

УДК 165.0

DOI: 10.15372/PS20230105

Карпенко И.А.

## ЛОГИКА МНОГОМИРОВЫХ МОДЕЛЕЙ И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНАЯ ИНТУИЦИЯ<sup>1</sup>

Статья посвящена проблеме описания действительности в языке математики и логики в связи с соответствующей определенному этапу развития знания интеллектуальной интуицией. Ставится вопрос о том, как изменятся базовые требования к математической теории и логике, если взять за основу некоторые из многомировых моделей современной физики. Математика рассматривается в контексте различных исторических подходов, анализируется взаимная критика интуиционизма, логицизма и формализма. Показывается, что некоторые из известных требований к формальной теории (вроде непротиворечивости) могут начать играть другую роль с принятием многомировой гипотезы. В условиях теорий, в основе которых лежит представление о множестве миров, споры, связанные с логическим следованием, законом Дунса Скота, законом исключенного третьего и другими известными фактами классической логики из-за их интуитивной неприемлемости, находят разрешение. Рассматривается подход, основанный на паранепротиворечивых логиках, – такие логики могут считаться первыми соответствующими многомировым теориям.

Предлагается к обсуждению проблема универсальности математического языка и сопутствующей интеллектуальной интуиции: способна ли математика описать любой из физически возможных миров и, соответственно, стать основой для «теории всего» (не столько в смысле теории квантовой гравитации, сколько как описывающей все возможные миры) и к каким гносеологическим следствиям это может привести.

Показывается, что в единой теории, претендующей на описание многомировых моделей, классическое интуитивное требование непротиворечивости становится ограничительным и служащим целям приближенного описания какого-то конкретного мира, а не совокупности всех возможных миров. Это требует смены общей методологии в рамках описания мира такой теорией и ревизии существующих стандартов.

*Ключевые слова:* непротиворечивость; противоречие; формальная теория; теория множества миров; логика; математика; философия науки; интеллектуальная интуиция

---

<sup>1</sup> Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-18-00450 (<https://rscf.ru/project/22-18-00450/>)

I.A. Karpenko

## LOGIC OF MULTIVERSE MODELS AND INTELLECTUAL INTUITION

The article deals with the problem of describing reality in the language of mathematics and logic with regard to the intellectual intuition corresponding to a certain stage in the development of knowledge. The question is raised of how the basic requirements for mathematical theory and logic will change if we take some of the multiverse models of modern physics as a basis. Mathematics is considered in the context of various historical approaches; mutual criticism of intuitionism, logicism and formalism is analyzed. It is shown that some of the well-known requirements for a formal theory (such as consistency) may begin to play a different role if the multiverse hypothesis is accepted. Under the theories based on the idea of the plurality of worlds, disputes related to logical consequence, the law of Duns Scotus, the law of the excluded middle and other well-known facts of classical logic, due to intuitive unacceptability, become resolved. An approach based on paraconsistent logics is considered; such logics can be treated as the first to conform to the multiverse theories.

The problem of the universality of the mathematical language and the accompanying intellectual intuition is proposed for discussion. Can mathematics describe any of the physically possible worlds and therefore become the basis for the “theory of everything” (not so much in the sense of the quantum gravity theory, but as describing all possible worlds) and in what epistemological consequences this can result?

It is shown that in a unified theory that claims to describe multiverse models, the classical intuitive requirement of consistency becomes restrictive and serving the purpose of an approximate description of a particular world, rather than the whole of all possible worlds. This requires a change in the general methodology in describing the world by such a theory and a revision of current standards.

*Keywords:* consistency; contradiction; formal theory; multiverse theories; logic; mathematics; philosophy of science; intellectual intuition

### Постановка проблемы

На сегодняшний день написано очень много работ, посвященных философии математики, получившей особенно сильное развитие с появлением различных программ обоснования и развития математики в первой половине XX в. в результате кризиса, предпосылки которого сформировались явно в XIX в. и в скрытой форме раньше. Основные вопросы, на которые пытались ответить первые философы математики (сами бывшие математиками), по сути, таковы: что такое математика, что именно она исследует и каков статус существования того, что она исследует, каковы критерии истинности математического знания, каково место математики среди других наук и некоторые другие. В настоящем исследовании математика нас интересует как максимум абстракции интеллектуальной интуи-

ции в описании действительности, и в здесь мы будем обращаться к соответствующим работам только постольку, поскольку они связаны с основной его целью: прояснения роли и содержания некоторых математических понятий в контексте многомировых концепций. Речь идет не столько о возможных мирах математической логики, сколько о моделях множества миров, которые предлагает современная физика (например, квантовый мультиверс, инфляционный, струнный и др.).

Хотя это всего лишь гипотезы, все они являются следствиями рабочих математических структур, описывающих соответствующую физическую реальность в рамках конкретной физической теории. Ряд из них имеют мощную экспериментальную базу (квантовая механика в виде стандартной модели физики элементарных частиц и общая теория относительности)<sup>2</sup>. По этой причине указанные гипотезы заслуживают внимания в целях изучения, но изучения не их самих по себе (об этом написано уже достаточно), а в связи с математическим анализом и формальной логикой как способом познания, восприятия и описания действительности. Это актуальная проблема, и в таком ракурсе классические программы обоснования математики могут заиграть новыми красками и получить дальнейшее развитие. (Однако необходимо иметь в виду, что в системе научного знания математические структуры опосредуются не только теориями, но и моделями, которые занимают промежуточное положение между эмпирикой и математикой. Такова, например, стандартная модель физики элементарных частиц, о которой будет разговор ниже, см. на эту тему [29].)

Здесь будет сформулирована гипотеза, согласно которой такие требования к теории, как непротиворечивость (и некоторые сопутствующие), могут оказаться необязательными (или даже невозможными) в условиях теорий, претендующих на описание всех возможных миров как равноправных, а не только выделенного, нашего мира, с которым соотносит теорию эксперимент. Обосновывается, что

---

<sup>2</sup> Вопросу множества миров посвящено много литературы. История вопроса с Античности до Нового времени изучается, например, в монографии В.П. Визгина [2], а также в классических монографиях А.Р. Прусса (A.R. Pruss) [31] и Д. Льюиса (D. Lewis) [25], где проблема рассматривается в более общем ключе. Там, где мы будем говорить о более современных подходах, не рассмотренных в указанных источниках, мы будем ссылаться на актуальные исследования в области философии, физики и математики.

рост абстракции в интеллектуальной интуиции естественным образом приводит к подобным результатам. Это позволяет по-новому взглянуть на известные логические принципы вроде принципа «из противоречия следует все что угодно», устранив в ряде случаев их интуитивную неприемлемость.

### **Формулировка основного понятия**

Для того чтобы решать поставленные в исследовании задачи, с разных сторон касающиеся философских проблем математики, необходимо разобраться со спецификой математики, с ее сущностными характеристиками, или, говоря языком логики, сформулировать понятие математического. Тут может быть много разных подходов в зависимости от исходной позиции по отношению к математике и к тому, чем она занимается. Современную математику можно рассматривать как предел абстрагирования – в том смысле, что она является абстрактным описанием реальности<sup>3</sup>. Уже здесь могут быть серьезные возражения, но нам близка позиция, высказанная в статье С. Бангу (S. Bangu) [12], где вполне убедительно обосновывается объяснительная роль математики.

Конечно, сама по себе математика, точнее, то, как ее использовали, не была изначально абстрактной. «Математические описания» Вавилона, Древнего Египта, греческой Античности были близки к естественному языку, который, в свою очередь, был близок к конкретным вещам. Однако те сущности, которые стояли за этими описаниями, например геометрические фигуры и числа, являются абстрактными, в том смысле, например, что квадратный корень или операция сложения не существуют как наблюдаемые явления природы. По мере развития науки математика становилась все более абстрактной как по своему содержанию, так и по языку. Очевидно, это были взаимосвязанные процессы: рост абстрагирования способствовал развитию науки, и наоборот.

Можно принять и такую точку зрения, что наука почти во всех своих областях имеет тенденцию ухода от описания, привязанного к привычным наблюдениям конкретных явлений, к их абстрактным

---

<sup>3</sup> Проблеме реализма в философии посвящен недавний сборник трудов, где рассматриваются подходы с позиций философии науки, эпистемологии и философии сознания [7].

аналогам. Например, медицинские, географические, математические, физические представления Античности и Средних веков сопровождались образами и метафорами (в том числе мифологическими) культурного пространства того времени. Но в науке имеет место своеобразная эволюция – постепенное отсекаание посторонних объектов и уход в сторону наибольшей абстракции для изолирования предмета исследования с целью достижения большей точности и конкретики и, что важно, также для того, чтобы говорить только об этом объекте и ни о чем другом, не имеющем к нему отношения.

Конечно, это касается в наибольшей степени естественных наук. Философия науки пользуется преимущественно естественным языком, а слова естественного языка и их связи неизбежно неоднозначны, метафоричны и даже мифологичны, хотя все равно и здесь отмечается рост абстракции, который заключается в уходе от разговорных понятий, основанных на бытовом опыте взаимодействия с реальностью. Но нельзя сказать, что в целом философия ушла от воображаемых сущностей, которым в наблюдаемой реальности ничего не соответствует. Это не так, она активно оперирует ими. Однако тот же упрек можно адресовать и математике, и даже физике<sup>4</sup>.

Для ряда ученых это служит аргументом в пользу того, что философия науки не нужна (по причине более низкого уровня абстракции по сравнению с тем, что она описывает), и, таким образом, такое описание и интерпретация суть не прогресс интеллектуальной интуиции, а наоборот, регресс. С нашей точки зрения, даже если это возражение в какой-то мере и верно, философия науки необходима, поскольку она позволяет высветить проблемы, которые стоят перед наукой, и наметить пути их решения, – в ее багаже имеется весь массив знаний о преемственности и развитии идей в истории науки.

Итак, математика – это максимум (на данный момент) абстрактного описания. Чего именно, пока не ясно: реальности или просто описания самого описания, т.е. независимой от физической действительности области абстрактных структур, случайным образом иногда коррелирующих с этой действительностью.

---

<sup>4</sup> Всю математику можно рассматривать как воображаемую, если не придерживаться математического платонизма, так же как и значительную часть физики. Например, ключевое понятие квантовой механики – волновая функция является математической абстракцией.

### Некоторые традиционные взгляды, которые необходимо учесть

Корень многих проблем при попытках прояснения оснований математики – в неясности сути и природы интеллектуальной интуиции. Категории «интеллектуальная интуиция» нет в современной нейробиологии, это философская абстракция, призванная обозначать некую мыслительную способность. Конечно, очень вероятно, что интуиция обеспечивается определенными нейронными связями в разных отделах мозга, но здесь не стоит задача осуществить нейробиологическую редукцию. В философии математики есть обширная литература, посвященная интеллектуальной интуиции – так, в недавней монографии О. Линнебо (O. Linnebo) [28] дается обзор этой и других проблем с опорой на современные исследования -, однако это не совсем то, что обычно понимается под интуицией в философии<sup>5</sup>.

В философии, говоря об интеллектуальной интуиции, чаще всего отсылают к Декарту, а также к идеям Спинозы, Юма, Локка и более сложным концепциям Канта, Фихте, Шеллинга и др., при этом речь чаще идет об «интеллектуальном созерцании», которое можно приравнивать к интуиции. Чертами интуиции объявляются очевидность, ясность, отчетливость, достоверность, фундаментальность и т.д. В целом, формулировка Декарта, где он называет интуицию отчетливым пониманием ясным умом объекта познания [4, с. 84], оказывается актуальной с некоторыми оговорками и сейчас (с учетом размытости определений естественного языка). Нам бы хотелось добавить для понимания интеллектуальной интуиции, что это еще и некая общечеловеческая способность мыслить с опорой на некоторые универсальные принципы. Например, о наличии такой интуиции говорят общее (относительно) единодушие в принятии базовых правил мышления (законов классической логики, которые, как считается, являются общими для всех), способность понимать и принимать математические доказательства и наличие консенсуса по этому вопросу. Э. Чуднофф (E. Chudnoff) в недавней статье [14]

---

<sup>5</sup> В статье Р. Тиззена (R. Tiessen) [37], впрочем, показывается связь математики и философии в вопросе интуиции– математическая интуиция: Геделя оказывается производной от философии Гуссерля и ряда других философов. Об этом см. также: [39].

предлагает различать три типа интуиции: полученную в ходе опыта, улучшенную, которая противоречит тому, что основано на здравом смысле, и интуицию, направляемую кем-то (экспертом, обучающим новичка). А. Ван-Куин (A. Van-Quynh) [38], придерживаясь той же позиции, показывает, опираясь на феноменологию, аналогию между математической и обычной (перцептивной) интуицией.

Для нас важно, что математическая интуиция более абстрактна за счет меньшей привязанности к непосредственно наблюдаемой реальности, которая формирует начальную интуицию. Но различия оказываются не столь принципиальны – в том смысле, что можно говорить о развитии интуиции вообще, и что она может быть усовершенствована. Поэтому деление интуиции на виды далее будем игнорировать, не различая обычную и математическую интуицию, полагая, что вторая есть результат роста абстракции в первой.

Какова природа этой интуиции? Обусловлена ли она исключительно культурными факторами, средой или же есть генетические факторы, задающие некие общие принципы формирования человеческого мозга? Вероятно, имеет место и то, и другое. Современные проекты по картированию мозга [19] косвенно свидетельствуют о том, что некоторые социокультурные факторы, которые традиционно считались порождением общественной жизни, могут иметь биологическое происхождение и возникают в ходе эволюции (тем не менее требуют развития в социальной среде), например, та же способность к абстрактному мышлению, тесно связанная с усвоением грамматических структур.

Оставив этот сложный вопрос в стороне, ограничимся некоторыми замечаниями общего характера. Во-первых, интуиция эволюционирует<sup>6</sup>. Это легко доказать на примере развития математики. Еще средневековым математикам понятия отрицательного числа, иррациональных чисел, комплексных чисел были чужды и непонятны – в том смысле, что это были контринтуитивные конструкции. Сегодня сложно кого-то удивить отрицательными числами, за исключением тех племен, относительно изолированных от цивилизации и ведущих первобытный образ жизни, у которых математика не получила никакого развития и, например, системы счета практиче-

---

<sup>6</sup> В.Н. Порус в статье об исторической эпистемологии и необходимости реформы философии познания [8], по сути, говорит об этом, но в других выражениях: усвоением является эволюция интеллектуальной интуиции.

ски нет [17]. Нам же отрицательные числа кажутся вполне интуитивными – по той причине, что мы осваиваем основы математики уже в раннем возрасте. То же касается, например, принципов общей теории относительности: для ученых эпохи Ньютона они показались бы невообразимыми и противоречащими интуиции, в то время как современному физическому они, напротив, представляются совершенно очевидными именно в плане интуиции (и представимыми – Эйнштейн формулировал их, основываясь на геометрической представимости). Аналогичная ситуация имеет место, возможно, и в квантовой механике: более чем вековая проблема интерпретации квантовой механики перестает быть проблемой в силу постепенного усвоения ее положений как фундаментальных, являющихся частью повседневного (научного) опыта (например, принятие интерпретации Эверетта с декогеренцией делает квантовую механику интуитивно приемлемой. Но, конечно, далеко не для всех.).

То есть, видимо, интуиция совершенствуется, включая ранее непредставимое и непостижимое в систему научного мировоззрения. Надо полагать, это естественный процесс.

Конечно, с квантовой механикой не так все очевидно, как с общей теорией относительности. И это объяснимо, объяснение как раз указывает на то, что интуиция если и не полностью сформирована эволюцией, то по крайней мере ею обусловлена. В самом деле, в ходе эволюции человек, как и любой другой организм, приспосабливался к условиям окружающей среды. Однако для выживания имеет значение восприятие объектов макромира: именно они (а не электроны, фотоны и кварки) играют роль в эффективности принятия повседневных решений и участия в естественном отборе. То есть, знание о микромире, о его свойствах, о поведении элементарных частиц с точки зрения выживания в природе бесполезно. Органы чувств и соответствующие структуры мозга организмов «заточены» под ориентацию и действия в макромире и не предназначены (или очень мало) для взаимодействия с объектами микромира.

Логично предположить, что и интуиция должна быть обусловлена этими же факторами (эволюционными). Таким образом, становится ясно, почему квантовая механика считается обычно контринтуитивной: в самом деле, многие ее положения противоречат классической интуиции и классической физике, построенной на ней. Но по мере того как квантовая механика становится частью опыта (и вполне осязаемого – современная электроника функционирует на

основе законов квантовой теории поля), она становится интуитивно приемлемой.

Конечно, положение об универсальности человеческой интуиции является спорным. Наглядные примеры этого – аксиома выбора, закон исключенного третьего, снятие двойного отрицания, бесконечные множества и т.п. По поводу этих конструкций пока еще нет (нельзя исключать вероятность того, что и не будет) полного консенсуса.

Ясно, что интуиции могут быть разными, но в определенных пределах. Так, едва ли найдется интуиция, для которой утверждение « $2+2=4$ » окажется контринтуитивным (хотя и тут есть возражения).

### Школы

Здесь мы рассмотрим некоторые традиционные позиции в философии математики и попытаемся сформулировать ответ на них, согласующийся с нашей позицией.

Кризис оснований математики, возникший в контексте интерпретации канторовой теории множеств, привел к появлению различных программ обоснования математики. Напомним, что в теории множеств возникли парадоксы, которые фактически указывали на ее противоречивость. Например, парадокс Рассела, парадокс Кантора, парадокс Ришара, парадокс Бурали-Форти, а также ряд других проблем вроде проблемы удвоения шара в результате применения аксиомы выбора. Так, парадокс Кантора состоит в том, что если множество всех множеств  $V$  существует, то мощность любого множества не может превосходить его мощность. Однако оказывается, что множество всех подмножеств имеет большую мощность, чем множество всех множеств, следовательно, последнее не может существовать<sup>7</sup>. Иначе это можно сформулировать следующим образом: не существует максимального кардинального числа. В философском плане этот парадокс близок к парадоксу всемогущества.

Различные программы, призванные построить математику, имеющую твердое основание и свободную от парадоксов, получили названия «формализм», «интуиционизм» и «логицизм». Подробный

---

<sup>7</sup> Возможный путь решения – избавление от принципа свертывания, согласно которому для любого свойства  $P$  считается существующим множество, состоящее из тех и только тех объектов, которые обладают свойством  $P$ .

разбор этих направлений с приведением аутентичных текстов их главных представителей дан в работах Ж. Ван Хейеноорта (J. van Heijenoort) [21] и Э. Снэппера (E. Snapper) [32]).

Говоря кратко, задача формалистского направления, возглавляемого Д. Гильбертом, заключалась в том, чтобы попытаться свести основания математики к изучению формальных систем. То есть Гильберт считал, что для любой математической теории можно построить систему аксиом и правил и задать правила вывода, на основании которых выводятся все возможные теоремы этой теории, и таким образом возможно доказать ее непротиворечивость и полноту. Пример такой системы – исчисление секвенций Генцена. Ясно, что в основе создания таких систем лежат принципы логики.

Интуиционизм, возглавляемый Л. Брауэром, полагает необходимым строить математику на очевидных интуитивных основаниях (как структуры, полностью порождаемые нашим разумом и не существующие самостоятельно). Так, аксиома выбора объявлялась контринтуитивной, поскольку она не позволяет построить объекты, а только говорит, что они есть, тогда как, по мнению интуиционистов, математика должна предлагать способ конструирования изучаемых объектов. В интуиционистской логике оспариваются снятие двойного отрицания, закон исключенного третьего и, следовательно, доказательство от противного. Доказательство непротиворечивости теории объявлялось лишним, поскольку интуиция сама по себе не содержит противоречий; отрицается актуальная бесконечность, т.е. интуиция имеет дело только с конечными множествами и, т.д.

Логицизм (Г. Фреге, Б. Рассел, А. Уайтхед) настаивал на возможности выведения всей математики из логических оснований. Идея в общих чертах заключается в том, что можно построить логическую систему, которая является основой для любых математических построений. Это можно интерпретировать как утверждение, что существует некая базовая логическая интуиция (законы мышления, присущие сознанию человека) и она первична в познании мира. Здесь также не обошлось без парадоксов: парадокс Рассела показывает, что канторова теория множеств и попытка ее формализации Г. Фреге являются противоречивыми. Рассел, пытаясь обойти проблему, в частности, вводит аксиому бесконечности, которая, строго говоря, не является логически обоснованной и интуитивно прием-

лемой (по крайней мере не для всех – она требует существования бесконечного множества).

Что касается программы формализма, то надежда на доказательство полноты и непротиворечивости любой корректной системы, в основе которой лежит формальная арифметика, оказалась, как известно, несбыточной. Полнота теории требует, чтобы в ней выводилось любое утверждение, доказуемое в этой теории, т.е. либо  $A$ , либо отрицание  $A$ . Непротиворечивость требует, чтобы в теории не выводились одновременно утверждения  $A$  и не  $A$ . Непротиворечивость так важна, поскольку выводимость в теории противоречий приводит к тому, что в этой теории становится истинным любое утверждение (в классической логике из противоречия следует все что угодно: если антецедент ложен, то при любом консеквенте высказывание истинно, а противоречие всегда ложно, т.е. высказывание « $A$  и неверно  $A$ » является тождественно-ложной формулой).

К. Гедель в 1930 г. показал (см. новое издание его трудов [20, р. 144–195]), что, во-первых, если формальная арифметика не содержит противоречий, то в ней есть формула, которая является невыводимой и истинной (неопровержимой). Это фактически указывает на неполноту и неразрешимость (отсутствие алгоритма доказательства любой истинной теоремы в системе) непротиворечивой теории. Во-вторых, он показал, что если формальная арифметика непротиворечива, то в ней нельзя вывести формулу, утверждающую ее непротиворечивость. Итак, непротиворечивость доказать нельзя, а формальная арифметика лежит в основе любой математической теории (где должны быть определены натуральные числа, сложение и умножение), таким образом, это проблема всей математики и программа Гильберта оказывается невыполнимой (вторая проблема из списка Гильберта [22]). Доказательство Г. Генцена [24, р. 476–499] непротиворечивости арифметики с использованием примитивной рекурсивной арифметики требует дополнительной аксиомы для трансфинитной индукции и проблему полноты не решает.

Интуиционистская программа в целом за счет вводимых ограничений оказалась очень сложна в плане доказательств, имеет жесткие ограничения на область доказуемого (в том числе по отношению к тому, что было уже доказано) и вызвала нарекания именно из-за своей контринтуитивности и споры относительно того, что считать интуитивным, а что – нет.

Хотя в целом такие утверждения, как закон исключенного третьего, в самом деле могут выглядеть контринтуитивными: он утверждает, что истинно либо  $A$ , либо не  $A$  вне зависимости от того, что это за  $A$ , т.е. можем ли мы его определить и сконструировать. Если не можем, то до тех пор, пока не доказана истинность утверждения, с точки зрения интуиционизма оно не является ни истинным, ни ложным. Однако для большинства логиков и математиков все же любое утверждение является истинным или ложным вне зависимости от нашего знания о нем. В общем, с этого начинается математический платонизм (см. монографию [36], в которой обсуждаются зарождение математического платонизма и его корни в философии Платона, Лейбница и Гуссерля, а также отношение Геделя к позиции Канта), который неприемлем для интуиционизма.

Тем не менее сбрасывать со счетов интуиционизм как казус было бы неправильно. Построенная на его базе интуиционистская логика оказалась вполне работоспособна, а требование конструируемости объектов, о которых идет речь, приветствуется в некоторых важных разделах современной математики.

Одной из проблем, породивших указанные подходы, была проблема непротиворечивости. Само по себе требование, что в теории не должны выводиться теоремы, которые противоречат друг другу, кажется вполне интуитивно приемлемым. Но, как уже отмечалось, в классической логике высказываний действует закон: из противоречия следует все что угодно. Таким образом, если в теории есть противоречие, любая формула является в ней теоремой (любая, которую можно сконструировать согласно определению формулы в данной теории). Это положение уже не кажется интуитивно очевидным – почему из противоречия должно следовать все что угодно с содержательной точки зрения (с формальной – да, это легко доказать в классической логике, как уже отмечалось, при ложном антецеденте вся формула будет теоремой).

### Логика и интуиция

Возникает вопрос: как классическая логика коррелирует с физической реальностью? И могут ли быть ситуации (миры), допускающие противоречия?

Существует бесконечное множество противоречивых формальных систем, которые в отечественной и зарубежной логике часто

называют паранепротиворечивыми (paraconsistent logic), при этом приставка «пара» в данном случае, конечно, не означает какого-то мистического содержания. В работе [34] из сборника «Contradictions, from Consistency to Inconsistency», посвященного проблемам противоречия и непротиворечивости, дается обзор природы таких систем. Это логические системы, в которых закон непротиворечия не является законом. И значит, из противоречия в них не следует все что угодно. Очевидно, такие логики описывают миры, в которых допустимы противоречия. Одновременно могут иметь место некие факты и их отрицания, но это не приводит к тривиальности<sup>8</sup>. В таких логиках количество теорем и количество формул не совпадают, так как количество формул больше.

Любопытно, что получить паранепротиворечивую логику можно из любой многозначной логики. «Наиболее простым и наглядным способом конструирования паранепротиворечивости является тот, когда к двум классическим истинностным значениям 1 (истина) и 0 (ложь) добавляется третье истинностное значение  $S$ , интерпретируемое разными авторами как “антиномично”, “парадоксально”, “противоречиво”. Приняв в качестве выделенных истинностных значений 1 и  $S$  и взяв  $S$  в качестве неподвижной точки, что позволяет определить отрицание как  $\neg(S) = S$ , имеем случай, когда  $(p \ \& \ \neg p)$  принимает выделенное значение. Очевидно, что эти логики, как и классическая, являются истинностно-функциональными. Не представляет труда сконструировать такие трехзначные логические матрицы, в которых правило *modus ponens* имеет место, а закон Дунса Скотта нет» [5].

То же касается релевантных и модальных логик: в них легко (и естественно) строить паранепротиворечивые логики (такова, например, дискурсивная логика Яськовского [23], которую некоторые считают исторически первой паранепротиворечивой).

Во всех этих системах можно рассматривать ситуации (подбирать соответствующие интерпретации), когда  $A$  и неверно  $A$  имеют место, а скажем,  $B$  – нет, и, таким образом, есть противоречие ( $A$  и не  $A$  истинно), но из него не следует все что угодно.

Отдельный вопрос – как трактовать отрицание. Уже в интуиционизме в связи со снятием двойного отрицания возникает эта

---

<sup>8</sup> Тривиальность – когда множество формул и множество теорем теории совпадают (именно это произойдет с теориями, построенными в классических логиках, если в них выводятся противоречивые теоремы).

проблема: что именно надо понимать под отрицанием и могут ли отрицания быть содержательно разными? Например, утверждение «неверно, что не идет дождь» в классической логике высказываний равнозначно утверждению «идет дождь». Интуиционисты не согласны: быть может, имеет место что-то третье. Отсюда один шаг до многозначной логики и до перехода к паранепротиворечивости.

Но здесь мы сконцентрируемся на другой проблеме, близкой к нашей задаче. Нас в первую очередь интересует, какой мир (миры) в физическом смысле могут описывать та или иная логическая теория и соответствующая ей математическая структура.

### **Возможное решение**

Подход к решению проблемы, который предлагаем мы, основывается на физических концепциях множества миров. В данном случае практически неважно, на каких именно, для наших целей подойдут многомировая интерпретация Эверетта [18], сценарий хаотической инфляции [26; 27], модель струнного ландшафта [33], миры на бране [40] и, видимо, другие концепции. Хотя все эти модели множества миров, безусловно, являются гипотетическими и пока не предвидится экспериментальной проверки, способной подтвердить какую-либо из них, здесь это не столь существенно, поскольку мы обсуждаем проблему в контексте логического и математического подходов (и соответствующей интеллектуальной интуиции), а все эти гипотезы являются следствиями работающих математических теорий некоторые из них не вызывают сомнений в своей адекватности и эффективности в силу именно соответствия экспериментальному критерию.

Теории мультивселенных предполагают множество миров (оно может быть конечным или бесконечным, как, например, в сценарии хаотической вселенной), которые реализуют все статистически возможные состояния реальности (например, в многомировой интерпретации). Эти состояния являются отражением возможных исходов событий и способов реализации известных законов физики, более широко – способов реализации законов природы, т.е. фундаментальных принципов, лежащих в основе любой возможной вселенной. Таким образом, если взять нашу вселенную за точку отсчета, среди множества миров могут быть найдены дубликаты нашей вселенной, миры, в определенной степени

отличающиеся, и принципиально иные миры – с другими фундаментальными физическими принципами.

Модели, претендующие на предельно широкое описание реальности (теория суперструн, М-теория, хаотическая инфляция и совмещающая эти подходы модель струнного ландшафта), описывают множества возможных миров и не имеют в своем арсенале инструментов для привязки теории конкретно к нашему миру [6]. В том смысле, что они говорят о множестве возможных вселенных как равноправных, а не описывают одну какую-то вселенную – поэтому в этих теориях не выводятся характеристики именно нашей вселенной (например, свойства наблюдаемых элементарных частиц), их нужно подставлять в уравнения вручную в рамках определенных моделей (как в стандартной модели физики элементарных частиц). Эксперимент в такой теории не играет традиционной роли, потому что в разных мирах в зависимости от различных начальных физических условий, он будет давать разные результаты<sup>9</sup>. Вопрос о роли эксперимента активно обсуждается в современной философии науки, например в недавней работе Р. Дэвида [16] предлагается использовать три вида внеэмпирических подтверждений в тех случаях, когда эксперимент неприменим.

В контексте настоящего исследования важно, что среди множества миров, возможно, найдутся такие, в которых имеют место противоречивые события. Например, в мире  $N$  истинно высказывание «электрон имеет массу  $x$ », а в мире  $M$  оно ложно (вследствие экспериментальных данных, а теории, описывающие эти миры, базируются именно на эксперименте). В каждом из этих миров конъюнкция утверждений «электрон имеет массу  $x$ » и «неверно, что электрон имеет массу  $x$ » представляет собой противоречие. Допустим, существует некая теория  $T$  множества миров, не привязанная к описанию какого-то одного из миров (как, например, механика Ньютона привязана к нашему), она описывает многообразие миров, в том числе  $N$  и  $M$ . В ней конъюнкция этих утверждений будет выглядеть, конечно, как противоречие ( $A$  и неверно  $A$ ). Но оно («электрон имеет массу  $x$ » и «неверно, что электрон имеет массу  $x$ ») будет истинным и из него не будет следовать все что угодно в этой теории  $T$ .

---

<sup>9</sup> Но эксперимент важен, чтобы узнать параметры частиц нашей вселенной для постановки их в теорию (см. также о проблеме воспроизводимости в научном эксперименте [9]).

Разумеется, в рамках одного конкретного мира такое утверждение будет ложным и из него будет следовать все, что угодно. Но если допустимы миры с разными массами элементарных частиц, то это будет не так. Вообще же, в рамках теории, описывающей все возможные миры, должны быть истинными любые утверждения, которые не противоречат фундаментальной физике.

### **Платонизм, противоречие и интуиция**

Теорию идей Платона (развиваемую в диалогах «Тимей», «Парменид», «Государство»), несколько упрощая, можно выразить так: есть идеальные прообразы вещей наблюдаемого мира – эйдосы, и они-то и существуют реально, а наблюдаемый мир – нет, он скорее тень, отражение мира идей (хотя это не совсем верно, потому что в некоторых местах диалогов утверждается, что между миром идей и миром теней нет никакой связи и потому познание должно быть обращено не на изучение свойств наблюдаемого мира, а на идеальный мир). Именно это – представление о том, что познание должно быть обращено сразу на мир идей, минуя чувственно познаваемое, и является привлекательным сюжетом для многих математиков. Современные математические платоники среди идей оставляют лишь математические объекты, а их комбинирование во множество структур порождает все многообразие того, что мы воспринимаем чувственно. Вопросу математического платонизма посвящена обширная литература. Мы исходим из формулировок, изложенных в классической работе М. Балагера [11], где в равной мере рассматриваются и антиплатонические позиции, а также из содержания более современной и детальной монографии М. Панца и А. Серени [30]: математический платонизм можно рассматривать именно как максимум абстракции, как уход от наблюдаемых явлений к их математическим прототипам. Ж. Коте (G. Côté) в важной статье [15] рассматривает контринтуитивные свойства такой абстракции, как бесконечность, и доказывает, что они приводят к математическому платонизму, и также показывает, как наличие абстрактной бесконечности объясняет, почему во вселенной есть нечто вместо ничто, оригинально решая старую лейбницеvскую проблему.

У Платона есть, правда, посредник между идеальным миром и миром чувственным – это пространство, необходимое для занятий

геометрией. Современным математическим платоникам такой посредник не нужен, для них математические структуры и есть та реальность, которая стоит за видимой реальностью, и эти структуры суть абстракции, не связанные ни с чем чувственно воспринимаемым, они никак не выглядят, а являются именно полностью абстрактными идеями. Очевидно, для математического платоника не стоит проблема познаваемости вещей самих по себе, потому что ноумены постигаемы математической интуицией.

Гипотеза математической вселенной, предложенная М. Тегмарком (35] в качестве основы «теории всего», воплощает именно эту позицию – представление о реальности многообразия математических структур, которые можно рассматривать как биты информации, описывающие ту или иную виртуальную реальность (все наблюдаемое, чувственно воспринимаемое в этом смысле оказывается виртуальным). Наше сознание в таком случае способно воспринимать чистые идеи (математику), но по каким-то причинам трансформирует их в то, что мы называем чувственно воспринимаемым.

Тегмарк предлагает способ реализации мультивселенной как множества различных математических структур. Структур существует очень много, вероятно, бесконечно много, поскольку каждую математическую структуру можно рассматривать как некую вселенную.

В этом контексте возникает вопрос: универсальна ли математика как средство описания реальности или нет? Если да, т.е. существует единая математика (и универсальная интеллектуальная интуиция, которая сама должна иметь математическую природу, а ее развитие – рост абстракции – означает возвращение в мир идей) как способ описания всех существующих в ней структур, то весь мультиверс познаваем в рамках универсальной интуиции. Математика может и не быть универсальной. И разные математики не обязательно будут соизмеримы, в таком случае нельзя говорить и о каком-то универсальном противоречии. Но это никак не связано с требованием непротиворечивости. То есть различные математические структуры в мультивселенной могут противоречить друг другу и быть несовместимыми в рамках одной вселенной.

Говоря иначе, критерий непротиворечивости можно рассматривать как требование привязки к описанию непосредственно наблюдаемой реальности, которая дает согласованные результаты в эксперименте. Но с точки зрения мультивселенной требование непроти-

воречивости является необоснованным (удобным ограничением для практических целей).

Возьмем пример из формальной арифметики:  $2+2=4$ . Противоречивым к нему будет утверждение «неверно, что  $2+2=4$ », что вообще не означает « $2+2$  не должно быть равно только 4 и ничему больше». Говорится только о том, что  $2+2$  не равно 4, но это не значит, что сумма не может быть равна чему-нибудь еще, например 5. То есть утверждение « $2+2=5$ » не является противоречивым по отношению к « $2+2=4$ ». А к чему оно будет противоречивым? Только к утверждению «неверно, что  $2+2=5$ ».

Это очень важные нюансы для понимания сути противоречия вообще. Высказывание «этот человек жив и мертв» не содержит никакого противоречия (только указывает на противоположность состояний). Противоречие содержит высказывание «этот человек жив и этот человек не жив», оно в классической логике высказываний ложно. Далее можно рассуждать, является ли тавтологией «мертв, т.т.т. когда не жив», что спорно, потому что интерпретации могут быть разные. То есть вопрос в том, как соотносятся функции истинности и различными состояниями. Квантовая логика имеет дело именно с состояниями, а не с функциями истинности, т.е., следуя нашему примеру, с состояниями «жив», «мертв» и суперпозициями («жив и мертв», «не жив и не мертв»), которые находятся между этими крайними состояниями, но не с вопросами типа «является ли высказывание “объект жив и не жив” истинным?». Впрочем, в квантовой механике ответ на такой вопрос очевиден: да, истинно (это суперпозиция), что соответствует интуиции многомировой интерпретации.

### Многомировая интерпретация

Если придерживаться копенгагенской интерпретации квантовой механики с коллапсом волновой функции, то сохраняется привычная привязка наблюдаемых фактов к конкретной вселенной – той, в которой ставится эксперимент. То есть эксперимент показывает соответствие теории наблюдаемой реальности (при этом теория должна предсказывать результаты наблюдения). Есть одна физическая реальность – наш мир с его набором законов природы, и теория описывает ее. Коллапс волновой функции – это результат наблюдения мира. Остается вопрос: почему объекты микромира, когда вол-

новая функция коллапсирует, выбирают одно-единственное местоположение из множества возможных, хотя, как утверждает уравнение Шредингера, до акта измерения они находились в суперпозиции, т.е. во всех возможных местах сразу? В этой интерпретации отсутствует объяснение, ответ на вопрос «почему?». Ответ копенгагенской интерпретации: нипочему. Так себя ведет реальность, это ее свойство, а наши попытки объяснить указывают не на ограниченность теории, а на ограниченность (недоразвитость) нашей интеллектуальной интуиции, ищущей классические объяснения там, где их нет. Иначе говоря, не нужно задавать вопросы, не имеющие смысла, а нужно всего лишь описывать результаты эксперимента.

Но объяснение, как нам кажется, все же возможно. Введение волновой функции вселенной, которое, по сути, предлагает многомировая интерпретация Эверетта, дает такое объяснение. Все исходы имеют место и нет коллапса волновой функции, то, что мы наблюдаем как коллапс, есть реализация конкретного исхода из множества исходов в параллельных мирах. Добавляем декогеренцию (взаимодействие квантово-механической системы с окружающей средой, в результате которого нарушается когерентность и система приобретает черты классической, макроскопической, системы, впервые описано в статье Х.Д. Зеха [41]), и решается также проблема несоответствия поведения микромира и макромира.

Что это означает в контексте рассматриваемой нами проблемы? Уравнение Шредингера описывает эволюцию системы во времени, множество ее состояний есть суперпозиция всех вероятных исходов. Квантово-механическая вероятность не совпадает с классической, она допускает как бы «смешение» состояний, т.е. не «электрон там или там», а «электрон и там, и там».

Рассмотрим требование непротиворечивости в указанном контексте. Противоречивым по отношению к утверждению «электрон находится в  $A$ » будет утверждение «неверно, что электрон находится в  $A$ ». Собственно, конъюнкция этих утверждений не будет истинной ни в одной выделенной вселенной, но будет истинной (напомним, что конъюнкция истинна, только когда оба ее члена истинны) в мультивселенной многомировой интерпретации (во вселенной  $X$ , отличающейся от  $Y$  не более чем расположением электрона  $N$ , электрон  $N$  обнаружен в  $A$ , а во вселенной  $Y$  не обнаружен в точке  $A$ ). Следует ли из этой конъюнкции любое утвер-

ждение (напомним, в классической логике из противоречия следует все что угодно)? Очевидно, нет. Но какое-то истинное следовать может.

Утверждение «неверно, что электрон находится в  $A$ » можно переформулировать следующим образом: «электрон находится не в  $A$ ». Так конъюнкция примет вид «электрон находится в  $A$  и электрон находится не в  $A$ », и это противоречие, возможно, ближе к квантовой суперпозиции и также является истинным.

### Что в результате?

В классической логике высказываний утверждение «есть разумная жизнь и нет разумной жизни, следовательно, существует круглый квадрат» истинно. Очевидно, говорить об интуитивной приемлемости таких истин не приходится, хотя бы уже потому, что нет никакой связи между посылкой и заключением. Релевантная логика пытается обойти это, разумно требуя наличия связи между antecedentом и консеквентном, что при определенных условиях приводит к паранепротиворечивой системе, которая может казаться интуитивно приемлемой только с учетом мультивселенной: на множестве возможных миров утверждение «есть разумная жизнь и нет разумной жизни» является истинным, и из этого не должно следовать никакое не связанное с этим утверждение, тем более что если последнее ложно, то и результат будет ложен (поскольку нет оснований сомневаться в ложности формулы при ее истинном antecedente и ложном консеквенте). В многомировых теориях утверждение «есть разумная жизнь и нет разумной жизни, следовательно, существует круглый квадрат» является ложным, что, на наш взгляд, более приемлемо интуитивно.

С принятием концепций множества миров, как они представлены в современных математике и физике, требование непротиворечивости начинает выглядеть требованием приближенности к описанию наблюдаемой вселенной (поскольку в рамках одной вселенной закон непротиворечия, по всей видимости, должен соблюдаться, хотя не ясно, обязательно ли это для любой возможной вселенной). Отказ от необходимости такого соответствия наблюдаемой реальности является развитием интеллектуальной интуиции (в направлении роста абстракции, поскольку многомировые теории в своей основе суть математические абстракции).

Одним из претендентов на описание такой действительности может быть логика, основанная на квантовых суперпозициях (она в чем-то сближается с интуиционизмом: в ней нет законов исключенного третьего, требование непротиворечивости отпадает как ограничительное).

Может ли быть построена такая логика, которая легла бы в основу «теории всего», описывающей все возможные миры, пока не ясно. Исследования в области квантовой логики застрагивают лишь часть обсуждаемых тут аспектов проблемы<sup>10</sup>. Здесь же требовалось показать, что непротиворечивость не является безоговорочным интуитивным условием, отражающим закономерности природы. Скорее это обусловлено функционально-прикладным характером теорий, ориентированным на описание наблюдаемой вселенной, и ограниченностью соответствующей интеллектуальной интуиции.

## Литература

1. *Васюков В.Л.* Квантовая логика. М.: ПЕР СЭ, 2005. 192 с.
2. *Визгин В.П.* Идея множественности миров. М.: Изд-во ЛКИ, 2007. 336 с.
3. *Декарт Р.* Сочинения: В 2 т. / Под ред. В.В. Соколова. М.: Мысль, 1989. Т. 1. 656 с.
4. *Карпенко И.А.* Физические теории в условиях множества возможных миров // Философский журнал. 2017. Т. 10, № 2. С. 62–78.
5. *Карпенко А.С.* Паранепротиворечивая логика // Электронная библиотека ИФ РАН. Новая философская энциклопедия. URL: <https://iphlib.ru/library/collection/newphilenc/document/HASH6e472c9660a3b326ebfc6e> (дата обращения: 30.11.2022).
6. *Перспективы реализма в современной философии* / Под ред. В.А. Лекторского. М.: Канон+, 2017. 464 с.
7. *Порус В.Н.* Историческая эпистемология – триггер реформы философии познания // Вопросы философии. 2021. № 5. С. 47–57.
8. *Пронских В.С.* Всегда ли воспроизводимость важна и возможна для научного эксперимента? // Вопросы философии. 2021. № 8. С. 103–115.
9. *Balaguer M.* Platonism and Anti-Platonism in Mathematics. Oxford: Oxford University Press, 1998. 240 p.
10. *Bangu S.* Mathematical Explanations of Physical Phenomena. Taylor and Francis Online. Australasian Journal of Philosophy. 2020. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00048402.2020.1822895?journalCode=rajp20> (дата обращения 30.11.2022).
11. *Birkhoff G., von Neumann J.* The logic of quantum mechanics // Annals of Mathematics. 1936. Vol. 37. P. 823–843.

---

<sup>10</sup> Первые попытки были предприняты довольно давно, см., например, [13]. Более актуальная работа – монография В.Л. Васюкова [1].

12. *Chudnoff E.* In search of intuition // *Australasian Journal of Philosophy*. 2020. Vol. 98, No. 3. P. 465–480.
13. *David R.* The Significance of Non-Empirical Confirmation in Fundamental Physics. 2017. URL: [<https://arxiv.org/pdf/1702.01133.pdf>] (дата обращения: 30.11.2022).
14. *Côté G.* Mathematical platonism and the nature of infinity // *Open Journal of Philosophy*. 2013. Vol. 3, No. 3. P. 372–375.
15. *Everett H.* The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics / Ed. by B.S. DeWitt, N. Graham. Princeton: Princeton University Press, 1973. P. 3–140.
16. *Everett D.* Recursion and Human Thought: Why the Pirahã Don't Have Numbers. Edge. 2007. URL: [[https://www.edge.org/conversation/daniel\\_1\\_everett-recursion-and-human-thought](https://www.edge.org/conversation/daniel_1_everett-recursion-and-human-thought)] (дата обращения 30.11.2022).
17. *Filler A.* The history, development and impact of computed imaging in neurological diagnosis and neurosurgery: CT, MRI, and DTI // *Nature Proceedings*. 2009. Vol. 7, No. 1. P. 1–76.
18. *Gödel K.* Kurt Gödel: Collected Works. Vol. 1: Publications 1929–1936 / Ed. by S. Feferman et al. Oxford: Oxford University Press, 2001. 504 p.
19. *Hilbert D.* Mathematical problems // *Bulletin of the American Mathematical Society*. 1902. Vol. 8, No. 10. P. 437–479.
20. *Jaśkowski S.* Propositional calculus for contradictory deductive systems // *Studia Logica*. 1969. Vol. 24. P. 143–157.
21. *Kleene S.C.* Introduction to Metamathematics. Whitefish, M: Literary Licensing, LLC, 2012. 560 p.
22. *Lewis D.* On the Plurality of Worlds. Oxford: Blackwell, 2001. 287 p.
23. *Linde A.* A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems // *Physics Letters B*. 1982. Vol. 108, No. 6. P. 389–393.
24. *Linde A.* Chaotic inflation // *Physics Letters B*. 1983. Vol. 129, No. 3-4. P. 177–181.
25. *Linnebo O.* Philosophy of Mathematics. Princeton: Princeton University Press, 2020. 216 p.
26. *Models as Mediators: Perspectives on Natural and Social Science (Ideas in Context)* / Ed. by M. Morgan & M. Morrison. Cambridge: Cambridge University Press, 1999. 420 p.
27. *Panza M., Sereni A.* Plato's Problem: An Introduction to Mathematical Platonism. London: Palgrave-Macmillan, 2013. 322 p.
28. *Pruss A.R.* Actuality, Possibility, and Worlds. London: Continuum, 2011. 320 p.
29. *Snapper E.* The three crises in mathematics: logicism, intuitionism and formalism // *Mathematics Magazine*. 1979. Vol. 52, No. 4. P. 207–216.
30. *Susskind L.* The Anthropic Landscape of String Theory. 2003. URL: [<https://arxiv.org/pdf/hep-th/0302219.pdf>] (дата обращения 30.11.2022).
31. *Szmuc D., Pailos F., Barrio E.* What is a paraconsistent logic? // *Contradictions, from Consistency to Inconsistency* / Ed. by J. Malinowski & W. Carnielli. Berlin: Springer, 2018. P. 89–108.
32. *Tegmark M.* Is «the theory of everything» merely the ultimate ensemble theory? // *Annals of Physics*. 1988. Vol. 270, No. 1. P. 1–51.
33. *Tieszen R.* Arithmetic, mathematical intuition, and evidence // *Inquiry: An Interdisciplinary Journal of Philosophy*. 2015. Vol. 58, No. 1. P. 28–56.
34. *Tieszen R.* After Gödel: Platonism and Rationalism in Mathematics and Logic. Oxford: Oxford University Press. 2011. 245 pp.

35. *Heijenoort J., van.* From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931. Cambridge, MA: Harvard University Press, 2002. 680 p.
36. *Van-Quynh A.* The three formal phenomenological structures: A means to assess the essence of mathematical intuition // Journal of Consciousness Studies. 2019. Vol. 26, No. 5-6. P. 219–241.
37. *Weinberg J.M., Nichols S., Stich S.* Normativity and epistemic intuitions // Philosophical Topics. 2001. Vol. 29, No.1. P. 429–460.
38. *Yau S., Nadis S.* The Shape of Inner Space: String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions. N.Y.: Basic Books, 2010. 400 p.
39. *Zeh H.D.* On the interpretation of measurement in quantum theory // Foundations of Physics. 1970. Vol. 1. P. 69–76.

## References

1. *Vasyukov, V.L.* (2005). Kvantovaya logika [Quantum Logic]. Moscow, PER SE Publ., 191.
2. *Vizgin, V.P.* (2007). Ideya mnozhestvennosti mirov [The Idea of the Plurality of Worlds]. Moscow, LKI Publ., 336.
3. *Descartes, R.* (1981). Sochineniya: V 2 t. [Works: In 2 vols.]. Ed. by V.V. Sokolov. Moscow, Mysl Publ., Vol. 1, 656. (In Russ.).
4. *Karpenko, A.S.* Paraneprivorechivaya logika [Paraconsistent Logic]. Novaya filosofskaya entsiklopediya [New Philosophical Encyclopedia]. Electronic library of the Institute of Philosophy RAS. Available at: <https://iphlib.ru/library/collection/newphilenc/document/HASH6e472c9660a3b326ebfc6e> (date of access: 30.11.2022).
5. *Karpenko, I.A.* (2017). Fizicheskie teorii v usloviyakh mnozhestva vozmozhnykh mirov [Physical theories in the conditions of many possible worlds]. Philosophy Journal, Vol. 10, No. 2, 62–78.
6. *Lektorskii, V.A.* (Ed.). Perspektivy realizma v sovremennoy filosofii [Perspectives of Realism in Contemporary Philosophy]. Moscow, Kanon+ Publ., 464.
7. *Porus, V.N.* (2021). Istoricheskaya epistemologiya – trigger reformy filosofii poznaniya [Historical epistemology as a trigger for the reform of the philosophy of knowledge]. Voprosy filosofii [Problems of Philosophy], 5, 47–57.
8. *Pronskikh, V.S.* (2021). Vsegda li vosproizvodimost vazhna i vozmozhna dlya nauchnogo eksperimenta? [Is reproducibility always important and possible for a scientific experiment?]. Voprosy filosofii [Problems of Philosophy], 8, 103–115.
9. *Balaguer, M.* (1998). Platonism and Anti-Platonism in Mathematics. Oxford, Oxford University Press, 240.
10. *Bangu, S.* (2020). Mathematical Explanations of Physical Phenomena. Taylor and Francis Online. Australasian Journal of Philosophy. Available at: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/00048402.2020.1822895?journalCode=rajp20> (date of access: 30.11.2022).
11. *Birkhoff, G. & J. von Neumann.* (1936). The logic of quantum mechanics. Annals of Mathematics, 37, 823–843.
12. *Chudnoff, E.* (2020). In search of intuition. Australasian Journal of Philosophy, Vol. 98, No. 3, 465–480.
13. *Côté, G.* (2013). Mathematical platonism and the nature of infinity. Open Journal of Philosophy, Vol. 3, No. 3, 372–375.

14. *David, R.* (2017). The Significance of Non-Empirical Confirmation in Fundamental Physics. Available at: <https://arxiv.org/pdf/1702.01133.pdf> (date of access: 30.11.2022).
15. *Everett, D.* (2007). Recursion and Human Thought: Why the Pirahã Don't Have Numbers. Edge. Available at: [https://www.edge.org/conversation/daniel\\_1\\_everett-recursion-and-human-thought](https://www.edge.org/conversation/daniel_1_everett-recursion-and-human-thought) (date of access: 30.11.2022).
16. *Everett, H.* (2015). The Many-Worlds Interpretation of Quantum Mechanics. Ed. by B.S. DeWitt. Princeton, Princeton University Press, 263.
17. *Filler, A.* (2009). The history, development and impact of computed imaging in neurological diagnosis and neurosurgery: CT, MRI, and DTI. *Nature Proceedings*, Vol. 7, No. 1, 1–76.
18. *Gödel, K.* (2001). Kurt Gödel: Collected Works. Vol. 1: Publications 1929–1936. Ed. by S. Feferman et al. Oxford, Oxford University Press, 504.
19. *Heijenoort, J., van.* (2002). From Frege to Gödel: A Source Book in Mathematical Logic, 1879–1931. Cambridge, MA, Harvard University Press, 680.
20. *Hilbert, D.* (1902). Mathematical problems. *Bulletin of the American Mathematical Society*, Vol. 8, No. 10, 437–479.
21. *Jaśkowski, S.* (1969). Propositional calculus for contradictory deductive systems. *Studia Logica*, 24, 143–157.
22. *Kleene, S.C.* (2012). Introduction to Metamathematics. Whitefish, MT, Literary Licensing, LLC, 560.
23. *Lewis, D.* (2001). On the Plurality of Worlds. Oxford, Blackwell, 287.
24. *Linde, A.* (1982). A new inflationary universe scenario: A possible solution of the horizon, flatness, homogeneity, isotropy and primordial monopole problems. *Physics Letters B*, Vol. 108, No. 6, 389–393.
25. *Linde, A.* (1983). Chaotic inflation. *Physics Letters B*, Vol. 129, No. 3-4, 177–181.
26. *Linnebo, Ø.* (2020). *Philosophy of Mathematics*. Princeton, Princeton University Press, 216.
27. *Morgan, M. & M. Morrison* (Eds.). (1999). *Models as Mediators: Perspectives on Natural and Social Science (Ideas in Context)*. Cambridge, Cambridge University Press, 420.
28. *Panza, M. & A. Sereni.* (2013). *Plato's Problem: An Introduction to Mathematical Platonism*. London, Palgrave-Macmillan, 322.
29. *Pruss, A.R.* (2011). *Actuality, Possibility, and Worlds*. London, Continuum, 320.
30. *Snapper, E.* (1979). The three crises in mathematics: logicism, intuitionism and formalism. *Mathematics Magazine*, Vol. 52, No. 4, 207–216.
31. *Susskind, L.* (2003). The Anthropic Landscape of String Theory. Available at: <https://arxiv.org/pdf/hep-th/0302219.pdf> (date of access: 30.11.2022).
32. *Szmuc, D., F. Pailos & E. Barrio.* (2018). What is a paraconsistent logic? In: *Malinowski, J. & W. Carnielli* (Eds.). *Contradictions, from Consistency to Inconsistency*. Berlin, Springer, 89–108.
33. *Tegmark, M.* (1988). Is “the theory of everything” merely the ultimate ensemble theory? *Annals of Physics*, Vol. 270, No. 1, 1–51.
34. *Tieszen, R.* (2011). *After Gödel: Platonism and Rationalism in Mathematics and Logic*. Oxford, Oxford University Press, 245.
35. *Tieszen, R.* (2015). Arithmetic, mathematical intuition and evidence. *Inquiry: An Interdisciplinary Journal of Philosophy*, Vol. 58, No. 1, 28–56.

36. *Van-Quynh, A.* (2019). The three formal phenomenological structures: A means to assess the essence of mathematical intuition. *Journal of Consciousness Studies*, Vol. 26, No. 5–6, 219–241.

37. *Weinberg, J.M., S. Nichols & S. Stich.* (2001). Normativity and epistemic intuitions. *Philosophical Topics*, Vol. 29, No. 1, 429–460.

38. *Yau, S. & S. Nadis.* (2010). *The Shape of Inner Space: String Theory and the Geometry of the Universe's Hidden Dimensions*. New York, Basic Books, 400.

39. *Zeh, H.D.* (1970). On the interpretation of measurement in quantum theory. *Foundations of Physics*, 1, 69–76.

### **Информация об авторе**

*Карпенко Иван Александрович* – Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики». (109028, Москва, Покровский бульвар, 11).  
gobzev@hse.ru

### **Information about the author**

*Karpenko, Ivan Aleksandrovich* – HSE University (11, Pokrovsky Boulevard, Moscow 109028, Russia).  
gobzev@hse.ru

Дата поступления 02.12.2022