Теплофизика и аэромеханика, 2021, том 28, № 2

УДК 536.52

Влияние выбора спектрального интервала на точность определения температуры методами многоволновой термометрии

С.П. Русин

Объединенный институт высоких температур РАН, Москва

E-mail: sprusin@yandex.ru

На модельных примерах проведён анализ инструментальной точности определения модельных температур по данным измерений яркостных температур в двух и трёх экспериментальных точках, когда ни термодинамическая температура, ни излучательная способность места визирования неизвестны. Приведена оценка инструментальной точности определения искомой температуры в зависимости от выбора спектрального окна в спектре теплового излучения. Показано, что перемещение спектрального окна в длинноволновую область спектра излучения может ухудшить инструментальную точность искомой температуры в несколько раз.

Ключевые слова: инструментальная точность, температура, многоволновая термометрия.

Введение

При определении термодинамической (истинной) температуры непрозрачного свободно излучающего объекта по зарегистрированному спектру теплового излучения важно выбрать рабочий спектральный интервал (спектральное окно) таким образом, чтобы инструментальная точность результата была наилучшей.

В настоящей работе на модельных примерах анализируется влияние выбора расположения и ширины спектрального окна на инструментальную точность определения искомой (модельной) температуры по значениям яркостных температур в двух и трёх экспериментальных точках. Для того чтобы не учитывать методическую погрешность, полагается, что в первом случае объект измерения излучает как серое тело, а во втором случае логарифм излучательной способности объекта линейно зависит от длины волны. Также полагается, что среда, разделяющая регистрирующий прибор и объект, прозрачна для излучения. В целях большей наглядности используются экспериментальные данные работы [1]. Показано, что при сдвиге спектрального окна в длинноволновую область спектра инструментальная точность определения искомой температуры может ухудшиться в несколько раз.

1. Расчетные соотношения

Полагалось, что выполняется приближение Вина

$$1/T_{\text{rad}}(\lambda) = 1/T - \lambda \ln \varepsilon(\lambda)/c_2\,, \tag{1}$$

где $T_{\text{rad}}(\lambda)$ — яркостная температура, T — истинная температура, $\varepsilon(\lambda)$ — направленная спектральная излучательная способность места визирования, $c_2 = 1{,}4388 \cdot 10^7$ нм·K — вторая постоянная излучения формулы Планка. Считалось, что непрозрачный объект измерения свободно излучает. На основании данных исследования [1] полагалось, что относительная инструментальная среднеквадратичная погрешность (неопределенность) спектральных интенсивностей объекта $\delta_I = \Delta I_{\text{c}}(\lambda)/I_{\text{c}}(\lambda) = \Delta\varepsilon(\lambda)/\varepsilon(\lambda) =$ 0,005 являлась постоянной в интервале длин волн λ от 310 до 800 нм.

Для аппроксимации $\ln\varepsilon$ используется полиномиальная модель вида

$$\ln\varepsilon = \sum_{j=1}^{n} a_j \lambda_i^{j-1}, \tag{2}$$

где a_j — постоянные коэффициенты.

Инструментальная среднеквадратичная погрешность определялась по стандартной формуле

$$\Delta F = \left\{ \sum_{i=1}^{N} \left(\frac{\partial F}{\partial h_i} \Delta h_i \right)^2 \right\}^{1/2}, \tag{3}$$

где функция F зависит от параметров $h_1, h_2, ..., h_N$..

Как правило, инструментальная точность определения длины волны λ на порядок выше, чем инструментальная точность определения $I_{\text{c}}(\lambda)$. Поэтому при теплофизических исследованиях часто используют следующий приём. Полагают, что неточность определения длины волны учитывается путем введения дополнительной погрешности отнесения при определении $I_{\text{c}}(\lambda)$, а сама длина волны погрешностей не имеет. В настоящей работе при выводе формул неточность задания длин волн не учитывается.

1.1. Определение расчетной температуры по яркостным температурам, зарегистрированным при двух длинах волн

Поскольку величины излучательной способности неизвестны, полагаем, что $\ln\varepsilon = a_1 = \text{const}$ («серая» модель). Тогда, согласно (1), (2), имеем систему из двух уравнений с двумя неизвестными — $a_0 = c_2/T_{P,1}$ и $a_1 = \ln\varepsilon$ (здесь $T_{P,1}$ — модельная температура, равная температуре спектрального отношения T_{c}):

$$\begin{aligned} a_0 - \lambda_1 a_1 &= b_1, \\ a_0 - \lambda_2 a_1 &= b_2, \end{aligned} \tag{4}$$

где $b_1 = c_2/T_{\text{rad}}(\lambda_1)$, $b_2 = c_2/T_{\text{rad}}(\lambda_2)$, $\lambda_1 < \lambda_2$. Поделив почленно первое уравнение на λ_1, а второе — на λ_2, после очевидных преобразований получим

$$a_0/c_2 = 1/T_{P,1} = 1/T_{\text{c}} = \frac{1/(\lambda_1 T_{\text{rad},1}) - 1/(\lambda_2 T_{\text{rad},2})}{1/\lambda_1 - 1/\lambda_2}, \tag{5}$$

где $T_{\text{rad},1} = T_{\text{rad}}(\lambda_1)$, $T_{\text{rad},2} = T_{\text{rad}}(\lambda_2)$.

Отметим, что $\Delta\left(T_{P,1}^{-1}\right) = \left\{\partial\left(T_{P,1}^{-1}\right)\big/\partial T_{P,1}\right\}\Delta T_{P,1} = \Delta T_{P,1}\big/T_{P,1}^2$ и $\Delta T_{\text{rad},i} = \lambda_i T_{\text{rad},i}^2 \delta_{I,i}\big/c_2$, $i = 1, 2$ [2]. Тогда на основании (3) после преобразований получим для определения относительной инструментальной погрешности температуры спектрального отношения $\Delta T_{P,1}/T_{P,1}$ следующую формулу:

$$\Delta T_{P,1}/T_{P,1} = \Delta T_c/T_c = \lambda_1\lambda_2 T_c\left\{\delta_{I,1}^2 + \delta_{I,2}^2\right\}^{1/2}\Big/\left\{c_2\left(\lambda_2 - \lambda_1\right)\right\}, \tag{6}$$

где $\delta_{I,i} = \Delta I_{\text{c}}\left(\lambda_i\right)/I_{\text{c}}\left(\lambda_i\right)$. Полученная формула совпадает с формулой (3.4) работы [2]. В некоторых случаях, как, например, в работе [1], $\delta_{I,1} = \delta_{I,2} = \delta_I$. Тогда (6) можно записать в виде

$$\Delta T_{P,1}/T_{P,1} = \Delta T_{\text{c}}/T_{\text{c}} = \lambda_1\lambda_2 T_{\text{c}}\delta_I\sqrt{2}\big/\left\{c_2\left(\lambda_2 - \lambda_1\right)\right\}. \tag{7}$$

1.2. Определение расчетной температуры по яркостным температурам, зарегистрированным при трех длинах волн

Будем полагать, что $\ln\varepsilon = -a_1 - a_2\lambda$. Причем эта зависимость имеет место на всем спектральном интервале. Как уже отмечалось, такое предположение позволяет не учитывать методическую погрешность измерения. Тогда на основании (1) имеем систему из трех уравнений с тремя неизвестными — $a_0 = c_2/T_{P,2}$, a_1, a_2:

$$a_0 + a_1\lambda_1 + a_2\lambda_1^2 = b_1,\ a_0 + a_1\lambda_2 + a_2\lambda_2^2 = b_2,\ a_0 + a_1\lambda_3 + a_2\lambda_3^2 = b_3,$$

где $a_0 = c_2/T_{P,2}$, $b_1 = c_2/T_{\text{rad}}\left(\lambda_1\right)$, $b_2 = c_2/T_{\text{rad}}\left(\lambda_2\right)$, $b_3 = c_2/T_{\text{rad}}\left(\lambda_3\right)$, $\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$.

Решая систему тем же способом, что и (4), получим:

$$a_0/c_2 = 1/T_{P,2} = d_1/T_{\text{rad},1} + d_2/T_{\text{rad},2} + d_3/T_{\text{rad},3}, \tag{8}$$

где
$$d_1 = \lambda_2\lambda_3\big/\left\{\left(\lambda_2-\lambda_1\right)\left(\lambda_3-\lambda_1\right)\right\},\ d_2 = -\lambda_1\lambda_3\big/\left\{\left(\lambda_2-\lambda_1\right)\left(\lambda_3-\lambda_2\right)\right\},$$
$$d_3 = \lambda_1\lambda_2\big/\left\{\left(\lambda_3-\lambda_1\right)\left(\lambda_3-\lambda_2\right)\right\}.$$

Вывод формулы для вычисления относительной инструментальной погрешности $\Delta T_{P,2}/T_{P,2}$ проводится тем же способом, что и для $\Delta T_{P,1}/T_{P,1}$. В результате получаем:

$$\Delta T_{P,2}/T_{P,2} = \lambda_1\lambda_2\lambda_3 T_{P,2}\cdot\left\{\left(\delta_{I,1}g_1\right)^2 + \left(\delta_{I,2}g_2\right)^2 + \left(\delta_{I,3}g_3\right)^2\right\}^{1/2}\Big/c_2, \tag{9}$$

где $g_1 = 1\big/\left\{\left(\lambda_2-\lambda_1\right)\left(\lambda_3-\lambda_1\right)\right\}$, $g_2 = -1\big/\left\{\left(\lambda_2-\lambda_1\right)\left(\lambda_3-\lambda_2\right)\right\}$, $g_3 = 1\big/\left\{\left(\lambda_3-\lambda_1\right)\left(\lambda_3-\lambda_2\right)\right\}$.
При $\delta_{I,1} = \delta_{I,2} = \delta_{I,3} = \delta_I$ соотношение (9) может быть записано в виде

$$\Delta T_{P,2}/T_{P,2} = \lambda_1\lambda_2\lambda_3\, T_{P,2}\delta_I\left\{g_1^2 + g_2^2 + g_3^2\right\}^{1/2}\Big/c_2. \tag{10}$$

2. Численные примеры

Рассмотрим случай, когда яркостные температуры зарегистрированы для двух длин волн. На первом этапе спектральное окно, в котором регистрировались результаты измерений, помещалось в коротковолновую часть спектра. В качестве исходных данных из таблицы работы [1] выбирались значения ε при T = 2000 K и λ_1 = 310, λ_2 = 400 нм.

По этим данным с помощью соотношений (1) и (5) восстанавливалось значение T_c. Для определения относительной инструментальной погрешности $\Delta T_{P,1}/T_{P,1} = \Delta T_c/T_c$ использовалась формула (7). Получены следующие результаты вычислений: T_c = 2004,1 K, $\Delta T_c/T_c$ = 0,0014, ΔT_c = 2,7 K.

На втором этапе спектральное окно той же ширины и при том же значении T_c (серое тело, линейная зависимость $1/T_{\text{rad}}$ от λ) было передвинуто в длинноволновую часть спектра: λ_1 = 710 и λ_2 = 800 нм. В результате вычислений получены значения: T_c = = 2004,1 K, $\Delta T_c/T_c$ = 0,0062, ΔT_c = 12,5 K. Инструментальные погрешности $\Delta T_c/T_c$ и ΔT_c увеличились в 4,58 раз — пропорционально изменению произведения $\lambda_1 \lambda_2$.

Рассмотрим случай, когда яркостные температуры зарегистрированы для трех длин волн. Как и для двухточечной модели, на первом этапе для коротковолнового спектрального окна из таблицы работы [1] выбирались значения ε при T = 2000 K для λ_1 = 310, λ_2 = 400 и λ_3 = 500 нм (параболическая зависимость $1/T_{\text{rad}}$ от λ). По этим данным с помощью соотношения (1) восстанавливались значения яркостных температур для расчета по формуле (8). Для определения относительной инструментальной погрешности $\Delta T_{P,2}/T_{P,2}$ использовалась формула (10). Были получены следующие результаты: $T_{P,2}$ = 1979,4 K, $\Delta T_{P,2}/T_{P,2}$ = 0,0058, $\Delta T_{P,2}$ = 11,5 K.

На втором этапе полагалось, что λ_1 = 610, λ_2 = 700 и λ_3 = 800 нм, разности длин волн и температура $T_{P,2}$ имеют ту же величину, что и на первом этапе. В результате вычислений было получено: $\Delta T_{P,2}/T_{P,2}$ = 0,0320, $\Delta T_{P,2}$ = 63,3 K. По сравнению с первым этапом инструментальные погрешности увеличились в 5,5 раз. Для установления этого соотношения нет необходимости проводить вычисления в полном объеме. Достаточно сравнить величину произведения $\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3$ на первом и втором этапе.

В координатах $c_2/T_{\text{rad}}(\lambda)$ и λ полученные выводы могут быть проиллюстрированы графически. Причем, как показано в работах [3, 4], с помощью этих графиков легко могут быть найдены сочетания возможных величин $c_2/T_{\text{rad}}(\lambda)$ и λ, при которых искомая расчетная величина модельной температуры будет иметь максимальное и минимальное значения.

Тем же способом могут быть выведены формулы для расчета модельных температур и их инструментальных погрешностей для полиномиальных моделей излучательной способности более высоких степеней. Однако при этом итоговые инструментальные погрешности могут возрасти настолько, что полученные результаты будут полностью обесценены. Учет влияния неточности задания длин волн только усугубит проблему.

В связи с изложенным, спектральное окно, в котором регистрируется излучение, стараются расположить в коротковолновой части спектра и сделать его как можно уже, чтобы функцию ε (или $\ln \varepsilon$), аппроксимировать полиномом невысокой степени. Следуя [5], отметим, что в соответствии с аппроксимационной теоремой Вейерштрасса любая непрерывная функция может быть аппроксимирована полиномом *n*-ой степени с любой заданной точностью [4]. Однако для этого необходимо измерить с любым сколь угодно малым шагом исходную произвольную функцию абсолютно точно, а затем абсолютно точно вычислить соответствующие коэффициенты полинома, что практически не всегда возможно.

Разумеется, при применении метода наименьших квадратов итоговые инструментальные погрешности модельных температур уменьшатся. Вместе с тем полученные формулы могут быть использованы для оценки инструментальных погрешностей модельных температур на стадии выбора спектрального интервала (окна) для измерений.

Список литературы

1. **Larrabee R.D.** Spectral emissivity of tungstent // J. Optical Society America. 1959. Vol. 49, No. 6. P. 619-625.
2. **Снопко В.Н.** Основы методов пирометрии по спектру теплового излучения. Минск: Ин-т физики им. Б.И. Степанова НАН Белоруси, 1999. 224 с.
3. **Русин С.П.** Использование серого приближения для оценки истинной температуры материала по спектральному распределению обратных яркостных температур // Теплофизика и аэромеханика. 2020. Т. 27, № 3. С. 457–464.
4. **Русин С.П.** Определение истинной температуры непрозрачных материалов по спектру теплового излучения. Компьютерное моделирование. М.: URSS, 2021. 160 с.
5. **Каханер Д., Моулер К., Нэш С.** Численные методы и программное обеспечение. М.: Мир, 1998. 575 с.

Статья поступила в редакцию 4 августа 2020 г.,
после доработки — 22 сентября 2020 г.,
принята к публикации 7 октября 2020 г.