

РАДИАЛЬНОЕ РАСШИРЕНИЕ СОВЕРШЕННОГО И КОЛЕБАТЕЛЬНО РЕЛАКСИРУЮЩЕГО ГАЗА ОТ ВНЕЗАПНО ВКЛЮЧЕННОГО ИСТОЧНИКА В ВАКУУМ

Н. В. Станжус, С. Ф. Чекмарев

(Новосибирск)

Радиальное расширение газа от внезапно включенного стационарного источника служит моделью для теоретического исследования процесса формирования стационарного течения в сверхзвуковых соплах и сильно недорасширенных струях при их запуске [1,2]. Запуск течения обычно осуществляется либо путем ударного или взрывного сжатия газа в форкамере, либо путем разрыва диафрагмы между камерой высокого давления и соплом. В первом случае газ имеет высокую температуру, в связи с чем становится важным вопрос о релаксации колебательных степеней свободы молекул [3], во втором случае — высокую плотность, здесь возникает вопрос о конденсации газа [4]. Оба эти явления по своим энергетическим характеристикам могут оказывать значительное влияние на течение газа. Вопрос о колебательной релаксации также важен для газодинамических лазеров с ударным нагревом газа [5].

В данной работе рассматривается задача о течении колебательно релаксирующего газа от внезапно включенного источника при расширении в вакуум. Для совершенного газа эта задача рассматривалась в [1], где основное внимание уделено вычислению времени установления стационарного течения. Ниже получено численное решение задачи для совершенного газа, что соответствует случаю «замороженного течения», и колебательно релаксирующего газа (вплоть до равновесного течения). Показано, что на больших временах для распределений скорости и плотности газа существует приближенное автомодельное представление. С использованием этого представления получена оценка положения точки «замораживания» колебательной температуры, описывающая ее динамику и хорошо согласующаяся с данными численных расчетов. Представленные результаты могут быть использованы для оценки влияния процесса конденсации.

1. Постановка задачи. Имеется радиальный источник газа с поверхностью радиуса r_1 . В окружающем его пространстве давление $p_\infty = 0$. В момент времени $t = 0$ источник включается — скорость газа v , давление p , температура T и колебательная энергия ε_V на поверхности источника $r = r_1$ скачком приобретают заданные значения $v_1 > 0$, p_1 , T_1 , ε_{V1} , не меняющиеся с течением времени. Требуется определить поведение параметров газа со временем при $r > r_1$.

Нестационарное одномерное течение газа с учетом колебательной релаксации описывается следующей системой уравнений (в лагранжевой системе координат) [6, 7]:

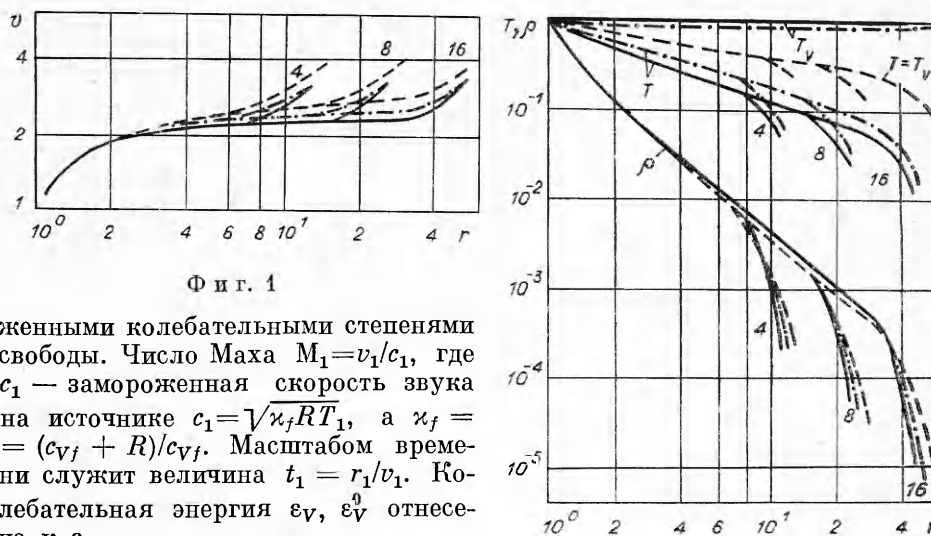
$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{n+1}{\kappa_f M_1^2} r^n \frac{\partial p}{\partial s} = 0, \quad \frac{\partial r}{\partial t} = v,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho} \right) - (n+1) \frac{\partial}{\partial s} (r^n v) = 0,$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon + \varepsilon_V) + (n+1) p \frac{\partial}{\partial s} (r^n v) = 0, \quad \frac{\partial \varepsilon_V}{\partial t} = \frac{\varepsilon_V^0 - \varepsilon_V}{\tau},$$

где t — время; r — радиус жидкой частицы; $s = \int_{r_1}^r \rho r^n dr$ — массовая лагранжева переменная; n — индекс симметрии течения; ε_V^0 — равновесное значение колебательной энергии; τ — время релаксации; $\varepsilon_V + \varepsilon$ — внутренняя энергия газа. Все величины безразмерные, в качестве масштаба для переменных s , v , ρ , p , ε выбраны значения: $s_1 = \rho_1 r_1^{n+1} / (n+1)$, v_1 ,

ρ_1 , $p_1 = \rho_1 R T_1$, $\varepsilon_1 = c_{Vf} T_1$, c_{Vf} — удельная теплоемкость газа с заморо-



Ф и г. 1

женными колебательными степенями свободы. Число Маха $M_1 = v_1/c_1$, где c_1 — замороженная скорость звука на источнике $c_1 = \sqrt{\kappa_f R T_1}$, а $\kappa_f = (c_{vf} + R)/c_{vf}$. Масштабом времени служит величина $t_1 = r_1/v_1$. Колебательная энергия ε_v , ε_v^0 отнесена к ε_1 .

Граничные условия имеют вид

$$t = 0: \text{ при } r = 1 \quad v = 1, \quad \rho = 1, \quad T = 1, \quad \varepsilon_v = \varepsilon_{v1},$$

$$\text{при } r > 1 \quad p = 0,$$

$$t > 0: \text{ при } r = 1 \quad v = 1, \quad \rho = 1, \quad T = 1, \quad \varepsilon_v = \varepsilon_{v1},$$

$$\text{при } r = r_i \quad p = 0,$$

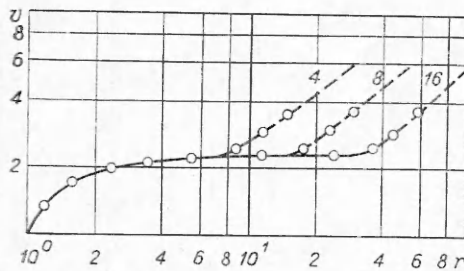
где r_i — радиус контактной поверхности (фронта истекающего газа).

Задача решалась численно. Использовалась неявная разностная схема точности $O[\Delta t + (\Delta s)^2]$ с итеративным разрешением системы разностных уравнений на каждом шаге по времени [6]. При аппроксимации релаксационного уравнения сделаны дополнительные преобразования для расчета течений, близких к равновесным [8]. Расчеты проводились с постоянными шагами по времени Δt и массе Δs .

Все расчеты выполнены для случая течения CO_2 от сферически-симметричного источника ($n = 2$) с числом Маха $M_1 = 1$, $\kappa_f = 1,4$, $T_1 = 2000$ К. Равновесная колебательная энергия ε_v^0 вычислялась по формуле для гармонического осциллятора с учетом всех типов колебаний молекулы CO_2 : $\varepsilon_v^0 = \sum_j \hbar \omega_j / (e^{\hbar \omega_j / kT} - 1)$, где $\hbar \omega_j / k$ — характеристическая температура j -й моды. При расчете релаксации полагалось, что все уровни релаксируют с одним временем [9], определяемым формулой $\tau_r = \exp(36,5T^{-1/3} - 3,9) 0,1033 \text{ Па} \cdot \text{с}$.

После перехода к безразмерным переменным $\tau r = A \exp(BT^{-1/3} - 3,9)$, где $A = c_1 M_1 / p_1 r_1$; $B = 36,5 T_1^{-1/3}$. При заданной температуре на источнике T_1 для данного газа течение зависит лишь от одного параметра $p_1 r_1$; при этом случаи $p_1 r_1 = 0$ и $p_1 r_1 = \infty$ соответствуют замороженному и равновесному течениям [10].

2. Течение совершенного газа. Результаты расчета для $\kappa = \text{const} = 1,4$, что соответствует замороженному изэнтропическому истечению CO_2 , приведены на фиг. 1, а, б сплошными кривыми. На фиг. 1, а представлены распределения скорости по радиусу в моменты времени $t = 4; 8; 16$, на фиг. 1, б — распределения температуры и плотности в те же моменты времени. Из приведенных распределений видно, что течение состоит из двух областей [1]: области стационарного течения [11] и нестационарной волны разрежения, соединяющей стационарное течение с вакуумом. В не-



Ф и г. 2

ется, а сам фронт расположен ближе к источнику. Это связано с тем, что в расчетах используется массовая переменная s . На фронте газа $\rho = 0$, причем с приближением к фронту ρr^3 уменьшается как $r^{-\alpha}$ с $\alpha \gg 1$ (см. ниже). Поэтому, во-первых, примыкающий к фронту слой газа при используемой центральной аппроксимации второго порядка по s всегда будет тоньше, чем действительный, во-вторых, уменьшением шага по массе Δs трудно добиться необходимой ширины слоя и тем самым приблизиться к теоретическому фронту. Для иллюстрации на фиг. 2 сплошными кривыми представлены распределения скорости при шаге счета $\Delta s = 0,1$, использованном для проведения основных расчетов, и точками — при шаге, в 10 раз меньшем. Важно, что распределения параметров в той области, где они имелись ранее, не претерпели изменения. Кроме того, поведение параметров вблизи фронта имеет правильную тенденцию. Так, если учесть линейный характер поведения скорости в нестационарной волне разрежения и провести ее экстраполяцию до значения v_{mn} , как это сделано штриховыми линиями на фиг. 2, положение фронта газа хорошо совпадает с теоретическим. Необходимо заметить, что в случае истечения в вакуум движение газа вблизи фронта теорией идеальной жидкости не описывается.

Исследуем асимптотическое поведение параметров потока при больших временах. Сначала рассмотрим нестационарную волну разрежения. Поскольку максимальная скорость нестационарного расширения, с которой движется фронт истекающего газа, много больше начальной скорости истечения газа (в $(\kappa + 1)/(\kappa - 1)$ раз), движение газа в нестационарной волне разрежения происходит почти так же, как при разлете конечной массы газа. Это подтверждается характером поведения параметров в данной области и сравнением результатов решения рассматриваемой задачи с расчетами разлета конечной массы, выполненными в [12] и авторами.

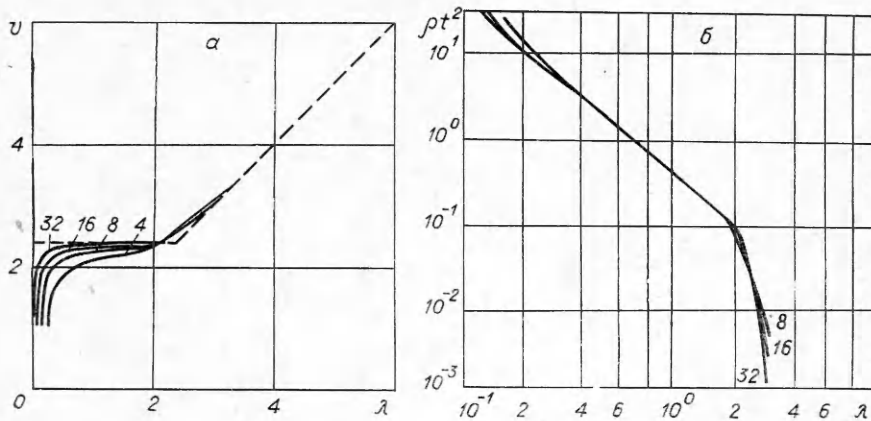
Известно, что при разлете конечной массы газа в вакуум на расстояниях, много больших начального радиуса сгустка, течение «забывает» о начальном размере сгустка и определяется двумя величинами, имеющими независимые размерности, — массой сгустка и его энергией [13, 14]. При этом задача имеет автомодельное решение, определяемое единственной автомодельной переменной $\lambda = r/t$, причем скорость газа $v = \lambda$, а комбинация $\rho t^3 = \varphi(\lambda)$. Другие параметры состояния газа определяются из условия изэнтропичности течения. Эти результаты можно распространить и на движение газа в нестационарной волне разрежения.

Стационарное течение от источника на больших расстояниях также не зависит от размеров источника и определяется потоками массы и импульса [2, 11]. В этом случае автомодельной переменной по-прежнему будет $\lambda = r/t$. Скорость $v = \sqrt{(\kappa + 1)/(\kappa - 1)}$, а комбинация ρt^2 будет только функцией λ .

На больших временах граница между областями стационарного течения и нестационарной волны разрежения движется с постоянной ско-

стационарной волне разрежения параметры потока меняются значительно сильнее, чем в области стационарного течения.

При истечении в вакуум фронт истекающего газа движется с постоянной скоростью, соответствующей максимальной скорости нестационарного истечения $v_{mn} = (\kappa + 1)/(\kappa - 1)$, а его радиус $r_i = v_{mn} t + 1$ [1]. В данных численных расчетах максимальное значение скорости v_{mn} не достигается,



Ф и г. 3

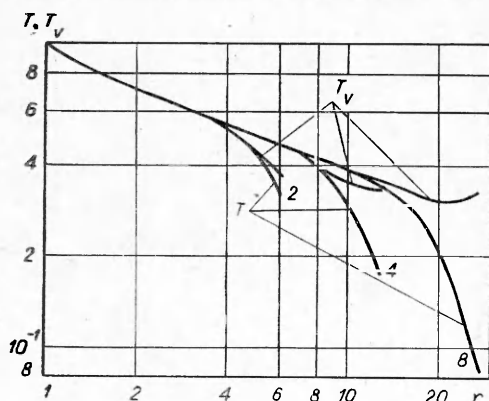
ростью $\sqrt{(\kappa + 1)/(\kappa - 1)}$ [1] (см. фиг. 1, а). Поэтому в автомодельном представлении с переменной $\lambda = r/t$ вся область течения от источника при $t \rightarrow \infty$ будет разделена границей с фиксированным значением $\lambda = \sqrt{(\kappa + 1)/(\kappa - 1)}$, а распределение скорости v обобщится во всей области течения. На фиг. 3, а представлено такое обобщение для моментов времени $t = 4; 8; 16; 32$. Видно, что на участке стационарного течения скорость стремится к постоянному значению, соответствующему максимальной скорости стационарного истечения в вакуум $v_{mc} = \sqrt{(\kappa + 1)/(\kappa - 1)}$ ($v_{mc} = 2,45$ для $\kappa = 1,4$), а в области нестационарной волны разрежения к распределению $v = \lambda$. Это предельное решение на фиг. 3, а показано штриховой линией.

Относительно плотности можно сказать следующее. Обобщить распределение плотности во всей области течения аналогично скорости нельзя. Однако, как показывают расчеты, для нестационарного течения (строго говоря, за исключением области вблизи фронта) величина ρt^3 близка к степенной функции автомодельной переменной λ с большим отрицательным показателем $\rho t^3 \sim \lambda^{-\alpha}$, $\alpha \approx 10$. Ввиду этого величину $\rho t^3 = \rho t^3/t$ приближенно можно считать также функцией λ , что и позволяет построить приближенное автомодельное представление для плотности во всей области течения от источника (на участке стационарного течения оно является точным). Это весьма удобно для различного рода оценок и расчетов. Результаты такого обобщения представлены на фиг. 3, б.

Отметим, что масса газа, заключенная в области нестационарного течения, при $t \rightarrow \infty$ стремится к конечному значению $s_n = 2$ (в безразмерных величинах). Это означает, что газ, истекающий с поверхности источника до момента времени $t = 2$, весь расходится на формирование нестационарной волны разрежения.

3. Течение с колебательной релаксацией. Расчеты течения с колебательной релаксацией проводились для начальных условий, указанных в п. 1, и значений $p_1 r_1 = 10^{-5}, 10^0, 10^1, 10^3, 10^5$. Некоторые результаты расчетов представлены на фиг. 1, а, б: штриховые кривые — $p_1 r_1 = 10^5$, штрихпунктирные — $p_1 r_1 = 10$. Распределения параметров при $p_1 r_1 = 10^{-5}$ в пределах графической погрешности совпадают для данных времен с распределениями для $\kappa = 1,4$, отвечающими случаю «замороженного» течения. Распределения для $p_1 r_1 = 10^5$ можно считать равновесными, поскольку дальнейшее увеличение $p_1 r_1$ к их изменению не приводит.

На фиг. 4 представлено поведение температур для случая $p_1 r_1 = 10^3$;



Фиг. 4

нарного течения. При данных начальных условиях в колебательных степенях свободы запасена значительная энергия, сравнимая с энергией поступательных и вращательных степеней, поэтому по мере приближения течения к равновесному отличие его от случая $\kappa = \text{const} = 1,4$, отвечающего «замороженному» течению, становится значительным. Это касается главным образом поступательной и колебательной температур, изменение которых составляет величину порядка самих значений температур, и в меньшей степени плотности, если учесть ее большой градиент в волне разрежения. Изменение скорости достигает 15–20%.

Обратимся к поведению колебательных степеней свободы. Хотя в расчетах предположение о равновесии внутри колебательных степеней свободы и между ними не использовалось и расчеты проводились в терминах колебательной энергии, для представления результатов удобно перейти к колебательной температуре. Она находилась по значению ϵ_v из выражения для энергии гармонического осциллятора с учетом всех типов колебаний молекулы CO_2 , которое использовалось для вычисления равновесной энергии $\epsilon_v^0 = \epsilon_v^0(T)$.

Как видно на фиг. 4, в нестационарной волне разрежения по мере приближения к фронту истекающего газа колебательная температура растет. Это обусловлено тем, что из-за большой степени расширения газа колебательная релаксация в слоях газа, прилегающих к фронту, проходит хуже, чем в последующих. В частности, в ближайшем к фронту слое газ не успевает релаксировать вообще и расширяется с начальным значением T_{v1} . Как уже отмечалось выше, используемый метод расчета не позволяет получить значения параметров на фронте газа, поэтому в расчетах колебательная температура не достигает значения T_{v1} .

Так же, как и при течении газа с $\kappa = \text{const} = 1,4$, в случае расширения газа с колебательной релаксацией на больших временах для каждого $p_1 r_1$ существуют приближенные автомодельные представления для скорости и плотности: $v = v(\lambda)$, $\rho t^2 \simeq \varphi(\lambda)$, где, как и прежде, $\lambda = r/t$. Они отличаются друг от друга так же, как распределения скорости и плотности для этих значений $p_1 r_1$ в фиксированный и достаточно большой момент времени, например при $t = 16$.

Колебательная релаксация сказывается главным образом в том, что вырастает величина предельной скорости как стационарного, так и нестационарного течения. Кроме того, в силу особенности поведения колебательной температуры при приближении к фронту истекающего газа происходит перестройка поведения скорости — она более полого стремится к своей предельной зависимости в области нестационарной волны разрежения, чем в случае «замороженного» течения.

В заключение проведем оценку положения точки «замораживания»

распределения скорости и плотности для этого случая близки к распределениям для $p_1 r_1 = 10^5$.

Из приведенных графиков видно, что, как и в случае расширения совершенного газа, вся область течения в каждый момент времени состоит из двух — области стационарного течения и нестационарной волны разрежения. Стационарное течение при расширении газа в вакуум с учетом колебательной релаксации исследовано в [8].

Рассмотрим характер поведения параметров в области нестационарного течения.

колебательной температуры в области стационарного течения и нестационарной волны разрежения.

Точка «замораживания» определяется как точка, где величина отклонения от равновесия достигает порядка величины самой функции [10]. В данном случае $(d\varepsilon^0/dt)_f = \varepsilon_f^0/\tau$. Для оценки используем частоту колебаний, характерную для рассматриваемых условий. Это будет частота ω_2 , соответствующая деформационной моде колебаний CO_2 с характеристической температурой, равной 960 К. Тогда точка «замораживания» определится из условия

$$(dT/dt)_f k (\hbar\omega_2/kT_f)^2 = \hbar\omega_2/\tau_{vf},$$

где T отвечает равновесному случаю.

Воспользуемся приближенным автомодельным представлением плотности $\rho t^2 = \varphi(\lambda)$, где

$$(3.1) \quad \varphi(\lambda) = \begin{cases} a_1 \lambda^{-2}, & a_1 = 0,43 \quad \text{при} \quad 0 \leq \lambda \leq \sqrt{(\kappa+1)/(\kappa-1)}, \\ a_2 \lambda^{-10}, & a_2 = 2,32 \cdot 10^3 \quad \text{при} \quad \sqrt{\frac{\kappa+1}{\kappa-1}} \leq \lambda \leq \frac{\kappa+1}{\kappa-1}. \end{cases}$$

Тогда, учитывая, что $T \sim \rho^{\kappa-1}$ и $dT/dt = (\kappa-1)d \ln \rho/dt = 2(\kappa-1) \times T/t$, для точки «замораживания» получаем $t_f = (\gamma \hbar\omega_2/kT_f) \tau_{vf}$, где $\gamma = 2(\kappa-1)$. После подстановки выражения для τ_{vf} окончательно имеем $t_f = (\gamma \Theta_2/T_f p_f) \exp(BT_f^{-1/3} - C)$, $\Theta_2 = \hbar\omega_2/k$ — характеристическая температура.

В области стационарного течения, перейдя от переменной времени к радиусу по формуле $t = r/v_{mc}$, в безразмерных переменных для определения точки замораживания получаем выражение

$$r_f^{3-4\kappa} \left(\frac{\kappa+1}{\kappa-1} \right)^{\frac{2\kappa}{\kappa-1}} \frac{1}{a} = \exp \left[b \left(\frac{\kappa-1}{\kappa+1} \right)^{-\frac{\kappa-1}{6}} r_f^{\frac{2}{3}(\kappa-1)} - C \right],$$

где $a = \frac{\Theta_2}{T_1 p_1 t_1}$; $b = \frac{B}{\Theta_2^{1/3}} \left(\frac{\Theta_2}{T} \right)^{1/3}$; $C = 3,9$.

Для оценки возьмем $\kappa \approx 1,25$, $\Theta_2 = 1000$ К, $T_1 = 2000$ К, $p_1 r_1 = 10^3$. Тогда $r_f = 12$ (в расчетах $r_f = 12-15$).

Положение точки замораживания в области нестационарного течения, полученное при условии, что в области стационарного течения газ расширяется равновесно, определится следующим выражением:

$$\lambda t \frac{2(2\kappa-1)-1}{\alpha(2\kappa-1)} = \frac{\frac{1}{a_2} \frac{1-\kappa}{\alpha}}{\frac{1}{a(2\kappa-1)}} \exp \left[- \frac{b a_2 \frac{1-\kappa}{\alpha}}{\alpha(2\kappa-1)} \lambda \frac{\alpha(\kappa-1)}{3} \frac{2}{t^3} t^{2(\kappa-1)} + \frac{C}{\alpha(2\kappa-1)} \right],$$

$\alpha = 10$ (см. выражение (3.1)).

При тех же условиях, что и в области стационарного течения, получаем

$$\lambda = r/t = 3,66t^{-0,133}.$$

Например, для $t = 4$ это дает $r_f = 10$ (в расчетах $r_f = 10-12$).

Как видно из последнего выражения, точка замораживания в области нестационарного течения со временем медленно перемещается к участку стационарного течения.

В заключение сделаем замечание относительно влияния конденсации на течение газа. Колебательная релаксация влияет на течение газа при его расширении главным образом вследствие передачи тепла из колебательных степеней свободы в поступательные. Аналогичное явление передачи

тепла (скрытой теплоты парообразования) происходит и при конденсации газа. В [15] показано, что изменение распределений параметров потока при стационарном расширении газа (скорости, плотности, давления и поступательной температуры) происходит в этих двух случаях качественно одинаковым образом. Нет оснований считать, что в нестационарном случае эта аналогия нарушится.

Максимальная массовая доля конденсата при расширении газа обычно не превышает 20—30%. В этом случае в поток выделяется энергия, примерно равная энергии, запасенной в колебательных степенях свободы в рассмотренных в работе условиях ($T_1 = 2000$ К).

Таким образом, влияние конденсации на течение газа качественно можно проследить по представленным выше результатам для течения колебательно релаксирующего газа, причем максимальное влияние по порядку величины не будет превосходить отличия в распределениях параметров потока для равновесного течения от «замороженного».

Авторы благодарны П. А. Сквородко за полезные обсуждения.

Поступила 29 VIII 1980

ЛИТЕРАТУРА

1. Гусев В. Н. К вопросу о запуске сверхзвуковых сопел.—Инж. журн., 1961, № 1.
2. Чекмарев С. Ф. Неустановившееся радиальное расширение газа в затопленное пространство от внезапно включенного стационарного источника.— ПМТФ, 1975, № 2.
3. Набоко И. М., Белавин В. А. и др. Исследование нестационарной структуры потока при истечении ударно-нагретого газа.— ПМТФ, 1973, № 5.
4. Еремин А. В., Кочнев В. А. и др. Нестационарные процессы при запуске сильно недорасширенных струй.— ПМТФ, 1978, № 1.
5. Лосев С. А. Газодинамические лазеры. М.: Наука, 1977.
6. Самарский А. А., Попов Ю. П. Разностные схемы газовой динамики. М.: Наука, 1975.
7. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. М.: Наука, 1967.
8. Сквородко П. А. Колебательная релаксация в свободной струе углекислого газа.— В сб.: Некоторые задачи гидродинамики и теплообмена. Новосибирск: изд. ИТФ СО АН СССР, 1976.
9. Samas M. CO₂ relaxation processes in shock waves. BSD-TDR-64-96 Research Report, 194, 1964.
10. Агафонов В. П., Вертушкин В. К. и др. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике. М.: Машиностроение, 1972.
11. Ладыженский М. Д. Об истечении вязкого газа в пустоту.— ПММ, 1962, № 4.
12. Кондрашов В. Е., Поляничев А. Н., Фетисов В. С. Отражение волны разрежения от центра при адиабатическом разлете газового шара в пустоту.— Изв. АН СССР. МЖГ, 1974, № 5.
13. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М.: Физматгиз, 1963.
14. Седов Л. И. Методы подобия и размерности в механике. М.: Наука, 1972.
15. Жаркова Н. Г., Проккоев В. В. и др. Эффекты неравновесной конденсации и колебательной релаксации при сверхзвуковом расширении углекислого газа. Химическая физика процесса горения и взрыва. Кинетика химических реакций. Черногловка: изд. ОИХФ АН СССР, 1977.

УДК 533.6.011.8

КИНЕТИКА ЗАСЕЛЕННОСТЕЙ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ УРОВНЕЙ В СВОБОДНОЙ СТРУЕ АЗОТА

П. А. Сквородко, Р. Г. Шарафутдинов
(Новосибирск)

Вращательно-поступательная релаксация при сверхзвуковом расширении происходит с нарушением максвелловского распределения по вращательным уровням. Это установлено экспериментально с помощью различных методик: электронного пучка [1—3], тлеющего разряда [4], магнитного резонанса в молекулярном пучке [5], лазерного излучения [6].