

**ПОГРАНИЧНЫЙ СЛОЙ В ОКРЕСТНОСТИ ТОЧКИ ТОРМОЖЕНИЯ
ТЕЛА ОСЕВОЙ СИММЕТРИИ В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ**

В. С. Терпигорьев

(Ленинград)

Рассматривается течение в пограничном слое в окрестности точки торможения плоской пластины. Внешний поток представляет собой турбулентное течение типа струйного, направленного по нормали к пластине.

Предположения о связи пульсаций скорости и температуры в пограничном слое с осредненными параметрами, выбранные на основе экспериментальных данных, позволили получить автомодельное решение уравнений пограничного слоя.

Получены соотношения для трения и теплопередачи на стенке в области градиентного течения с учетом влияния турбулентности набегающего потока. Показано, что трение на стенке нечувствительно к турбулентности набегающего потока, а теплопередача существенно увеличивается с ростом пульсаций внешнего течения.

Указанные особенности подтверждаются результатами экспериментального исследования [1-4].

1. Поля скорости и теплосодержания в пограничном слое при наличии турбулентных пульсаций во внешнем потоке. Из теории устойчивости следует, что течение в пограничном слое в окрестности точки торможения из-за наличия отрицательного градиента давления остается устойчивым к возмущениям, проникающим в пограничный слой. Течение в пограничном слое остается ламинарным.

Однако пульсации внешнего турбулентного потока на границе пограничного слоя не могут исчезнуть мгновенно и распространяются в пограничном слое, по крайней мере в его внешней части. Это приводит к появлению дополнительных напряжений трения и потока тепла, обусловливаемых членами $-\rho \langle v'_x v'_r \rangle$ и $-\rho \langle v'_x h' \rangle$, где v'_x, v'_r — поперечная и продольная относительно стенки компоненты пульсации скорости, h' — пульсация теплосодержания, ρ — плотность потока.

Как показали результаты экспериментального исследования [5], особенности течения в пограничном слое в окрестности точки торможения не позволяют использовать для нахождения связи между осредненным и пульсационным течениями формулу Прандтля или ее модификации [6-8]. Несоответствие формулам для пути смешения, которые нашли большое применение для расчета турбулентных пограничных слоев, связано с различным характером возникновения пульсаций в обычном турбулентном пограничном слое и в пограничном слое в окрестности точки торможения.

В первом случае возникновение турбулентности обусловлено потерей устойчивости пограничного слоя. Во втором случае возникновение турбулентности связано с проникновением из основного течения пульсаций, которые вследствие устойчивости пограничного слоя затухают в нем.

Если воспользоваться формулой Прандтля для продольной пульсации скорости

$$V \langle v_r'^2 \rangle = l \frac{\partial v_r}{\partial x}$$

то на внешней границе пограничного слоя при конечном значении пути

смещения l получим $V \langle v_r'^2 \rangle|_s = 0$, в то время как в реальном течении среднеквадратичная величина продольной составляющей пульсации скорости имеет конечное значение, равное среднеквадратичной величине пульсации скорости в набегающем потоке.

Теоретическое исследование влияния турбулентности набегающего потока на течение и теплообмен в пограничном слое проведено в [9] для плоского и в [10] для осесимметричного течений. Используемые в этих работах соотношения для турбулентной вязкости ν_ϵ , как показано в [5], неточно описывают течение в пограничном слое. Поэтому результаты расчета, полученные в указанных работах, не совпадают с результатами экспериментального исследования, проведенного в широком диапазоне изменения параметров набегающего потока. В данной работе решение получено на основе экспериментальных результатов [5, 11].

В работе [5] приводятся результаты экспериментального исследования течения при натекании осесимметричной струи на пластину, расположенную по нормали к оси струи. Скорость на срезе сопла U_a изменялась от 7 до 30 м/сек, число Рейнольдса $R_a = U_a d_a / \nu$ — от $4 \cdot 10^4$ до $5 \cdot 10^5$, начальная турбулентность (на срезе сопла) $\epsilon_a = 0.015$. Здесь d_a — диаметр выходного сечения сопла, ν — кинематическая вязкость потока. Измерялись осредненная во времени скорость потока и продольная компонента пульсации скорости в области взаимодействия струи с пластиной и в пристеночном пограничном слое. Было установлено, что в пристеночном пограничном слое течение остается устойчивым к пульсациям набегающего потока. Профиль осредненной во времени скорости совпадает с профилем скорости для ламинарного пограничного слоя в окрестности точки торможения.

Результаты экспериментального исследования, изложенные в [5], были использованы для решения уравнений движения жидкости в пограничном слое тела осевой симметрии в окрестности точки торможения, которые можно записать в виде

$$\begin{aligned} \frac{\partial r v_r}{\partial r} + \frac{\partial r v_x}{\partial x} &= 0 \\ (1.1) \quad v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + v_x \frac{\partial v_r}{\partial x} &= \beta^2 r + \nu \frac{\partial^2 v_r}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \langle v_x' v_r' \rangle \\ v_r \frac{\partial H}{\partial r} + v_x \frac{\partial H}{\partial x} &= \frac{\nu}{Pr} \frac{\partial^2 H}{\partial x^2} - \frac{\partial}{\partial x} \langle v_x' h' \rangle \end{aligned}$$

с граничными условиями

$$v_r = v_x = 0, H = H_w (x = 0); v_r = \beta r, H = H_0 (x = \infty)$$

Здесь r, x — соответственно продольная и поперечная относительно плоской пластины координаты, v — скорость, h — теплосодержание, H — полное теплосодержание, v', h' — пульсационные составляющие скорости и теплосодержания, Pr — число Прандтля, β — градиент скорости на внешней границе пограничного слоя, индекс w относится к параметрам на стенке, 0 — к параметрам торможения набегающего потока.

Система (1.1) получена при следующих допущениях:

1) жидкость несжимаемая; 2) температура стенки постоянная; 3) теплофизические характеристики постоянные; 4) распределение скорости на внешней границе пограничного слоя U_δ подчиняется линейному закону ($\beta = \text{const}$).

Для замыкания системы необходимо использовать соотношения, связывающие пульсационные характеристики потока с осредненными. По

данным работы [5] можно записать

$$(1.2) \quad \sqrt{\langle v_r'^2 \rangle} / \sqrt{\langle v_r'^2 \rangle}_\delta = v_r / U_\delta$$

Предполагая по аналогии

$$(1.3) \quad \sqrt{\langle v_x'^2 \rangle} / \sqrt{\langle v_x'^2 \rangle}_\delta = v_r / U_\delta, \quad \sqrt{\langle h'^2 \rangle} / \sqrt{\langle h'^2 \rangle}_\delta = \\ = (H - H_w) / (H_0 - H_w)$$

турбулентные потоки импульса и тепла можно представить в виде

$$-\rho \langle v_x' v_r' \rangle = R_1 \rho (v_r / U_\delta)^2 \sqrt{\langle v_r'^2 \rangle}_\delta \sqrt{\langle v_x'^2 \rangle}_\delta \\ -\rho \langle v_x' h' \rangle = R_2 \rho \frac{v_r}{U_\delta} \frac{H - H_w}{H_0 - H_w} \sqrt{\langle v_x'^2 \rangle}_\delta \sqrt{\langle h'^2 \rangle}_\delta$$

Здесь R_1 и R_2 — коэффициенты корреляции, которые будем полагать равными постоянным величинам, индекс δ относится к параметрам на внешней границе пограничного слоя.

С использованием полученных выражений, автомодельных координат $r, \eta = x \sqrt{\beta / v}$, функций

$$F'(\eta) = v_r / U_\delta, \quad S(\eta) = (H - H_w) / (H_0 - H_w)$$

исходная система (1.1) преобразуется к виду

$$(1.4) \quad F''' = -1 + F'^2 - 2FF'' + a_1 F' F'' \\ S'' = -\text{Pr} (2F + a_2 F') S' - a_2 \text{Pr} F'' S \\ a_1 = 2R_1 \varepsilon^2 v_\infty^2 / r \sqrt{\beta^3 v}, \quad a_2 = R_2 \varepsilon^2 v_\infty / \sqrt{\beta v}$$

с граничными условиями

$$F = F' = S = 0 \quad (\eta = 0), \quad F' = S = 1 \quad (\eta = \infty)$$

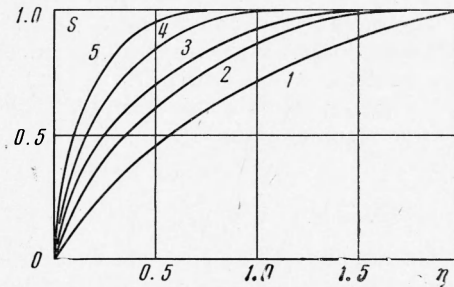
Здесь a_1, a_2 — параметры турбулентности, ε — интенсивность турбулентности, индекс ∞ относится к параметрам набегающего потока.

Первое уравнение (1.4) благодаря последнему члену правой части не является строго автомодельным. Анализ показывает, что при $r \geq 10\delta$, где δ — толщина пограничного слоя, этим членом можно пренебречь.

Решение системы (1.4) было получено на ЭВМ.

Для анализа влияния неавтомодельного члена уравнений (1.4) формально решение проводилось при различных значениях a_1 .

Из результатов решения следует, что в области градиентного течения профиль скорости в пристеночном пограничном слое нечувствителен к пульсациям набегающего потока. Слабое влияние параметра a_1 на пограничный слой позволяет использовать полученное решение и для малой окрестности точки торможения. Совпадение расчетных и экспериментальных данных удовлетворительное и лежит в пределах точности экспериментального исследования.



Фиг. 1

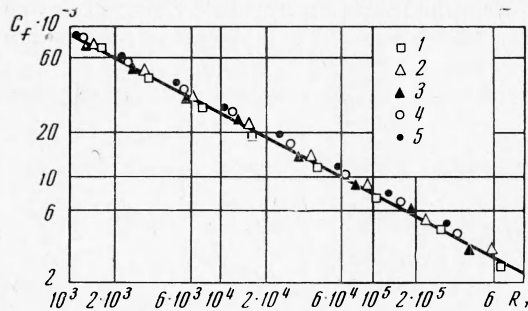
Некоторые результаты решения для профиля теплосодержания (функция S) представлены на фиг. 1. Здесь 1, 2, 3, 4, 5 — кривые, представляющие собой результаты решения системы (1.4) при $a_2 = 0, 1, 5, 20, 50$ соответственно.

Из фиг. 1 следует, что профиль теплосодержания существенно изменяется с изменением параметра a_2 , т. е. интенсивности турбулентности основного потока. Параметр a_1 оказывает слабое влияние на профиль теплосодержания, поэтому чувствительность теплового пограничного слоя к изменениям в динамическом пограничном слое незначительна.

2. Определение трения и теплопередачи. Сила трения τ_w и теплопередача q_w на стенке записываются в виде

$$(2.1) \quad \tau_w = \mu U_\delta \sqrt{\beta/\nu} F''(0), \quad q_w = (\lambda/c_p) (H_0 - H_w) \sqrt{\beta/\nu} S'(0)$$

где $F''(0)$ и $S'(0)$ определяются из решения системы (1.4), представленного



Фиг. 2

определенными по данным работ [5, 11]. Здесь сплошной линией обозначен расчет по (2.2), а цифрами 1—5 — результаты экспериментального исследования при расстояниях от среза сопла до пластины 1, 2, 3, 4 и 5 диаметров выходного сечения сопла соответственно. Из сравнения следует, что турбулентность набегающего потока не оказывает заметного влияния на коэффициент трения.

Изменение безразмерного градиента теплопередачи $S'(0)$ при различных числах Прандтля ($0.5 < Pr < 1.5$) удовлетворительно аппроксимируется выражением

$$(2.3) \quad S'(0) = 0.763 Pr^{0.4} \times \\ \times (1 + 1.38 a_2^{0.555})$$

Выражение (2.3) является исходным для определения теплопередачи от газа к стенке в окрестности точки торможения осесимметричного тела с учетом турбулентности набегающего потока. После подстановки значения $S'(0)$ в (2.1) получаются следующие выражения для теплового потока и коэффициента теплоотдачи соответственно:

$$(2.4) \quad q_w = 0.763 Pr^{0.4} (\lambda/c_p) \sqrt{\beta/\nu} (H_0 - H_w) (1 + 1.38 a_2^{0.555}) \\ \alpha = 0.763 Pr^{0.4} \lambda \sqrt{\beta/\nu} (1 + 1.38 a_2^{0.555})$$

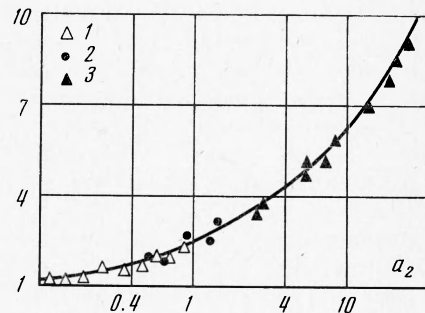
в п. 1, μ , λ , c_p — динамическая вязкость, коэффициент теплопроводности, теплоемкость газа.

Локальный коэффициент трения равен

$$(2.2) \quad c_f = \tau_w / \frac{1}{2} \rho U_\delta^2 = 2.62 R_r^{-0.5}$$

$$R_r = U_\delta r / \nu$$

На фиг. 2 приводится сравнение результатов расчета по (2.2) с величинами c_f ,



Фиг. 3

Второе выражение из (2.4) при $a_2 = 0$ переходит в известное соотношение для α в окрестности точки торможения тела осевой симметрии в случае ламинарного пограничного слоя [12].

Таким образом

$$(2.5) \quad \alpha/\alpha_{\epsilon=0} = N/N_{\epsilon=0} = 1 + 1.38a_2^{0.555}, \quad N = \alpha d_a/\lambda$$

Зависимость (2.5), обозначенная на фиг. 3 сплошной линией, позволяет по известному значению параметра турбулентности набегающего потока a_2 рассчитать коэффициент теплоотдачи в окрестности точки торможения. Здесь же представлены экспериментальные данные работ [1, 2, 4], которые обозначены цифрами 1, 2, 3 при струйном обтекании плоской пластины, установленной по нормали к оси струи. Для определения a_2 значение коэффициента корреляции R_2 было выбрано равным 0.4, что соответствует турбулентному пограничному слою на плоской пластине. Удовлетворительное соответствие результатов расчета экспериментальным данным, полученным в широком диапазоне изменения параметров струи (число Маха на срезе сопла $M_a = 0-3$, $R_a = 10^4-10^6$, температура торможения $T_0 = (300-4000)^\circ \text{K}$, показатель адиабаты $k = 1.25-1.4$), позволяет использовать приведенные выше соотношения для расчета трения и теплоотдачи при струйном взаимодействии в области градиентного течения.

Поступила 20 II 1973

ЛИТЕРАТУРА

1. Гинзбург И. П., Белов И. А., Зазимко В. А., Терпигорьев В. С. К вопросу о влиянии характеристик турбулентности на теплообмен сверхзвуковой струи с плоской преградой. В сб. «Тепло- и массоперенос», т. 1. Минск, «Энергия», 1968.
2. Белов И. А., Горшков Г. Ф., Комаров В. С., Терпигорьев В. С. Экспериментальное исследование теплообмена дозвуковой струи с нормально расположенной плоской преградой. Инж.-физ. ж., 1971, т. 20.
3. Брэдлик П. М., Савин В. К. Теплообмен в окрестности критической точки при осесимметричном струйном обтекании плоских поверхностей, расположенных нормально к потоку. Инж.-физ. ж., 1966, № 4, т. 10.
4. Comfort E. H., O'Connor T. J., Cass L. A. Heat transfer resulting from the normal impingement of a turbulent high temperature jet on an infinitely large flat plate. Proc. Heat Transfer and Fluid Mech. Inst. Santa-Clara., Calif., 1966. Stanford, California, Univ. Press., 1966.
5. Белов И. А., Горшков Г. Ф., Комаров В. С., Терпигорьев В. С. Экспериментальное исследование газодинамических параметров при струйном обтекании преграды. Изв. АН СССР, МЖГ, 1971, № 2.
6. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М., Изд-во иностр. лит., 1956.
7. Кутателадзе С. С. Пристенная турбулентность, ч. 1. Новосибирск, 1970.
8. Патанкар С. В., Сполдинг Д. Б. Тепло- и массообмен в пограничных слоях. М., «Энергия», 1971.
9. Smith M. C., Kuethe A. M. Effects of turbulence on laminar skin friction and heat transfer. Phys. Fluids, 1966, vol. 9, No. 12.
10. Белов И. А., Терпигорьев В. С. Учет турбулентности при расчете теплообмена в точке торможения струи, взаимодействующей по нормали с плоской преградой. Инж.-физ. ж., 1969, т. 17, № 6.
11. Brady W., Ludwig G. Theoretical and experimental studies of impinging uniform jets, J. Amer. Helicopter Soc., 1963, vol. 8, No. 2.
12. Сибулкин М. Теплопередача вблизи передней критической точки тела вращения. Механика. Сб. перев. и обзоров ин. период. лит., 1953, № 3.