости можно получить выражение для градиента концентрации тяжелой примеси:

$$\nabla C = (\beta_t / \beta_c) \nabla T_c (\mu_k - 1). \quad (6.2)$$

Объединяя соотношения (6.1), (6.2), получаем выражение в виде

$$\nabla C = \frac{\beta_t}{\beta_c} \nabla T_c \frac{16\nu^2 d^4}{\pi^2 \chi^2}.$$

С учетом частоты переходных колебаний, критического градиента температуры, геометрических размеров каналов и тепловых свойств смеси имеем оценку градиента концентрации: $5 \cdot 10^{-3} \div 5 \cdot 10^{-2} \text{ см}^{-1}$. Следовательно, для получения в опытах колебательного возбуждения конвекции с гистерезисом достаточно весьма малой неоднородности смеси по вертикали (проценты и доли процента среднеобъемной концентрации). Этот градиент не является равновесным, время его диффузионного выравнивания составляет сотни часов: $(Hd)^2 / (\pi^2 D) \approx 10^2 \text{ ч}$.

Заключение. Теоретически и экспериментально изучено влияние, оказываемое на тепловую конвекцию примесью в жидкости в связанных каналах конечной высоты. Аналитически найдены границы устойчивости механического равновесия для монотонных возмущений и определен характер возбуждения конвекции в случае действия положительной и отрицательной термодиффузии. Исследована форма стационарных и колебательных течений для конечных значений надкритичности. Результаты подтверждены экспериментально.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гершуни Г. З. Конвективная устойчивость несжимаемой жидкости / Г. З. Гершуни, Е. М. Жуховицкий. М.: Наука, 1972.
2. Глухов А. Ф., Зорин С. В., Путин Г. Ф., Петухова Е. С. Тепловая конвекция в связанных вертикальных каналах конечной высоты // Конвективные течения: Сб. науч. тр. Пермь: Перм. гос. пед. ин-т, 1985. С. 24–31.
3. Глухов А. Ф. Экспериментальное исследование тепловой конвекции в условиях гравитационного расслоения: Дис. ... канд. физ.-мат. наук. Пермь, 1995.
4. Глухов А. Ф., Демин В. А. Экспериментальное и теоретическое исследование конвекции бинарной смеси в связанных каналах // Вестн. Перм. гос. ун-та. Сер. Физика. Пермь: Изд-во Перм. гос. ун-та, 2006. Вып. 1. С. 15–23.

5. Глухов А. Ф., Демин В. А. Нелинейные колебания бинарной смеси в связанных каналах при положительном эффекте Соре // Вестн. Перм. гос. ун-та. Сер. Физика. Пермь: Изд-во Перм. гос. ун-та, 2007. Вып. 1. С. 3–10.
6. Шапошников И. Г. К теории конвективных явлений в бинарной смеси // Прикл. математика и механика. 1953. Т. 17, № 5. С. 604–606.
7. Глухов А. Ф., Демин В. А., Путин Г. Ф. Конвекция бинарной смеси в связанных каналах при подогреве снизу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 2007. № 2. С. 13–23.
8. Костарев К. Г., Пшеничников А. Ф. Влияние свободной конвекции на термодиффузию в жидкой смеси, заполняющей наклонную прямоугольную полость // ПМТФ. 1986. № 5. С. 73–76.

*Поступила в редакцию 9/VII 2007 г.,
в окончательном варианте — 14/XI 2007 г.*
