

УДК 532.526

ВЯЗКАЯ НЕУСТОЙЧИВОСТЬ АЗИМУТАЛЬНЫХ ВОЛН В СВЕРХЗВУКОВЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ СТРУЯХ

Н.М. ТЕРЕХОВА

*Институт теоретической и прикладной механики,
Новосибирск*

Проведено численное моделирование гидродинамических возмущений на начальном участке сверхзвуковой осесимметричной струи с учетом вязких эффектов. Рассмотрены азимутальные возмущения из класса сдвиговой неустойчивости Кельвина — Гельмгольца для расчетной изобарической струи и первой ячейки струйного потока в режиме недорасширения. Получены критические числа Рейнольдса потери устойчивости, определены области неустойчивых частот, рассмотрены особенности характеристических соотношений между параметрами потока и возмущений.

Известно, что шум сверхзвуковой струи, ее акустическое изучение связаны с собственными колебаниями сдвиговой неустойчивости, в свободных слоях смещения обобщенно называемыми волнами Кельвина — Гельмгольца (К — Г). Истечение сверхзвуковых струй из круглых сопел или цилиндрических насадков может осуществляться в двух режимах — идеального (расчетные или изобарические струи) и неидеального расширения (неизобарические недорасширенные или перерасширенные струи). Для последних на начальном участке в поле потока необходимо принимать во внимание добавочные центробежные силы, связанные с искривлением траекторий движения газа.

Наиболее интенсивным для неизобарических струй является излучение на частоте дискретного тона. Однако при невысоких сверхзвуковых скоростях и отсутствии автоколебательных режимов акустическое поле струи во многом определяется собственной динамикой неустойчивых волн, реализующих так называемые широкополосные шумы с отсутствием ярко выраженных несущих частот. Интенсивность такого излучения уступает интенсивности излучения на дискретных частотах, но все-таки достаточно велика и по мощности сравнима с излучением специальных генераторов звука [1]. Поэтому все попытки построить приемлемую модель для расчета уровней акустического давления струй приводят к необходимости понимания закономерностей развития возникающих в них пульсационных процессов.

Неустойчивость К — Г для свободных потоков с осевой симметрией реализуется в виде крупномасштабных бегущих волн с максимумом амплитуды в слое смещения, но распространяющихся и в потенциальном ядре; ее также называют модой или неустойчивостью всего струйного столба. Среди волн идентифицируются осесимметричные (с азимутальным волновым числом $n = 0$) и азимутальные колебания простых ($n = +1$ или $n = -1$) и высших спиралей. Как правило, в сверхзвуковых струях реализуются осесимметричные колебания и возмущения невысоких азимутальных мод. Последние и рассмотрены в работе.

Изучение устойчивости в общепринятом подходе — как устойчивости течения с заданным профилем скорости — для струи целесообразно проводить на начальном участке, так как именно здесь возмущения зарождаются и проходят основные этапы развития. Теоретически этот анализ, как правило, ограничивают невязким приближением теории гидродинамической устойчивости, ибо профили средней скорости в слоях смешения имеют линию перегиба и классифицируются как невязко неустойчивые (см. работы школы профессора К. Тэма [2 – 4] и члена-корреспондента РАН Н.А. Желтухина [5 – 8]). В настоящее время известна всего одна работа по учету вязких эффектов для сжимаемого газа в осесимметричном струйном потоке [9], где рассмотрена ограниченная задача о влиянии вязкости на спектральные характеристики волн для выбранной толщины слоя смешения на участке, близком к переходному, но критические значения числа Рейнольдса потери устойчивости не определены.

Необходимость продолжения исследований по численному моделированию с учетом вязких эффектов диктуется рядом причин. Так, приходится констатировать, что до сих пор для свободно истекающего сжимаемого газа с числом Маха $M_0 > 1$ расчетно-теоретическими методами не найдено критическое число потери устойчивости, выше которого в потоке возможно появление нарастающих малых колебаний. Считается установленным, что предел устойчивости для сверхзвуковых струй столь низок, что рассматривать режимы при этих числах Рейнольдса не имеет смысла, так как реальные газодинамические объекты всегда превышают его, а потому являются неустойчивыми. В обзорах [1, 10] дается предельное число Рейнольдса $\sim 10^3$ существования ламинарных режимов. Но в активно развивающемся в последнее время направлении вакуумных технологий широко используются сверхзвуковые струйные установки с низкими числами Рейнольдса истечения, что делает необходимым более точно оценивать порог появления в них нарастающих волн.

Исследование вязких эффектов позволит восполнить этот пробел, получить критические значения, а также изучить затухающие возмущения и тем самым проанализировать всю эволюционную динамику волнового процесса.

Еще одна важная и пока неизученная задача — необходимость подтверждения выводов невязкого анализа [7] о достаточно хорошем соответствии спектральных частотных характеристик доминирующих основных мод волн $K - \Gamma$ для изобарического и неизобарического режимов, указывающем о их консервативности. Это положение достаточно интересно в практическом аспекте.

Все вышеизложенное является достаточным основанием для проведения расчетов с учетом вязких эффектов. Теоретическая модель, в рамках которой проводится численное моделирование, соответствует [9], все ее особенности подробно обсуждаются в [11]. Анализ проведен для холодных струй воздуха с небольшими изменениями средней статической температуры при умеренных сверхзвуковых числах Маха истечения $1 < M_0 < 2$. Это позволяет пренебречь вязкой диссипацией тепла для малых возмущений. Используется локально параллельное приближение, поэтому средний профиль скорости и плотности в слое смешения δ берутся как функции только радиальной координаты. В рассмотрении вводится только первая (сдвиговая) вязкость, которая полагается постоянной поперек слоя.

Для азимутальных возмущений в свободном потоке с осевой симметрией подобные рамки вязкого анализа являются, пожалуй, предельными, которые можно преодолеть с использованием традиционного спектрального подхода теории гидродинамической устойчивости. Но при исследовании характеристик и динамики осесимметричных колебаний указанные пределы можно расширить, введя в рассмотрение и вязкую диссипацию тепловых составляющих поля возмущений. Эта необходимая, в определенной мере являющаяся тестовой, задача выделена нами в специальный раздел.

В работе рассмотрена устойчивость сжатого слоя как на начальном участке изобарической, так и в первой ячейке неизобарической струи (рис. 1). В последнем случае траектории газа получают добавочное искривление в продольном направлении, а на его частицы начинают действовать дополнительные центробежные силы, пропорциональные величине u^2/R_0 , где R_0 — радиус искривления, которые при анализе будут также учтены. Для изобарических струй кривизна $1/R_0$ равна нулю.

Сам сжатый слой состоит из потенциального ядра I ($0 < r < r_1$), где средняя скорость \bar{U} и средняя плотность постоянны и приняты при обезразмеривании определяющими, и слоя смешения II ($r > r_1$, $r_1 = 1 - \delta/2$), в котором $U(r)$ и ρ_0 плавно меняются от максимальных величин до значений в окружающем пространстве и определяются соотношениями [3]

$$U(r) = \exp(-0,693\eta^2), \quad \eta = 2(r - r_1)/\delta,$$

$$\rho_0 = [1 + \kappa(\kappa - 1)M_0^2(1 - U^2)/2]^{-1}, \quad (1)$$

здесь $\kappa = c_p/c_v$ (в работе $\kappa = 1,4$), а M_0 — число Маха в ядре потока.

Характерным линейным масштабом выбрано значение \bar{r} на линии половинной скорости, так что $U(r = 1) = 0,5$. Внешняя граница слоя смешения определяется координатой r при $U = 10^{-2}$. Как видно, на начальном участке средний профиль не является автомодельным, он параметрически зависит от значения δ , что вводит еще один определяющий параметр в спектральные зависимости для возмущений.

Линия перегиба, являющаяся критерием невязкой неустойчивости осесимметричного потока сжимаемого газа, дается соотношением $(\rho_0 U'/r)' = 0$ для изобарической струи. Для слоев смешения с продольным искривлением этот критерий видоизменяется в форму $(\rho_0 (U' - U/R_0)/r)'$ и дает определенное понижение устойчивости в рамках невязкого приближения.

При теоретическом анализе, следуя [9], вязкие члены в уравнениях моментов запишем как для несжимаемой жидкости, а уравнение энергии, как в невязком приближении, редуцируем в уравнение сохранения энтропии на линии тока.

Для расчетной струи используются цилиндрические координаты r, φ, x (соответствующие им компоненты скоростей v, w, u) и рассмотрен начальный участок в пределах $0 < \delta < 2$. Для струи с искривлением вводятся $R = R_0 + r$, где r — видоизменяющаяся радиальная переменная, а R_0 — радиус кривизны,

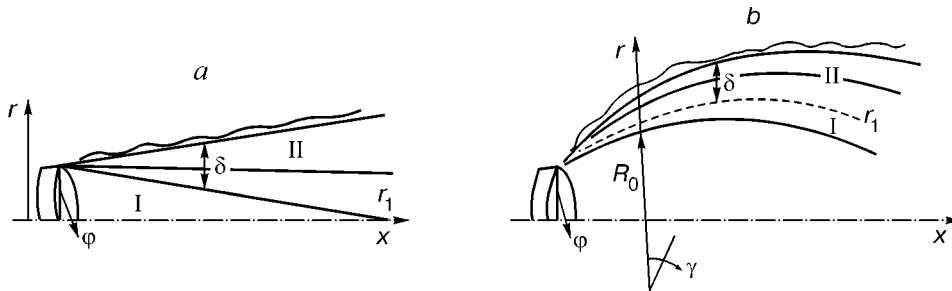


Рис. 1. Схема течения на начальном участке изобарической (а) и неизобарической (б) струй.

I — потенциальное ядро, II — слой смешения.

и угловые переменные φ, γ , причем продольная координата x дается соотношением $dx = R d\gamma$. Значение R_0 определяется по линии висячего скачка уплотнения (ВСУ). Расчетное поле рассматривается от внешней окрестности ВСУ до внешней границы δ , а начало δ определяется координатой максимального значения полного давления, показанного на рис. 1, b штриховой линией. Условным потенциальным ядром выступает область сжатого слоя от внешней границы ВСУ до внутренней границы δ . В работах [7, 11] проведено полное обоснование выбора этой системы координат и сделаны соответствующие выкладки.

Поле скоростей задано в виде $\bar{u} = |v', w', U(r) + u'|$, где волновые компоненты имеют вид $u' = u(r) \exp(i(\alpha x - \omega t + n\varphi))$. Здесь $\alpha = \alpha^r + i\alpha^i$, где α^r и n — продольное и азимутальное волновые числа, α^i — коэффициент продольного усиления (при $\alpha^i < 0$ — инкремент), круговая частота ω — реальна.

Линеаризованная система уравнений движения и сохранения, описывающая характеристики и структуру волн, в искривленной цилиндрической системе координат имеет вид [11]

$$iFv + p'/\rho_0 - 2Uu/R_0 = [Dv - v/r^2 - 2inw/r^2 + (v' - v/R_0 - 2icau)/R_0]/\text{Re},$$

$$iFw + inp/(\rho_0 r) = [Dw - w/r^2 + 2inv/r^2 + w'/R_0]/\text{Re},$$

$$iFu + Uv + i\alpha p/\rho_0 + Uv/R_0 = [Du + (u' - u/R_0 + 2i\alpha v)/R_0]/\text{Re},$$

$$iFM_0^2 p + v' + v/r + inw/r + icau + v/R_0 = 0,$$

$$F = \alpha U - \omega, \quad Dv = v'' + v'/r - (\alpha^2 + n^2/r^2)v, \quad \text{Re} = \bar{U}r/v, \quad (2)$$

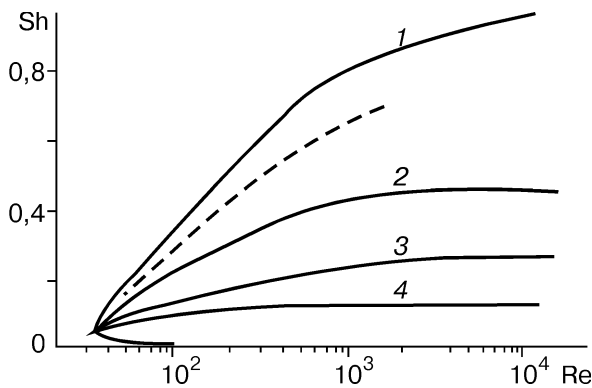
с граничными условиями $v, w, u, p \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$ и $r \rightarrow 0$. Здесь и далее штрих означает производную по r . Аналитический вид амплитуд собственных функций в областях постоянных скоростей получен по методике [9, 12] и подробно расписан в [11].

Решение (2) проведено методом ортогонализации [13]. Изучение многофункциональных связей собственных значений

$$\alpha = \alpha(\omega, \text{Re}, M_0, R_0, \delta, n) \quad (3)$$

для азимутальных волн является целью данной работы, в рамках которой найдены критические числа Рейнольдса Re_c , отделяющие области неустойчивости ($\alpha^i < 0$) от областей устойчивости ($\alpha^i > 0$).

На рис. 2 приведен основной информативный результат для вязкой неустойчивости К — Г изобарической струи. Представлена наиболее характерная азимутальная мода $n = 1$



наиболее характерная азимутальная мода $n = 1$

Рис. 2. Кривые нейтральной устойчивости К — Г $\alpha^i = 0$ первой азимутальной моды изобарической струи для разных толщин слоя $\delta = 0,3; 0,7; 1,2; 1,6$ (1 — 4) при $M_0 = 1,5$. Штриховая линия — $M_0 = 2, \delta = 0,3$.

при $M_0 = 1,5$. Кривые нейтральной устойчивости $\alpha^i = 0$ даны для разных толщин слоя смешения, моделирующих прикорневую область, середину начального участка и переходную область. Безразмерная частота выражена через акустическое число Струхала $Sh = 2\pi\bar{\omega}_0/a_0$, a_0 — скорость звука в потенциальном ядре.

Найдено, что критическое число Рейнольдса для первой азимутальной моды действительно весьма мало: $Re_c = 31,7$; ниже его на всех частотах колебания затухают. По мере растекания струи при увеличении толщины слоя смешения происходит редукция области неустойчивых частот и уменьшение инкрементов при умеренных Re , но само значение не изменяется. Рост числа Маха истечения также приводит к уменьшению неустойчивого частотного диапазона; для сравнения на рисунке штриховой линией дана верхняя ветвь нейтральной кривой при $M_0 = 2$. Как и на дозвуке, нижняя ветвь нейтральной кривой очень быстро стремится к нулю, а выход верхней ветви этой кривой на асимптоту $Sh = \text{const}$ определяет границы влияния вязкости (справедливость невязкого приближения). Как видно, на середине начального участка это происходит уже при $Re \sim 10^3$.

Следующий рис. 3 показывает, как меняются инкременты в этих ситуациях при разных числах Рейнольдса. Пользуясь данными рисунками, легко построить линии равного усиления при любых Re или частоте в пределах начального участка. Штриховыми линиями нанесены инкременты по невязкой теории. Видно, что уже для $Re = 5000$ можно с хорошей точностью ориентироваться на невязкое приближение, хотя полное совпадение вязких и невязких

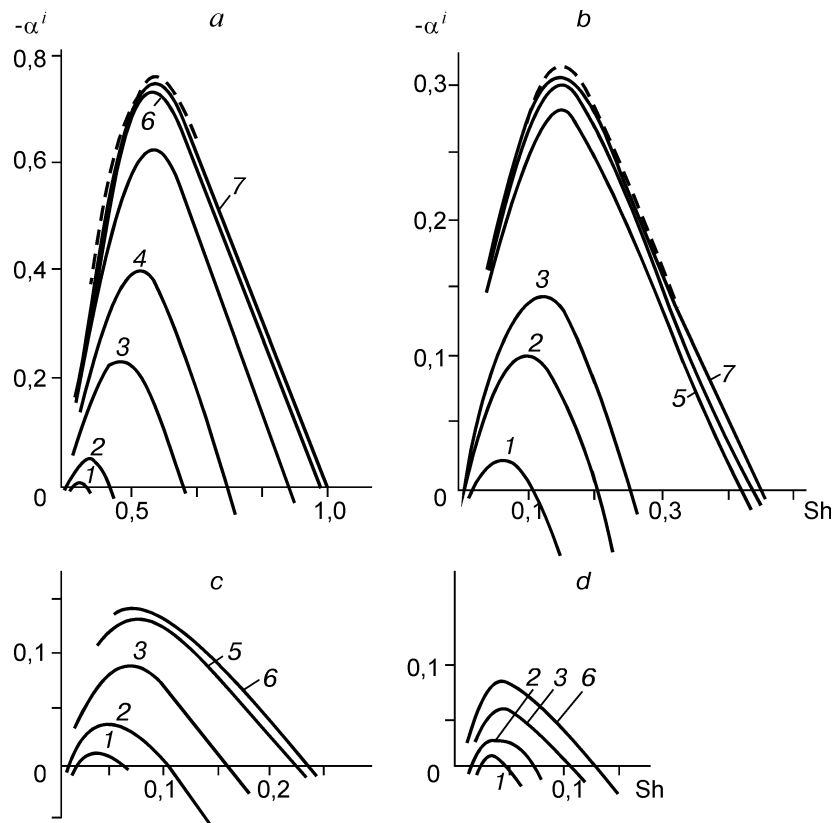


Рис. 3. Инкременты первой моды для толщин рис. 2.

1 – 7 — $Re = 35, 50, 121, 300, 1000, 5000, 10000$. Штриховые линии — невязкое приближение.

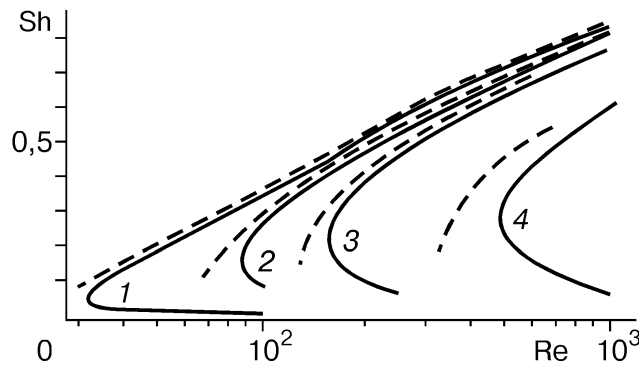


Рис. 4. Кривые нейтральной устойчивости $K - \Gamma \alpha^i = 0$ для азимутальных мод $n = 1; 2; 3; 5$ (1–4) при $M_0 = 1,5$ и $\delta = 0,3$.

Штриховые линии — недорасширенная струя при $R_0 = 25$.

α достигается лишь при $Re \sim 10^6$. Отметим также, что с ростом Re частота максимального инкремента возрастает, как и для несжимаемых струй.

Рис. 4 позволяет оценить влияние еще двух компонент спектральных соотношений (3) — номера моды n и искривления $1/R_0$. Нейтральные кривые для мод $n = 2; 3$ и 5 расчетной струи можно сравнить с уже знакомой кривой $Re(Sh)$ первой азимутальной моды при $\delta = 0,3$ и $M_0 = 1,5$. Оказалось, что азимутальные колебания высших спиралей более устойчивы в сравнении с простой спиралью, а значения критических частот, соответствующих Re_c , увеличиваются. На рисунке это продемонстрировано достаточно наглядно. Очевидно, что при дальнейшем росте n следует ожидать подобной динамики.

Внимательного рассмотрения на рис. 4 заслуживают штриховые линии, показывающие деформацию верхних ветвей нейтральных кривых при учете центробежных эффектов в (2) для радиуса $R_0 = 25$. Это значение является типичным в недорасширенных струях при небольшой нерасчетности. Оказалось, что в искривленном поле потока неизобарической струи критические числа Рейнольдса рассмотренных азимутальных мод понижаются, при этом расширяется область неустойчивых частот, а сам эффект усиливается с ростом номера моды. К сожалению, не удалось рассчитать нижних ветвей этих кривых, хотя закономерность влияния центробежных сил становится ясной из приведенных данных.

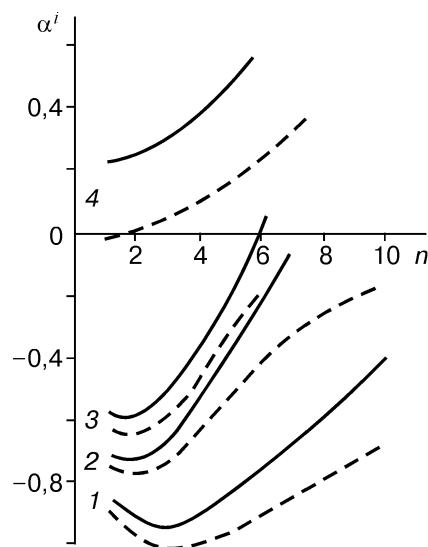
Подобные же зависимости найдены и для частот с максимальными инкрементами при более высоких числах Рейнольдса (рис. 5). Здесь расширен диапазон рассмотренных номеров мод для расчетной (сплошные линии) и недорасширенной (штриховые линии) струй.

Интересно отметить, что в областях, далеких от носиков нейтральных кривых, нарушается обратно пропорциональная связь номера азимутальной моды и ее инкремента. Еще со времени подробного анализа, проведенного в рамках невязкого приближения Бетчелором [14] для несжимаемой круглой струи с автоматическим профилем, моделирующим течение на основном участке, мода $n = 1$ считается наиболее неустойчивой. Как видно из подробного обзора [15], во всех последующих работах, касающихся устойчивости как на начальном, так и на основном участке струи, из азимутальных мод рассматривают только ее. Для сверхзвуковой струи также ограничиваются изучением спектральных связей только для этой моды.

Данная работа позволяет внести определенные коррективы в это представление. Расчетами показано, что спектральные связи $\alpha^i(n)$ имеют крючко-

Рис. 5. Инкременты разных мод для изобарической (сплошные линии) и недорасширенной (штриховые линии) струи при $R_0 = 25$.

1 — $Sh = 0,25$, $\delta = 0,15$, $Re = 10^4$; 2 — $Sh = 0,25$, $\delta = 0,3$, $Re = 10^4$; 3 — $Sh = 0,25$, $\delta = 0,3$, $Re = 10^3$; 4 — $Sh = 1,02$, $\delta = 0,3$, $Re = 10^4$.



образный или клюшкообразный ход и самые большие инкременты на начальном участке соответствуют более высоким модам. Номер такой моды максимального инкремента в прикорневой области определяется значением толщины слоя смешения δ . При малых δ это мода $n \sim 3$ или 4, с ростом δ диапазон сужается, и при $\delta \sim 0,5$ подобная аномалия исчезает. Последнее не следует рассматривать как расчетную ошибку или погрешность; подобный ход кривых, впервые обнаруженный при невязком анализе, подробно рассмотрен и зафиксирован в [7]. Отметим, что и вязкий анализ подтвердил, что в области максимальных α^i в прикорневой области могут быть более неустойчивыми высокие моды. Из рисунка также следует, что с ростом номера моды усиливается отличие инкрементов расчетной и нерасчетной струй, но струя с искривленной границей всегда более неустойчива. Заметим, что в последнем случае могут быть важны эффекты непараллельности, которые пока игнорируются.

Проведенное исследование позволило прояснить влияние таких факторов как вязкость и продольное искривление на устойчивость азимутальных волн К — Г. Показано, что неизобарическая струя обладает более низким пределом устойчивости и при низких числах Рейнольдса может быть возбуждена в более широком диапазоне частот по сравнению с изобарической. Установлено, что осесимметричная струя при умеренных числах Маха становится неустойчивой к простым спиральным волнам при очень низких числах Рейнольдса, что делает убедительным рассмотрение ее устойчивости для реальных струй в рамках невязкого приближения.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Crighton D.J. Acoustics as branch of fluid mechanics // J. Fluid Mech. — 1981. — Vol. 106. (Рус. перевод: Крайтон Д. Акустика как ветвь гидродинамики. Успехи и проблемы. — М.: Мир, 1984.)
2. Morris P.G., Tam C.K.W. Near-and far fields noise from large-scale instabilities of axisymmetric jets. — AIAA Paper, 77-1351, 1977.
3. Tam C.K.W., Burton D.E. Sound generated by instability waves of supersonic flows. P. 2. Axisymmetric jets // J. Fluid Mech. — 1984. — Vol. 138.
4. Tam C.K.W., Hu F.Q. On the three families of instability of high-speed // Ibid. — 1989. — Vol. 201. — P. 447 — 483.
5. Терехова Н.М. Характеристики устойчивости сверхзвуковой струи в спутном потоке // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. — 1986. — Вып. 1.
6. Глазнев В.Н. Автоколебания при истечении сверхзвуковых нерасчетных струй // Моделирование в механике. Т. 1(18), № 6. — Новосибирск, 1987.
7. Желтухин Н.А., Терехова Н.М. Возмущения высоких мод в сверхзвуковой струе // ПМТФ. — 1990. — № 2.
8. Желтухин Н.А., Терехова Н.М. Резонансное развитие возмущений в сверхзвуковой струе // ПМТФ. — 1993. — № 2. — С. 82 — 89.
9. Morris P.J. Viscous stability of compressible axisymmetric jets // AIAA J. — 1983. — Vol. 21, No. 4. — P. 1 — 2.

10. Гиневский А.С., Власов Е.В., Колесников А.В. Аэроакустические взаимодействия. — М.: Машиностроение, 1978.
11. Терехова Н.М. Вязкая неустойчивость Тейлора — Гертлера в сверхзвуковой струе // Теплофизика и аэромеханика. — 1999. — Т. 6, № 3. — С. 307 – 319.
12. Morris P.J. The spatial viscous instability of axisymmetric Jets // J. Fluid Mech. — 1976. — Vol. 77, Pt 3. — P. 511 – 529.
13. Гапонов С.А., Маслов А.А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках. — Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1980.
14. Бетчов Р., Криминале В. Вопросы гидродинамической устойчивости. — М.: Мир, 1971.
15. Michalke A. Survey on jet instability theory // Prog. Aer. Sci. — 1984. — Vol. 21.

*Статья поступила в редакцию 16 марта 1998 г.,
в доработанном виде — 14 января 1999 г.*