

УДК 532.5:518.12:629.12.01.011.1

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАДЕНИЯ НА ВОДУ ТЕЛА С ГОФРИРОВАННЫМ ДНИЩЕМ

Н. А. Тарануха, С. Д. Чижумов

Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет,
681013 Комсомольск-на-Амуре

Предлагается численная модель потенциального течения идеальной несжимаемой жидкости при ударе о воду тела с вогнутыми участками дна. Учитывается сжатие захватываемого воздуха. Алгоритм основан на совместном решении методом конечных разностей уравнений движения тела и жидкости с аппроксимацией по времени. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в каждый момент времени определяется методом граничных элементов. Приведены результаты расчетов. Показано влияние воздушной прослойки, размеров и формы гофров, начальной скорости и других параметров на процесс удара.

Введение. Движение судна при волнении сопряжено с возможным оголением его дна в носовой части с последующим ударом о воду (днищевой слеминг). Нагрузки при ударе определяются сложными процессами качки судна, течения жидкости, деформации дна. При наличии воздушной прослойки между днищем и поверхностью воды, характеристики которой являются случайными величинами, моделирование слеминга существенно усложняется.

В настоящей работе рассматривается возможность уменьшения ударных давлений путем замены плоского дна вогнутым или гофрированным (рис. 1). За счет такой формы дна и демпфирующего действия воздуха вместо плоского удара происходит постепенное погружение, при этом жидкость можно считать несжимаемой. В начальный момент погружения объем воздушной прослойки определяется в основном формой поверхности гофрированного дна и в меньшей степени формой случайных вторичных волн на по-

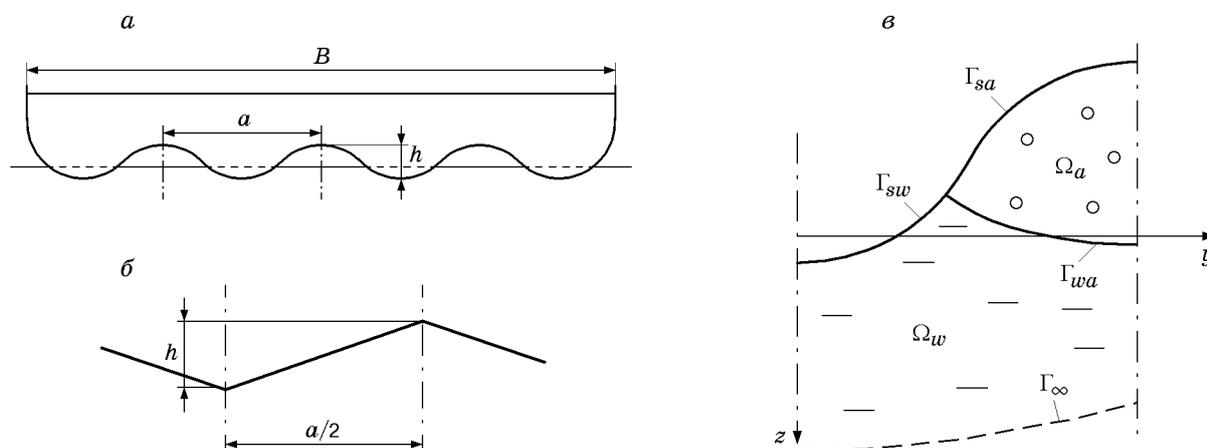


Рис. 1. Постановка задачи:

a — гофрированная поверхность; *б* — треугольный гофр; *в* — волнистый гофр

верхности воды. В результате удар становится менее зависимым от случайных факторов. Гофрированная оболочка обладает существенно большей жесткостью по сравнению с пластинами плоского днища, что позволяет пренебречь ее деформациями при определении гидродинамических нагрузок.

Течение жидкости полагается невязким и безвихревым. Воздух в каверне считается идеальным газом, сжатие которого происходит адиабатически. Строго говоря, эти допущения справедливы только на начальном этапе погружения, который представляет наибольший интерес, так как характеризуется наибольшими значениями давления. По мере погружения растет неравномерность распределения давления в газовой каверне, в жидкости образуются вихревые движения, происходят фазовые превращения, наблюдаются затухающие пульсации давлений и другие эффекты. Неучет этих особенностей приводит к снижению точности численной модели. Однако при анализе начальной стадии процесса предлагаемая модель обладает достаточной для практики точностью при малых затратах ресурсов компьютера и позволяет провести многовариантные расчеты в задачах проектирования.

Численные расчеты процессов погружения в жидкость тел с килеватым днищем широко применяются в экспериментальных исследованиях. Модели вязкой жидкости обычно строятся с использованием метода конечных разностей [1]. Потенциальные течения идеальной жидкости часто анализируются методом конечных элементов [2–4]. В то же время нестационарные течения с газовыми кавернами изучены недостаточно [5].

В данной работе используется алгоритм численного моделирования процесса погружения, основанный на конечно-разностной аппроксимации уравнений движения с определением параметров на каждом временном шаге методом граничных элементов (МГЭ) [6]. Применение МГЭ позволяет определять характеристики течения только на границе жидкости, сократив тем самым на порядок число узлов. При этом легко выполняются условия на бесконечности, максимально упрощается построение расчетной сетки.

Постановка задачи. С момента касания поверхности воды гофрированным днищем образуются замкнутые воздушные каверны (область Ω_a на рис. 1). Водную среду (область Ω_w) будем считать идеальной несжимаемой жидкостью, воздух в каверне — идеальным газом, сжатие которого происходит адиабатически и описывается уравнением Пуассона

$$\frac{p_a(t_i)}{p_a(t_{i-1})} = \left(\frac{V(t_{i-1})}{V(t_i)} \right)^\gamma, \quad (1)$$

где p_a — давление газа; t_i — момент времени; V — объем каверны; γ — показатель адиабаты. Здесь и далее величины с индексами s , a и w соответствуют телу, газу и жидкости.

Движение жидкости в области Ω_w описывается интегралом Лагранжа

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial t} \right)_w + \frac{1}{2} v_w^2 + g z_w + \frac{p_w - p_0}{\rho_w} = 0, \quad (2)$$

где φ — потенциал скорости жидкости; v_w — скорость; g — ускорение свободного падения; z_w — аппликата, отсчитываемая от свободной невозмущенной поверхности жидкости; p_w — давление в жидкости; p_0 — атмосферное давление; ρ_w — плотность жидкости.

Уравнения (1) и (2) связаны условием равенства давлений на границе раздела Γ_{wa}

$$p_w = p_a. \quad (3)$$

Движение тела в случае его свободного падения определяется уравнением

$$M(g + \dot{v}_s) = \int_{\Gamma_{sw}} (p_{sw} - p_0) \cos(\mathbf{n}, z) d\Gamma + \int_{\Gamma_{sa}} p_a \cos(\mathbf{n}, z) d\Gamma, \quad (4)$$

где M — масса тела; p_{sw} — давление на смоченной поверхности тела; \mathbf{n} — нормаль к поверхности.

Поле потенциала скорости жидкости в каждый момент времени определяется решением краевой задачи для уравнения Лапласа:

— в области Ω_w

$$\Delta\varphi_w = 0; \quad (5)$$

— на границе Γ_{sw}

$$\frac{\partial\varphi_w}{\partial\mathbf{n}} = v \cos(v, \mathbf{n}); \quad (6)$$

— на границе Γ_{wa}

$$\varphi_w = \varphi_w^0; \quad (7)$$

— на границе Γ_∞

$$\varphi_w = 0, \quad \frac{\partial\varphi_w}{\partial\mathbf{n}} = 0. \quad (8)$$

В начальный момент времени t_0 задаются положение границ, скорость погружения тела, потенциал скорости на всей границе области жидкости $\varphi = 0$, давление в каверне $p = p_0$.

Алгоритм решения задачи. Задачу Коши для системы уравнений (2) и (4) решим пошаговым методом. Для этого введем разностную схему первого порядка по времени. Для решения задачи (5)–(8) используем МГЭ с дискретизацией границ Γ_{sw} и Γ_{wa} [7].

Алгоритм решения на каждом i -м временном шаге состоит в следующем.

1. Исходя из положения границ в моменты t_i и t_{i-1} находится объем каверны, а затем давление в ней из уравнения (1). В момент времени t_1 учитываются начальные условия.

2. Решается краевая задача (5)–(8). При этом граничные условия (6), (7) задаются из решения задачи на предыдущем шаге t_{i-1} , но для текущего (на шаге t_i) положения границ. В результате определяется $v_{nm} = (\partial\varphi/\partial\mathbf{n})_w$ на границе Γ_{wa} , а также φ_w на поверхности Γ_{sw} . Касательные скорости на границах находятся методом конечных разностей по значениям потенциала скорости в узлах. Таким образом полностью определяется положение границ.

3. Из уравнения (2) вычисляются давления в узлах поверхности тела Γ_{sw} . Для этого предварительно определяются значения $(\partial\varphi/\partial t)_{sw}$ в узлах:

$$\left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)_{sw} = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{sw} - v_{sw}^2, \quad \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{sw} \approx \frac{\varphi_{sw}(t_i) - \varphi_{sw}(t_{i-1})}{\Delta t}.$$

4. Вычисляется потенциал скорости φ_w на границе Γ_{wa} :

$$\varphi_w(t_i) = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_w \Delta t + \varphi_w(t_{i-1}).$$

При этом с учетом (2), (3)

$$\left(\frac{d\varphi}{dt}\right)_{wa} = \left(\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right)_{wa} + v_{wa}^2 = \frac{v_{wa}^2}{2} - gz_w - \frac{p_a - p_0}{\rho_w}.$$

5. Из уравнения (4) определяется текущее ускорение тела \dot{v}_s , а затем скорость: $v_s(t_i) = v_s(t_{i-1}) + \dot{v}_s(t_i)\Delta t$.

6. Вычисляется новое положение границ. Перестраивается расчетная сетка. Граничные параметры в узлах новой сетки находятся интерполяцией.

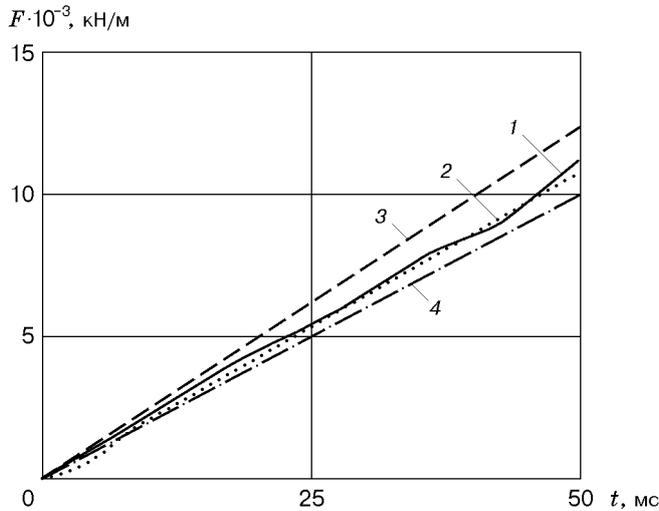


Рис. 2. Зависимость силы погружения клина от времени:

1 — расчет по МКЭ [3]; 2 — расчет по МГЭ; 3 — расчет по формуле (9); 4 — расчет по формуле (10)

Результаты расчетов. Алгоритм решения задачи об ударном погружении без учета воздушной прослойки подробно протестирован на ряде моделей [7]. На рис. 2 представлена зависимость силы погружения прямолинейного клина с углом килеватости 10° , движущегося со скоростью 15 м/с, от времени. Результаты расчетов сравнивались с решением методом конечных элементов [3], учитывающим сжимаемость жидкости, а также с результатами расчетов по формулам Вагнера:

$$F = \rho \pi v_s^2 z_0 (\pi / (2 \operatorname{tg} \beta))^2; \quad (9)$$

$$F = \rho \pi v_s^2 z_0 (\pi / (2\beta) - 1)^2, \quad (10)$$

где z_0 — погружение вершины клина; β — угол килеватости.

Для разработки рекомендаций по проектированию формы днища в носовой части судов, склонных к слемингу, проведены многочисленные вычислительные эксперименты по погружению гофрированных днищ, в которых варьировались форма и размеры гофров, а также начальная скорость и масса судна. Некоторые результаты представлены на рис. 3–5.

Рассмотрим плоскую задачу о падении на воду тела длиной L , имеющего днище с “треугольными гофрами” (см. рис. 1) шириной 10 м и относительной массой $Ma/(BL) = 10$ т/м. Размеры этой модели приблизительно соответствуют размерам днища судна вогнутой формы.

На рис. 3 представлены зависимости ударной силы и максимального давления от времени при различных условиях. Решение задачи согласуется с теорией Вагнера, если тело движется с постоянной скоростью. Кроме того, не учитываются влияние воздушной прослойки, вес жидкости и взаимное влияние соседних гофров, которое, возрастая по мере погружения, приводит к увеличению нагрузки. При свободном падении тела ударная нагрузка растет только в первой фазе удара, затем происходит замедление движения, и нагрузка уменьшается.

Влияние воздушной прослойки может быть различным. При малой начальной скорости ($v_{s0} \approx 1$ м/с) в результате интенсивного сжатия воздуха сразу после касания краями днища воды происходит рост ударной силы (рис. 3). Затем в результате замедления погружения нагрузка быстро уменьшается и принимает постоянное значение.

При сравнительно большой начальной скорости (5–10 м/с) процесс погружения качественно меняется. Нагрузка в первой фазе удара определяется в основном гидродинамическим давлением. Влияние воздуха существенно в середине и конце удара.

На рис. 4 показаны границы поверхностей и эпюры давления в различные моменты времени для модели с шириной гофров 2,1 м и начальной скоростью 5 м/с. В этом случае

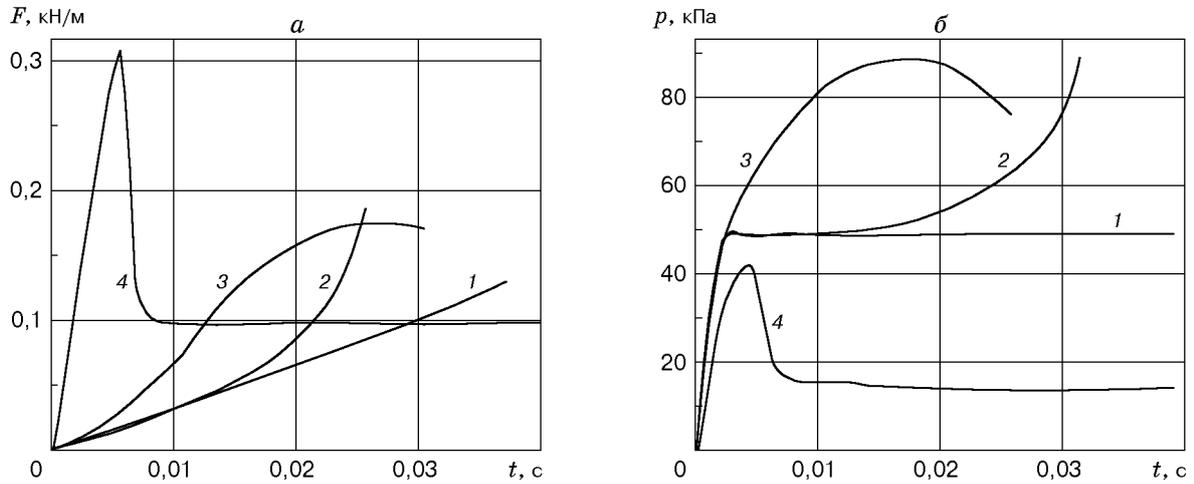


Рис. 3. Зависимость ударной силы (а) и максимального давления (б) от времени при погружении днища с треугольными гофрами ($h/a = 0,05$; $a = 10$ м; $Ma/(BL) = 10$ т/м; $v_{s0} = 1$ м/с):

1 — без воздуха, $v = \text{const}$, одиночный клин; 2 — без воздуха, $v = \text{const}$; 3 — без воздуха; 4 — с воздухом

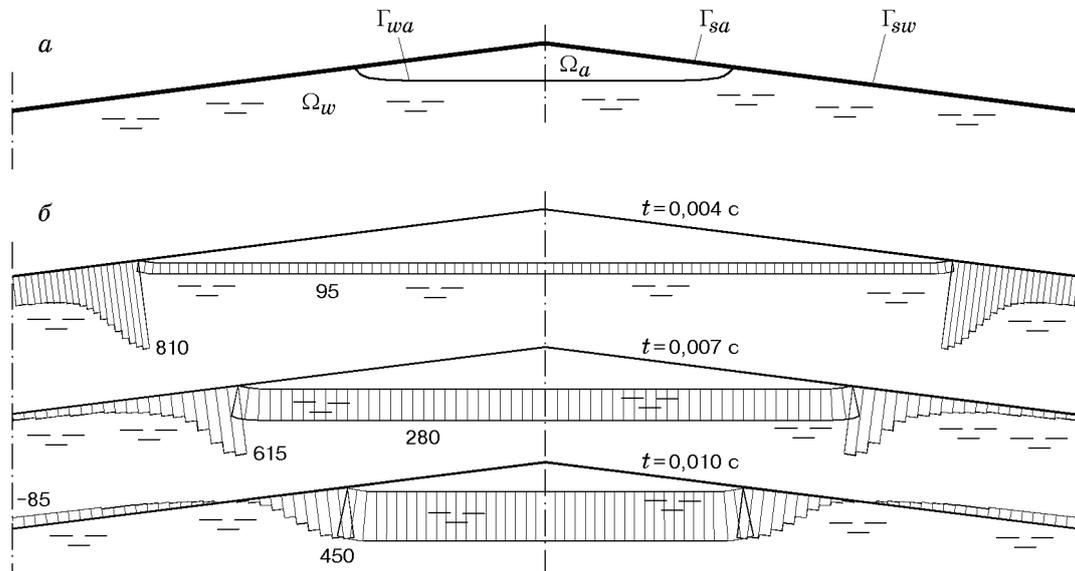


Рис. 4. Погружение днища с треугольными гофрами ($a = 2,1$ м; $h/a = 0,05$; $v_{s0} = 5$ м/с; $Ma/(BL) = 3$ т/м):

а — границы поверхностей (Ω_a — область каверны; Ω_w — область жидкости; Γ_{wa} — свободная граница жидкости в каверне; Γ_{sa} — граница раздела тела и каверны; Γ_{sw} — граница раздела тела и жидкости); б — эпюры давления в различные моменты времени

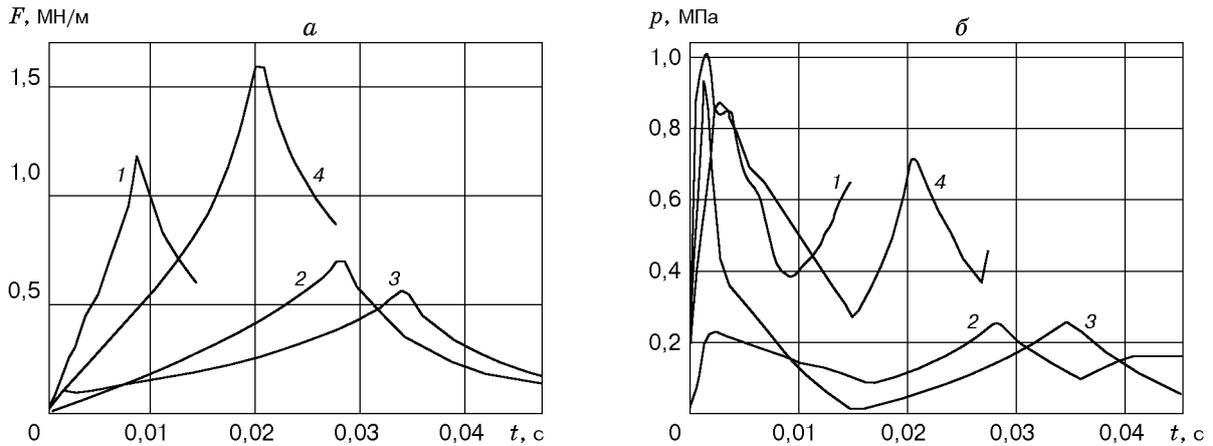


Рис. 5. Зависимость ударной силы (а) и максимального давления (б) от времени при ударе гофрированного днища ($a = 2,1$ м; $Ma/(BL) = 3$ т/м):

1 — треугольные гофры, $h/a = 0,05$, $v_{s0} = 5$ м/с; 2 — треугольные гофры, $h/a = 0,2$, $v_{s0} = 5$ м/с; 3 — волнистые гофры, $h/a = 0,2$, $v_{s0} = 5$ м/с; 4 — треугольные гофры, $h/a = 0,2$, $v_{s0} = 10$ м/с

давление в воздушной прослойке становится выше среднего гидродинамического с момента времени 0,006 с. Через 0,009 с с момента начального контакта ударная сила достигает наибольшего значения (рис. 5).

Тестовые расчеты для моделей с различной разбивкой границ показали, что быстрая сходимость результатов достигается даже при простейших граничных элементах (с постоянной аппроксимацией по длине). Обычно, если граничный контур достаточно плавный, 15–25 граничных элементов на смоченной части судна и 20–30 на поверхности воды в каверне обеспечивают достаточную точность результатов (ошибка пространственной дискретизации не превышает 1–5 %).

Погрешность дискретизации по времени зависит от соотношения между шагами пространственной и временной сеток, а также от параметров удара и используемых допущений. Например, результаты вычислений по моделям с учетом воздуха и взаимного влияния гофров более чувствительны к изменению дискретизации по времени.

Выводы. На основе результатов численных экспериментов (некоторые из них представлены на рис. 5) определено влияние размеров, формы гофров и скорости удара на величину ударной силы. Изучено также влияние формы гофров на распределение давления. Основные выводы исследований сводятся к следующему.

Разработанная численная модель и методика расчета позволяют эффективно решать задачи об ударе о жидкость тел с килеватым или гофрированным днищем.

Достоверность модели подтверждается результатами тестовых расчетов и анализа влияния различных допущений на параметры процесса погружения (см. рис. 2, 3).

Из результатов расчетов следует, что на величину ударной силы наибольшее влияние оказывает начальная скорость удара, а также высота гофров и масса падающей конструкции. Форма гофров имеет меньшее влияние (см. рис. 5).

При условиях, характерных для слеминга морских судов, максимум силы удара гофрированным днищем обусловлен, главным образом, давлением в воздушной полости (см. рис. 3, а, 5). Уменьшение ударной силы можно обеспечить увеличением объема воздушных каверн за счет соответствующего выбора формы гофров.

Пик давления на смоченной поверхности ярко выражен и перемещается в процессе погружения. В результате замедления движения во впадине гофра давление может уменьшаться до значений, при которых возможна кавитация (см. рис. 4).

На днище с волнистыми гофрами действует меньшая ударная сила, чем на поверхность из треугольных гофров (см. рис. 5). У волнистых гофров давления концентрируются вблизи вершин (в результате гидродинамического удара) и во впадинах (вследствие давления воздуха). У треугольных гофров по мере погружения пик давления перемещается вдоль контура (см. рис. 4, 5).

Полученные результаты позволяют предложить рекомендации по проектированию новых форм днища судна с учетом нагрузок при ударе о воду. Оптимальные форму и размер гофров можно определять на основе численных экспериментов по предложенной методике в зависимости от параметров проектируемого судна и условий его эксплуатации.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Chau S.-W., Lu C.-Y., Chou S.-K.** Numerical simulation of nonlinear slamming process for a high-speed planning vessel // TEAM-2000: Proc. of the 14th Asian technical exchange and advisory meeting on marine structures, Vladivostok, 18–21 Sept. 2000. Vladivostok: Far East. State Tech. Univ., 2000. С. 224–232.
2. **Григорьев В. Д., Постнов В. А.** Численный алгоритм решения нестационарной задачи гидроупругости при наличии свободной поверхности жидкости // Динамика и прочность судовых конструкций. Л.: Ленингр. кораблестроит. ин-т, 1986. С. 40–62.
3. **Ершов Н. Ф., Шахверди Г. Г.** Метод конечных элементов в задачах гидродинамики и гидроупругости. Л.: Судостроение, 1984.
4. **Шахверди Г. Г.** Ударное взаимодействие судовых конструкций с жидкостью. СПб.: Судостроение, 1993.
5. **Коробицын В. А.** Численное моделирование осесимметричных потенциальных течений несжимаемой жидкости // Мат. моделирование. 1991. Т. 3, № 10. С. 42–49.
6. **Бреббия К., Теллес Ж., Вроубел Л.** Методы граничных элементов. М.: Мир, 1987.
7. **Чижиумов С. Д.** Численные модели в задачах динамики судна. Владивосток: Изд-во Дальневост. ун-та, 1999.

Поступила в редакцию 9/1 2001 г.
