

УДК 532.529

ОСОБЕННОСТИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ИСТЕЧЕНИЯ ГАЗОДИСПЕРСНОЙ СРЕДЫ В ВАКУУМ

Д. В. Садин, В. М. Варварский

Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского, 197198 Санкт-Петербург, Россия
E-mails: sadin@yandex.ru, varvarskiy@gmail.com

Представлены результаты анализа двумерного нестационарного истечения односкоростной газодисперсной среды в вакуум для предельных равновесных случаев межфазного теплообмена. Выявлены области существования одномерной волны Римана, боковой волны разрежения и границы области разлета. Установлено, что при температурной равновесности обратное течение занимает большую область, выходящую за границы, задаваемые углами разлета идеального газа и газодисперсной смеси с теплоизолированными фазами. Выполнено численное моделирование истечения неравновесной по скоростям и температурам двухфазной среды в вакуум. Показано, что при истечении образуется бочкообразная структура с волновым разлетом газа и комбинированным разрывом в расширяющейся газодисперсной смеси.

Ключевые слова: истечение в вакуум, газодисперсная среда, жесткость уравнений, TVD-схема.

DOI: 10.15372/PMTF20160305

Введение. Интерес к исследованию течений газа и частиц в разреженной среде и вакууме обусловлен необходимостью обеспечения герметичности космической техники в орбитальном полете и при пневмовакuumных испытаниях, а также при изучении динамики собственной атмосферы станций и загрязнения околоземного пространства дисперсными образованиями.

Теоретическим исследованиям различных аспектов нестационарного истечения газодисперсной среды в атмосферу и вакуум посвящены работы [1–7]. Для односкоростной среды с произвольной концентрацией дисперсной фазы получены точное автомодельное решение для одномерной волны Римана [3] и ее сопряжение с боковой волной разрежения [5]. Нестационарное неравновесное истечение газодисперсной среды с “аномальным” образованием ударно-волновых структур в дозвуковом режиме течения несущего газа изучено в работе [6]. Для многоскоростной модели гетерогенной среды при упрощающих допущениях и специальном выборе коэффициентов сопротивления частиц получено решение одномерной автомодельной задачи об истечении в вакуум многокомпонентной смеси [7].

Особенностью задачи неравновесного истечения газодисперсной среды в вакуум является жесткость систем уравнений, обусловленная существенным различием скоростей, температур и характерных времен релаксаций фаз [8–10]. Наличие жестких ограничений на число Куранта отмечается при численном моделировании инициирования детонации при вхождении ударной волны в облако частиц алюминия [11].

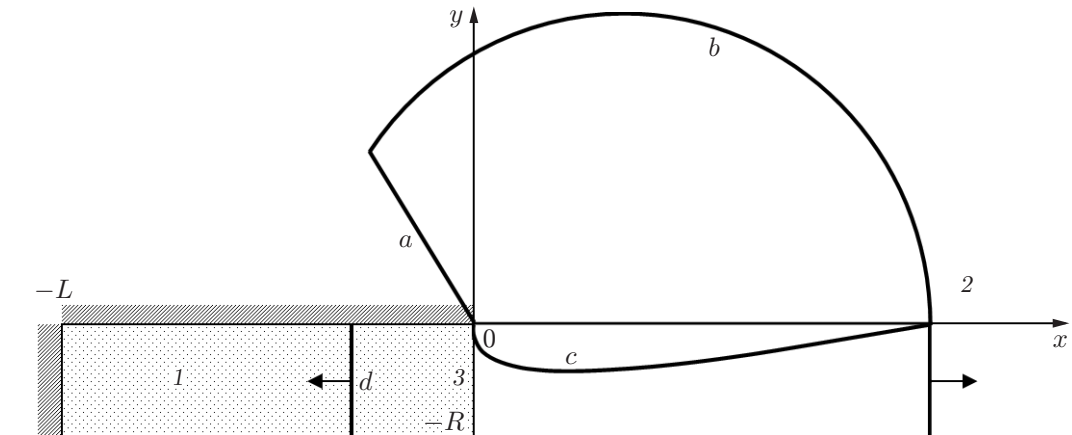


Рис. 1. Схема задачи:

1 — смесь газа и частиц, 2 — вакуум, 3 — мембрана

В настоящей работе в рамках односкоростной предельной схемы межфазного теплообмена изучается двумерное нестационарное истечение газодисперсной среды в вакуум и численно исследуется влияние неравновесности фаз на процесс разлета газа и частиц в вакуум.

1. Постановка задачи. Рассматривается задача об истечении из плоского канала длиной L смеси идеального газа с твердыми несжимаемыми сферическими частицами в вакуум (рис. 1). Расстояние от верхней стенки до оси симметрии равно R . Начало системы координат находится на срезе канала на верхней бесконечно тонкой стенке. В момент времени $t = 0$ мембрана, отделяющая газодисперсную среду от вакуума, убирается. При этом от среза канала в направлении, противоположном направлению оси x , распространяется волна разрежения d , в направлении оси x истекает смесь газа и частиц, ограниченная предельным углом a и границей области разлета b . Фронт боковой волны разрежения c разделяет области одномерной и двумерной волн разрежения, расположенные соответственно ниже и выше линии c . Решение данной задачи для политропного газа получено в [12].

1.1. *Основные уравнения.* Для описания динамики в газовой и дисперсной фазах используем подход Эйлера, тогда в рамках континуального описания и известных допущений система уравнений принимает вид [13]

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \nabla_d \mathbf{G} + \mathbf{B}(\nabla_d \mathbf{F}) = \mathbf{H}, \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= (\rho_1, \rho_2, \rho_1 \mathbf{v}_1, \rho_2 \mathbf{v}_2, \rho_2 e_2, \rho_1 E_1 + \rho_2 E_2)^\top, \\ \mathbf{G} &= (\rho_1 \mathbf{v}_1, \rho_2 \mathbf{v}_2, \rho_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1, \rho_2 \mathbf{v}_2 \mathbf{v}_2, \rho_2 e_2 \mathbf{v}_2, \rho_1 E_1 \mathbf{v}_1 + \rho_2 E_2 \mathbf{v}_2)^\top, \\ \mathbf{F} &= (0, 0, p, p, 0, p(\alpha_1 \mathbf{v}_1 + \alpha_2 \mathbf{v}_2))^\top, \quad \mathbf{H} = (0, 0, -\mathbf{F}_\mu, \mathbf{F}_\mu, Q, 0)^\top, \\ \nabla_d &= \text{diag}(\nabla \cdot, \nabla \cdot, \nabla, \nabla, \nabla \cdot, \nabla \cdot), \quad \mathbf{B} = \text{diag}[1, 1, \alpha_1, (1 - \alpha_1), 1, 1], \\ \rho_i &= \rho_i^\circ \alpha_i \quad (i = 1, 2), \quad E_i = e_i + v_i^2/2, \end{aligned}$$

нижние индексы 1, 2 соответствуют несущей (газовой) и дисперсной фазам; индексом “о” отмечены истинные значения плотности; ∇ — оператор Гамильтона; $\alpha_i, \rho_i, \mathbf{v}_i, E_i, e_i, p$ — объемная доля, приведенная плотность, вектор скорости, полная и внутренняя энергии единицы массы i -й фазы, давление газа; \mathbf{F}_μ — вязкая составляющая силы межфазного взаимодействия; Q — интенсивность теплообмена между газом и частицами; t — время.

1.2. *Замыкающие соотношения.* Для замыкания системы (1) используем уравнения состояния идеального калорически совершенного газа и несжимаемых твердых частиц

$$p = (\gamma_1 - 1)\rho_1^{\circ}e_1, \quad e_1 = c_{v1}T_1, \quad e_2 = c_2T_2, \quad \{\gamma_1, c_{v1}, c_2, \rho_2^{\circ}\} \equiv \text{const},$$

где T_1, T_2 — температуры несущей фазы и частиц; γ_1, c_{v1} — показатель адиабаты газа и удельная теплоемкость газа при постоянном объеме; c_2 — удельная теплоемкость частиц.

Интенсивности межфазного трения и теплообмена F_{μ}, Q задаются на основе известных и апробированных для рассматриваемого класса задач эмпирических критериальных соотношений [13].

1.3. *Начальные и граничные условия.* Область определения задачи задается неравенствами $-L \leq x < +\infty, -R \leq y < +\infty$ (см. рис. 1). В качестве начальных условий при $-L \leq x \leq 0, -R \leq y < 0$ используются заданные термогазодинамические параметры фаз с равномерным распределением, в остальной части области определения — параметры вакуума. В качестве краевых условий на стенках и оси симметрии задаются условия непротекания, на бесконечности — параметры вакуума.

2. Равновесное приближение. В случае очень мелких частиц характерное время выравнивания скоростей фаз мало. В предположении, что скорости частиц и газа равны, частицы несжимаемы, теплоемкости фаз постоянны, химические реакции и фазовые переходы отсутствуют, рассмотрим два предельных состояния равновесной двухфазной среды: отсутствие теплообмена между фазами и температурное межфазное равновесие.

2.1. *Одномерная волна Римана.* Точное автомодельное решение одномерной задачи об истечении двухфазной равновесной среды при произвольной начальной концентрации дисперсных частиц для предельных случаев межфазного теплообмена имеет вид [3, 14]

$$\begin{aligned} \left(\frac{\alpha_{20}\alpha_1}{\alpha_2\alpha_{10}}\right)^{\omega} &= \frac{\alpha_1 + \omega}{\alpha_1(1 \mp \omega\xi)}, \quad \frac{M}{\alpha_{10}} = \left| \frac{2}{\gamma + 2\alpha_1 - 1} (\alpha_1\xi \pm 1) \right|, \quad \frac{a\alpha_1}{a_0\alpha_{10}} = 1 - \frac{\omega}{\alpha_{10}} M, \\ \frac{\rho\alpha_{10}}{\rho_0\alpha_1} &= \left(1 - \frac{\omega}{\alpha_{10}} M\right)^{1/\omega}, \quad \frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{\omega}{\alpha_{10}} M\right)^{\gamma/\omega}, \\ \omega &= \frac{\gamma - 1}{2}, \quad \xi = \frac{x}{a_0\alpha_{10}t}, \quad M = \frac{|u|}{a_0}, \end{aligned} \quad (2)$$

где M — число Маха; u — проекция скорости на ось x ; $\rho = \rho_1 + \rho_2$ — плотность смеси; $a = \sqrt{\gamma p / (\rho\alpha_1)}$ — скорость звука в равновесной двухфазной среде; $\gamma = \{\gamma_1, \gamma_2\}$ — параметр, принимающий значение показателя адиабаты газа γ_1 при отсутствии теплообмена между фазами и значение $\gamma_2 = (x_1c_{v1} + x_2c_2 + x_1R_1)/(x_1c_{v1} + x_2c_2)$ — в случае температурного межфазного равновесия; R_1 — газовая постоянная; индекс 0 соответствует начальному моменту времени.

Решение для одномерной волны справедливо внутри канала постоянного сечения и вне канала в области, ограниченной сверху фронтом боковой волны разрежения c , справа — границей области разлета смеси b (см. рис. 1).

2.2. *Фронт боковой волны разрежения.* Поверхность боковой волны разрежения примыкает к одномерной волне разрежения (2) и описывается характеристикой f :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + u \frac{\partial f}{\partial x} = \pm a \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}.$$

Переходя после ряда преобразований к новым независимым переменным $\xi = x/(a_0\alpha_{10}t), \zeta = y/(a_0\alpha_{10}t)$, получаем обыкновенное дифференциальное уравнение

$$\frac{d\zeta^2}{d\xi} = \frac{2}{\gamma + 2\alpha_1 - 1} (1 - \omega\xi) - \zeta^2 \frac{\gamma + 2\alpha_1 - 1}{2} (1 - \omega\xi)^{-1}. \quad (3)$$

При $\xi = \zeta = 0$ решение (3) является искомым фронтом боковой волны разрежения и справедливо для случая канала (уступа) бесконечного поперечного размера или в течение ограниченного интервала времени до момента прихода фронта волны на ось симметрии. В [5] предложено приближенное аналитическое решение для поверхности боковой волны разрежения. В настоящей работе уравнение (3) интегрировалось численно с использованием метода Рунге — Кутты четвертого порядка точности.

2.3. *Внешняя граница области разлета.* Внешняя граница области разлета b (см. рис. 1) представляет собой окружность радиусом $(u_{\max} - u_*)/(a_0\alpha_{1*})$, описываемую уравнением

$$\left(\xi - \frac{2}{\gamma + 2\alpha_{1*} - 1}\right)^2 + \zeta^2 = \left(\omega - \frac{2}{\gamma + 2\alpha_{1*} - 1}\right)^2, \quad (4)$$

в системе отсчета, в которой двухфазная среда в критическом сечении $x = 0$ покоится. Здесь $u_{\max} = 2\alpha_{1*}a_0/(\gamma - 1)$ — максимальная скорость истечения двухфазной среды в вакуум; u_* , α_{1*} — скорость смеси и объемная доля газовой фазы в критическом сечении $\xi = 0$.

2.4. *Течение Прандтля — Майера.* Условие отсутствия завихренности в окрестности характеристики в полярной системе координат имеет вид

$$\frac{\partial v_r}{\partial \varepsilon} + v_\varepsilon = 0, \quad (5)$$

где v_r , v_ε — проекции скорости на радиус-вектор r , совпадающий с характеристикой, и его нормаль; ε — полярный угол.

С учетом квазистационарности течения вблизи критического сечения уравнение баланса энергии двухфазной среды запишем в кинематической форме

$$2a^2 \frac{\alpha_1}{\gamma} \left(\frac{\alpha_1}{\gamma - 1} + 1\right) + v^2 = (v_{\max}^{st})^2, \quad (6)$$

где для определения значения v_{\max}^{st} используются критические параметры в волне Римана (3):

$$(v_{\max}^{st})^2 = u_*^2 \left[2 \frac{\alpha_{1*}}{\gamma} \left(\frac{\alpha_{1*}}{\gamma - 1} + 1\right) + 1 \right].$$

Подставляя (6) в (5) и учитывая, что нормальная к характеристике составляющая скорости равна скорости звука: $v_\varepsilon = a$, получаем дифференциальное уравнение для определения радиальной составляющей скорости

$$\frac{dv_r}{dt} = \sqrt{[(v_{\max}^{st})^2 - v_r^2] \left[\frac{\alpha_1}{\gamma} \left(\frac{\alpha_1}{\gamma - 1} + 1\right) + 1 \right]^{-1}}. \quad (7)$$

3. Численная модель. Математическое моделирование задачи осуществляется следующим образом.

3.1. *Разностная схема.* Разностная схема для решения задачи о нестационарном истечении двухфазной среды в вакуум с учетом жесткости системы реализуется с использованием временных слоев $k + 1$ и промежуточных слоев $k + 1/2$:

$$\mathbf{q}^{k+1/2} - \mathbf{H}(\mathbf{q}^{k+1/2})\tau = \mathbf{q}^k - \langle \mathbf{B}^k \nabla_d \mathbf{F}^k \rangle_\circ \tau; \quad (8)$$

$$\mathbf{q}^{k+1} = \mathbf{q}^{k+1/2} - \tau \langle \nabla_d \mathbf{G}^{k+1/2} \rangle_{\text{TVD}}. \quad (9)$$

Здесь приняты следующие обозначения разностных операторов: $\langle \cdot \rangle_\circ$ — центральная разность с линейной вязкостью [8]; $\langle \cdot \rangle_{\text{TVD}}$ — TVD-схема для потоков каждой фазы, которые аппроксимируются аналогично тому, как это сделано в [15].

На первом этапе решается система нелинейных уравнений (8). Для исключения итерационных процедур при нахождении решения целесообразно применить линейризацию величин, описывающих межфазные взаимодействия $\mathbf{H}(\mathbf{q}^{k+1/2})$, как это предложено, например, в [8]. После этого решение можно найти в явном виде с использованием метода Гаусса или аналитических решений [14], являющихся аналогом метода прямых.

Переменный шаг по времени определяется из условия Куранта — Фридрихса — Леви

$$\tau < \frac{h}{\max_{m,n} (|v_{1,m,n}^k| + a_{1,m,n}^k)},$$

где $a_{1,m,n}^k$ — скорость звука в несущем газе в точке (x_m, y_n, t^k) .

3.2. *Постановка разностной задачи.* Область определения поставленной задачи в декартовой системе координат разбивается на постоянные конечные объемы (крупные частицы). На стенках и оси симметрии задавались граничные условия непротекания, на внешних границах — “мягкие” граничные условия.

В качестве начальных условий задавались параметры неподвижных фаз при термодинамическом равновесии ($T_1 = T_2 = 293$ К): в камере высокого давления (КВД) начальная объемная доля частиц $\alpha_{20} = 0,1$ с истинной плотностью $\rho_2^0 = 1000$ кг/м³, в камере низкого давления (КНД) $\alpha_{20} = 10^{-10}$. (В расчетах значения показателя адиабаты газа и размеры частиц варьировались.) Начальный перепад давлений между КВД ($p_0 = 10^6$ Па) и КНД ($p_4 = 1$ Па) принимался равным $p_0/p_4 = 10^6$, отношение характерных линейных размеров — $L/R = 1$.

Разностная задача решалась с использованием сквозного счета при большом, но конечном начальном перепаде давлений. Оценим границы области применимости результатов численного моделирования истечения газодисперсной среды в вакуум. Рассмотрим $(x-t)$ -диаграмму распада разрыва в равновесной системе двухфазная среда — газ в области одномерной волны (рис. 2).

Аналитическое решение задачи о распаде разрыва строится путем сопряжения автоматического решения для двухфазной среды (2) с известным решением для ударной волны

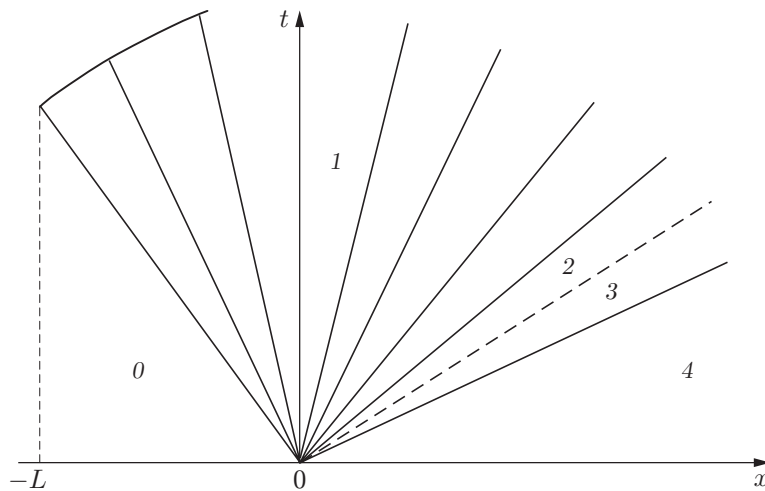


Рис. 2. $(x-t)$ -диаграмма распада разрыва в равновесной системе двухфазная среда — газ:

0, 4 — КВД и КНД соответственно при начальных условиях; 1 — центрированная волна разрежения в газодисперсной среде; 2 — постоянное течение двухфазной смеси до контактного разрыва (штриховая линия); 3 — постоянное течение газа за ударной волной

Таблица 1

Значения относительной плотности смеси ρ_2/ρ_0
при различных значениях перепада давления

$\lg(p_0/p_4)$	$\lg(\rho_2/\rho_0)'$	$\lg(\rho_2/\rho_0)''$
1	-0,69	-1,79
2	-1,50	-2,64
3	-2,40	-3,53
4	-3,35	-4,45
5	-4,32	-5,39
6	-5,30	-6,34

Примечание. Штрих соответствует “чистому” газу (воздуху), два штриха — воздушно-дисперсной среде в КВД с начальной объемной долей $\alpha_{10} = 0,1$.

в газе при условии непрерывности скорости и давления на поверхности контакта. При этом решение, полученное для области, ограниченной крайними левой и правой характеристиками (см. рис. 2), совпадает с решением задачи об истечении газодисперсной среды в вакуум при одних и тех же начальных условиях в КВД.

В табл. 1 в предположении равенства скоростей и температур фаз приведены значения относительной плотности смеси ρ_2/ρ_0 на крайней правой характеристике, примыкающей к зоне постоянного течения (см. рис. 2), при различных значениях начального перепада давлений p_0/p_4 в КВД и КНД. Расчеты выполнены при $p_0 = 10^6$ Па, $p_4 = 10^5 \div 1$ Па.

4. Результаты численных расчетов и их обсуждение. В общем случае нестационарное истечение газодисперсной среды в вакуум сопровождается неравновесными процессами волновой динамики, межфазного трения и теплообмена. Характер этих процессов зависит от отношения времени наблюдения T к времени распространения продольных ($T_L = aT/L$) и поперечных ($T_R = aT/R$) волн разрежения, а также от времени релаксации скоростей ($T_i^{(v)}, T_i^{(\mu)}$) и температур ($T_i^{(T)}$) фаз [10]:

$$T_1^{(v)} = T \frac{3\alpha_2 w_{12}}{8d}, \quad T_2^{(v)} = T \frac{3\alpha_1 w_{12}}{8d} \frac{\rho_1^\circ}{\rho_2^\circ}, \quad \text{Re}_{12} > 50, \quad (10)$$

$$T_1^{(\mu)} = T \frac{18\mu_1 \alpha_2}{\rho_1^\circ d^2}, \quad T_2^{(\mu)} = T \frac{18\mu_1 \alpha_1}{\rho_2^\circ d^2}, \quad \text{Re}_{12} < 1;$$

$$T_1^{(T)} = T \frac{4\lambda_1 \alpha_2}{d^2 \rho_1^\circ c_1}, \quad T_2^{(T)} = T \frac{4\lambda_2 \alpha_1}{d^2 \rho_2^\circ c_2}. \quad (11)$$

Здесь $\text{Re}_{12} = \rho_1^\circ w_{12} d / \mu_1$ — число Рейнольдса; $w_{12} = |\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2|$ — скорость скольжения фаз; d — диаметр частиц; μ_1 — динамическая вязкость газа; λ_i, c_i — теплопроводность и теплоемкость фаз.

4.1. *Квазиравновесное течение.* Рассмотрим предельные схемы движения односкоростной ($1/T_i^{(v)} \rightarrow 0, 1/T_i^{(\mu)} \rightarrow 0$) газодисперсной среды при температурной равновесности ($1/T_i^{(T)} \rightarrow 0$) и отсутствии межфазного теплообмена ($1/T_i^{(T)} \rightarrow \infty$). В случае $T_L < 1, T_R < 1$ справедливы соотношения (2)–(7). На рис. 3 в автомодельных переменных ξ, ζ показаны структуры истечения “чистого” газа при $\alpha_{20} = 0$ и двухфазной равновесной среды при $\alpha_{20} = 0,1$ в вакуум на начальной стадии (a — предельные характеристики разлета ($\rho = 0$); b — внешние границы области разлета; c — фронты боковых волн разрежения; индексы 1, 3 соответствуют газу при $\gamma_1 = 7/5, 5/3$, 2, 4 — газодисперсной среде при указанных показателях адиабаты газа в предположении отсутствия межфазного теплообмена; d — фронт боковой волны разрежения в случае межфазного теплового равновесия). Также

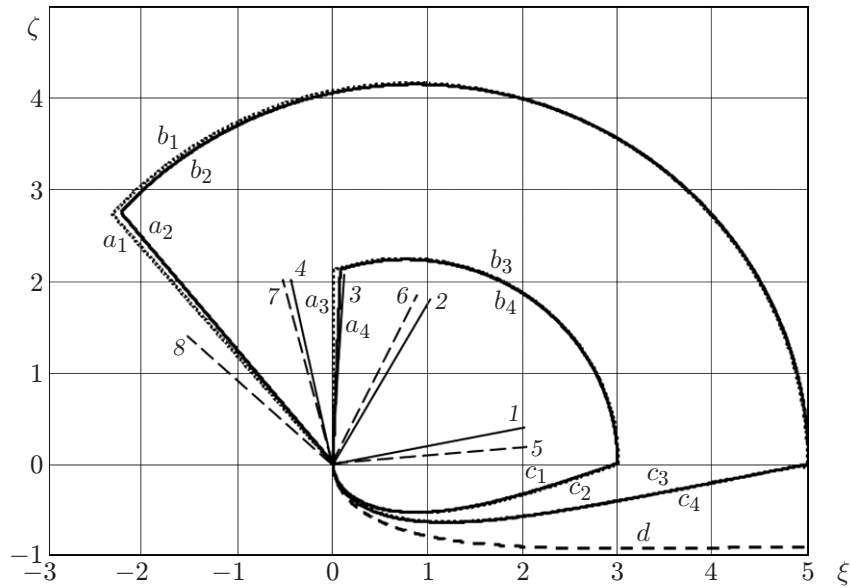


Рис. 3. Структуры истечения в вакуум идеального газа при $\alpha_{20} = 0$ (линии a_1, b_1, a_3, b_3) и равновесной газодисперсной среды при $\alpha_{20} = 0,1$ (линии a_2, b_2, a_4, b_4) на начальной стадии:

1–8 — характеристики Прандтля — Майера для двух предельных схем при $\gamma_1 = 7/5$ (1–4 — в отсутствие теплообмена газа и частиц, 5–8 — при равенстве температур фаз; 1, 5 — $\rho/\rho_0 = 0,1$, 2, 6 — $\rho/\rho_0 = 0,01$, 3, 7 — $\rho/\rho_0 = 0,001$, 4, 8 — $\rho/\rho_0 = 0,0001$)

на рис. 3 приведены характеристики Прандтля — Майера для двух предельных схем при показателе адиабаты газа $\gamma_1 = 7/5$.

На основе полученных данных картину нестационарного истечения газодисперсной среды в вакуум можно представить следующим образом. В канале и в области ниже боковых волн разрежения c и d (см. рис. 3) движение происходит в одномерной волне Римана. В области выше боковых волн разрежения течение является двумерным и ограничено предельными углами разлета a и внешними границами b . При равновесных скоростях и температурах фаз течение двухфазной среды в основном ориентировано вдоль оси x (линия 5), в отличие от “чистого” газа и равновесной смеси в отсутствие межфазного теплообмена (линия 1). При значительных углах разлета картина сравниваемых потоков меняется на противоположную: плотность равновесной по скоростям и температурам среды увеличивается, а обратное течение занимает большую область, выходящую за границы, задаваемые углами разлета идеального газа a_1 и газодисперсной смеси с теплоизолированными фазами a_2 (линия 8).

В случае частиц конечного размера имеет место раздельное движение газовой и дисперсной фаз. Однако в тех случаях, когда время наблюдения существенно превышает время релаксации фаз (10), (11), течение газодисперсной среды близко к равновесному. На рис. 4 приведены изолинии относительных плотностей газодисперсной среды $\rho/\rho_0 = 0,382; 0,100; 0,010; 0,001$ ($\rho/\rho_0 = \bar{\rho}_* = 0,382$ — значение относительной плотности смеси в критическом сечении). Результаты получены численно с использованием разностной схемы (8), (9) для частиц диаметром $d = 1$ мкм. Также на рис. 4 показаны характеристики Прандтля — Майера и фронт боковой волны разрежения d , полученные с использованием равновесной теории при тепловом равновесии фаз. Безразмерные значения времени наблюдения в различных единицах измерения приведены в табл. 2. Временные масштабы определялись по начальным условиям задачи и равенству $w_{12} = a_0$.

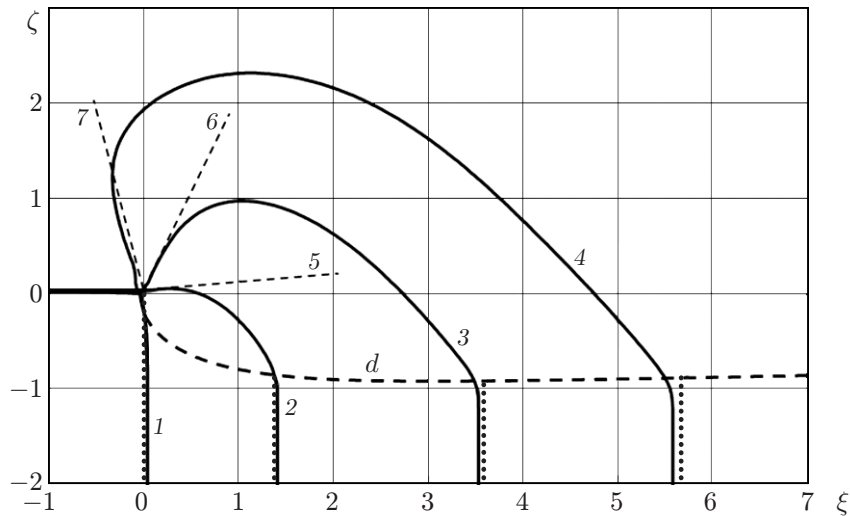


Рис. 4. Изолинии относительных плотностей газодисперсной среды (1–4) и характеристики Прандтля — Майера (5–7):
 1 — $\rho/\rho_0 = \bar{\rho}_* = 0,382$, 2, 5 — $\rho/\rho_0 = 0,1$, 3, 6 — $\rho/\rho_0 = 0,01$, 4, 7 — $\rho/\rho_0 = 0,001$; d — фронт боковой волны разрежения; пунктирные линии — одномерные волны Римана

Таблица 2

Безразмерные значения времени наблюдения при различных значениях диаметра частиц

d , мкм	T_R	$T_1^{(v)}$	$T_1^{(\mu)}$	$T_1^{(T)}$	$T_2^{(v)}$	$T_2^{(\mu)}$	$T_2^{(T)}$
1	0,3	$1,125 \cdot 10^4$	8004	2459	1204	856,6	$1,713 \cdot 10^4$
100	0,3	112,5	0,8	0,246	12,04	0,086	1,713

Анализ полученных результатов истечения газодисперсной среды в вакуум показывает, что разлет газа с частицами диаметром $d = 1$ мкм является практически равновесным. Расчетные значения плотности смеси совпадают (с погрешностью 2 %) со значениями, полученными в автомоделных решениях при тепловом равновесии фаз, в частности с соответствующими значениями плотности в области одномерной волны Римана и с характеристиками Прандтля — Майера в окрестности критического сечения (см. рис. 4).

4.2. *Неравновесное течение.* При увеличении размеров частиц на два порядка ($d = 100$ мкм) картина истечения смеси газа и частиц отличается от картины истечения равновесной односкоростной среды. Времена релаксаций фаз сопоставимы с волновыми масштабами задачи T_L, T_R или меньше их (см. табл. 2).

На рис. 5 в координатах $x/R, y/R$ при $T_R = 0,3, d = 100$ мкм приведены расчетные изолинии относительных плотностей газовой ($\rho_1/\rho_{10} = 0,01\bar{\rho}_* \div \bar{\rho}_*$) и дисперсной ($\rho_2/\rho_{20} = \bar{\rho}_*, 10^{-1}\bar{\rho}_*, \dots, 10^{-8}\bar{\rho}_*$) фаз, а также показаны фронты боковых волн разрежения в газе и газодисперсной среде (точки I, II соответственно). Расчеты выполнялись с шагом по времени τ , много меньшим характерных времен релаксации фаз (см. табл. 3, где $\tau_i^{(\cdot)} = \tau/T_i^{(\cdot)}$). Для проверки точности вычислений проведено сравнение результатов численных решений с уменьшающимся временным шагом сетки. Погрешность определялась по формуле $\delta = \max_{\forall m,n} (|\Delta\rho_i|/\rho_{i0})$, где $\Delta\rho_i$ — разность плотностей фаз в ячейках сетки. Для рассматриваемого в задаче времени наблюдения $T_R = 0,3$ при уменьшении τ в пять раз погрешность результатов численных решений не превысила $5 \cdot 10^{-4}$.

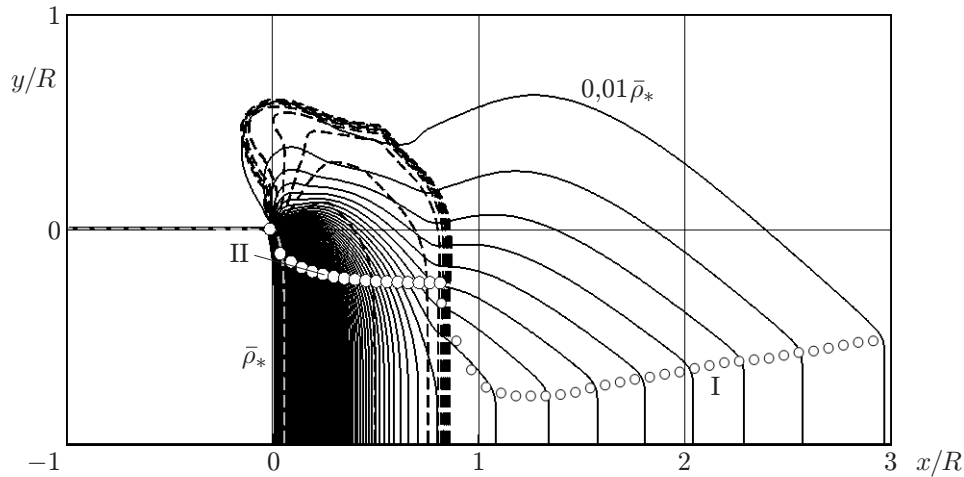


Рис. 5. Изолинии относительных плотностей газовой и дисперсной фаз (линии) и фронты боковой волны разрежения (точки):
 сплошные линии — газовая фаза ($\rho_1/\rho_{10} = 0,01\bar{\rho}_* \div \bar{\rho}_*$), штриховые — дисперсная фаза ($\rho_2/\rho_{20} = \bar{\rho}_*, 10^{-1}\bar{\rho}_*, \dots, 10^{-8}\bar{\rho}_*$); I — газовая фаза, II — дисперсная фаза

Таблица 3

Характеристики времени релаксации фаз при различных значениях диаметра частиц

d , мкм	T_R	$\tau_1^{(v)}$	$\tau_1^{(\mu)}$	$\tau_1^{(T)}$	$\tau_2^{(v)}$	$\tau_2^{(\mu)}$	$\tau_2^{(T)}$
1	0,3	8,042	5,722	1,758	0,861	0,612	12,245
100	0,3	0,08	$5,722 \cdot 10^{-4}$	$1,758 \cdot 10^{-4}$	$8,607 \cdot 10^{-3}$	$6,124 \cdot 10^{-5}$	$1,225 \cdot 10^{-3}$

Особенностью разлета в вакуум двухфазной среды с крупными частицами является существенная скоростная и температурная неравновесность. В узкой области, соответствующей в расчетах 5–6 ячейкам сетки, величина ρ_2/ρ_{20} изменяется на несколько порядков (сгущение изолиний на рис. 5). Эту область можно интерпретировать как комбинированный разрыв (разрыв пористости), разделяющий течение газодисперсной среды со значительной долей частиц $\rho_2/\rho_{20} > 0,1$ и расширяющегося газа. На расстоянии, равном счетному числу размеров комбинированного разрыва, количество частиц уменьшается до фонового уровня, заданного в начальных условиях задачи. Механизм данного явления объясняется опережающим по отношению к тяжелым частицам движением легкого компонента (газа). Картину этого явления можно представить в виде области разлета в продольной и поперечной волнах разрежения газа I (первая “бочка”), отделенной комбинированным разрывом от области расширения газодисперсной среды II (вторая “бочка”).

Заклучение. Исследовано автомодельное решение задачи об истечении двухфазной равновесной среды при произвольной начальной концентрации дисперсных частиц для предельных случаев межфазного теплообмена (область одномерной волны Римана, боковая волна разрежения, границы области разлета). Установлено, что при температурной равновесности обратное течение занимает большую область, выходящую за границы, задаваемые предельными углами разлета идеального газа и газодисперсной смеси с теплоизолированными фазами. Для случаев, когда время наблюдения сопоставимо с характерными временами релаксаций фаз или меньше их, выполнено численное моделирование истечения неравновесной по скоростям и температурам двухфазной среды в вакуум в рамках эйлера подхода и континуального описания. Для расчетов предложена модификация TVD-схемы, которая является более устойчивой и в которой учитывается жесткость урав-

нений движения фаз. Картина разлета в вакуум двухфазной среды с крупными частицами отличается от картины разлета среды в равновесном состоянии. Истечение сопровождается образованием бочкообразной структуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. **Казаков Ю. В., Федоров А. В., Фомин В. М.** Расчет разлета сжатого объема газовзвеси // ПМТФ. 1987. № 5. С. 139–144.
2. **Ждан С. А.** Безударное инициирование детонации в вакууме с частицами унитарного топлива // Физика горения и взрыва. 1992. Т. 28, № 4. С. 136–142.
3. **Иванов А. С., Козлов В. В., Садин Д. В.** Нестационарное истечение двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. 1996. № 3. С. 60–66.
4. **Садин Д. В.** Поведение нестационарной струи при истечении смеси газа высокого давления и дисперсной среды из цилиндрического канала в атмосферу // ПМТФ. 1999. Т. 40, № 1. С. 151–157.
5. **Садин Д. В.** Исследование импульсного истечения двухфазной среды из ограниченного канала, имеющего возможность продольного перемещения // ПМТФ. 2000. Т. 41, № 1. С. 84–91.
6. **Садин Д. В., Гузенков В. О., Любарский С. Д.** Численное исследование структуры нестационарной двухфазной тонкодисперсной струи // ПМТФ. 2005. Т. 46, № 2. С. 91–97.
7. **Суров В. С., Березанский И. В.** Истечение в вакуум многокомпонентной смеси // Вестн. Челяб. гос. ун-та. Физика. 2012. № 31, вып. 15. С. 5–9.
8. **Садин Д. В.** Метод расчета волновых гетерогенных течений с интенсивным межфазным взаимодействием // Журн. вычисл. математики и мат. физики. 1998. Т. 38, № 6. С. 1033–1039.
9. **Садин Д. В.** Проблема жесткости при моделировании волновых течений гетерогенных сред с трехтемпературной схемой межфазного тепло- и массообмена // ПМТФ. 2002. Т. 43, № 2. С. 136–141.
10. **Садин Д. В.** О жесткости систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движения гетерогенных сред // Мат. моделирование. 2002. Т. 14, № 11. С. 43–53.
11. **Федоров А. В., Хмель Т. А.** Численное моделирование инициирования детонации при вхождении ударной волны в облако алюминия // Физика горения и взрыва. 2002. Т. 38, № 1. С. 114–122.
12. **Станюкович С. П.** Неустановившиеся движения сплошной среды. М.: Наука, 1971.
13. **Нигматулин Р. И.** Динамика многофазных сред. М.: Наука, 1987. Ч. 1.
14. **Садин Д. В.** Основы теории моделирования волновых гетерогенных процессов. СПб.: Воен. инж.-косм. ун-т им. А. Ф. Можайского, 2000.
15. **Fringer O.-B., Armfield S. W., Street R. L.** Reducing numerical diffusion in interfacial gravity wave simulations // Intern. J. Numer. Methods Fluids. 2005. V. 49. P. 301–329.

*Поступила в редакцию 19/XII 2013 г.,
в окончательном варианте — 12/II 2015 г.*