

УДК 532.591; 539.3.371

О граничных условиях на податливой стенке в турбулентном течении*

В.М. Кулик

Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН, Новосибирск

E-mail: vkulik@itp.nsc.ru

Показано, что при увеличении модуля упругости материала покрытия с 0,01 МПа до 100 МПа пульсационная скорость движения поверхности покрытия изменяется не более чем на 30 % и составляет $0,17 \pm 0,24$ от величины динамической скорости течения, что может существенно изменять напряжения Рейнольдса в пристенной области. В результате проведенного анализа выяснилось, что величина деформации податливых покрытий в оптимальном для их взаимодействия с турбулентным течением диапазоне скоростей составляет всего несколько единиц вязкого масштаба. К тому же эти деформации очень пологи — отношение амплитуды смещения к длине волны меньше 10^{-3} .

Сделано предположение, что при моделировании взаимодействия податливого покрытия с турбулентным течением не требуется переносить граничные условия на движущуюся поверхность покрытия. По-видимому, будет вполне достаточно определить скорость движения стенки на невозмущенной поверхности покрытия.

Ключевые слова: податливое покрытие, турбулентное течение, граничные условия, оптимальные параметры, величина деформации, пульсации скорости.

Несмотря на несколько десятилетий интенсивного развития [1, 2], идея использования податливых покрытий для управления течением [3] так и не реализовалась в практическом применении. Теоретически обосновано [4–7], что податливое покрытие может затягивать ламинарно-турбулентный переход. Также имеются неопровержимые экспериментальные подтверждения этого эффекта [8, 9]. Работ, посвященных взаимодействию податливых покрытий с турбулентным течением, значительно меньше [10–12], что, по-видимому, связано с большей сложностью изучаемого явления. Однако в последнее время появилось несколько интересных работ по прямому численному моделированию (DNS) этого взаимодействия [13–15]. Одной из главных трудностей DNS является перенос граничных условий на движущуюся поверхность покрытия. В работе [15] описан прямой метод использования контравариантного метрического тензора трансформации. В работе [14] использовалось более простое преобразование, связанное с выбором размеров вычислительной сетки, лишь незначительно искажающее решение вблизи стенки.

В цикле работ [16–18] по двумерной модели рассчитаны волновые свойства однослойных покрытий (скорость распространения деформационной волны и ее затухание) и колебательные характеристики (нормальная и продольная динамическая податливость под действием бегущей волны давления), а также деформация покрытия под действием

* Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 10-01-00174).

турбулентных пульсаций давления. Кроме этого, вычислено отношение поглощенной в покрытии энергии к энергии, рассеянной на ее поверхности. Было показано, что податливое покрытие взаимодействует не со всем спектром пульсаций давления и не на всех скоростях течения, а только там, где податливость максимальна. Вне этих областей податливость покрытия $|C_n^*|$ очень мала, и покрытие незначительно отличается от твердой стенки.

Как видно на рис. 1, *a*, нормальная компонента податливости имеет максимум при $\lambda/H = 1 \div 3$ в диапазоне $U_c/C_t^0 < 1$ (линии 1–4) и во всем практически важном диапазоне изменения коэффициента потерь ($\mu = 0,125 \div 0,4$). Здесь λ — длина волны давления, H — толщина покрытия, U_c — конвективная скорость течения,

$$C_t^0 = \sqrt{E/2\rho(1+\sigma)}, \quad (1)$$

где E — модуль упругости материала покрытия, ρ и σ — плотность материала покрытия и коэффициент Пуассона. При $U_c/C_t^0 > 1,25$ пик максимальной податливости сдвигается в сторону больших длин волн, а слева от основного резонанса появляются добавочные минимумы и максимумы податливости (линии 2–4 на рис. 1, *b*).

Если скорость конвективной волны давления меньше скорости распространения колебаний в покрытии, то смещение монотонно увеличивается в направлении внешней поверхности покрытия и достигает максимума на его поверхности. Это смещение внешней поверхности имеет резонансный характер в зависимости от частоты колебаний (см. рис. 1, *a*). Резонанс достигается, когда длина волны конвективного давления в $2 \div 3$ раза превышает толщину покрытия, а по толщине покрытия укладывается четверть поперечной волны деформации [16]. При дальнейшем увеличении конвективной скорости максимум смещения сдвигается внутрь покрытия. Если по толщине покрытия укладывается целое число полуволн поперечной деформации, то на поверхности покрытия будет наблюдаться минимум амплитуды деформации, если укладывается целое число полуволн плюс еще четверть волны — максимум.

Знание податливости покрытия [17] позволило рассчитать среднеквадратичные значения деформации покрытия и скорость движения его поверхности под действием турбулентных пульсаций давления [18].

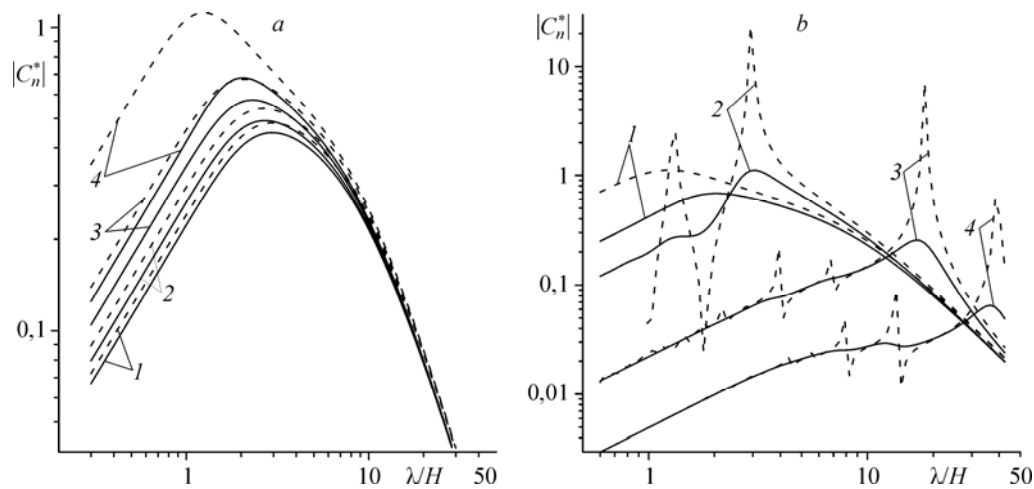


Рис. 1. Зависимость безразмерной податливости от длины волны.
a — $U_c/C_t^0 = 0,1$ (1), 0,5 (2), 0,75 (3), 0,9 (4); *b* — $U_c/C_t^0 = 1,2$ (1), 1,52 (2), 5 (3), 10 (4).
 Штриховые линии — $\mu = 0,0125$, сплошные линии — $\mu = 0,4$.

На рис. 2 показано, что динамическая скорость движения поверхности податливого покрытия $v_{\text{coat}}^+ = \sqrt{v_{\text{coat}}^2} / u_\tau$, имеющая первый максимум при $U/C_t^0 \approx 1,25$, где u_τ — динамическая скорость течения, U — скорость течения. В расчете принято, что конвективная скорость течения $U_c = 0,8U$. При дальнейшем увеличении скорости течения появляются добавочные пики, обусловленные кратными резонансами (рис. 1, *b*). Очень важно, что, несмотря на изменение модуля упругости в десять тысяч раз (с 0,01 до 100 МПа) пульсационная скорость движения поверхности покрытия изменяется очень слабо (при $U/C_t^0 \leq 1,25$ не более чем на 30 %). При этом величина пульсационной скорости поверхности покрытия при $U/C_t^0 \approx 1,25$ составляет примерно $0,17 \div 0,24$ от величины динамической скорости течения. Поскольку вертикальная пульсация скорости основного течения $\sqrt{v_{\text{flow}}^2} \approx u_\tau$ [19], то влияние податливого покрытия на изменение рейнольдсовых напряжений

$$\tau = \rho(u_{\text{flow}} + u_{\text{coat}})(v_{\text{flow}} + v_{\text{coat}})$$

может быть весьма значительным, что подтверждает гипотезу, выдвинутую в работе [10], о механизме работы податливых покрытий.

Таким образом, при скоростях течения меньших скорости волны деформации в покрытии (при $U/C_t^0 < 1$) покрытие практически не взаимодействует с турбулентным течением. При $U/C_t^0 > 1,5$ покрытие имеет несколько (более чем одну) резонансных и антирезонансных частот взаимодействия с пульсациями давления турбулентного течения. Такой режим работы анализировать значительно труднее и, по-видимому, следует избегать таких случаев.

На рис. 3 показана величина деформации покрытия в широком диапазоне изменения U/C_t^0 . Как видно из рис. 3, *a*, отношение среднеквадратичного смещения поверхности покрытия η_{rms} к его толщине H изменяется всего лишь в 5 раз при изменении модуля упругости на 4 порядка. В интересующем нас диапазоне скоростей ($U/C_t^0 \approx 1,25$) $\eta_{\text{rms}}/H = (1 \div 2)10^{-3}$, что гарантирует линейный закон деформирования покрытия для всего возможного диапазона изменения модуля упругости материала покрытия.

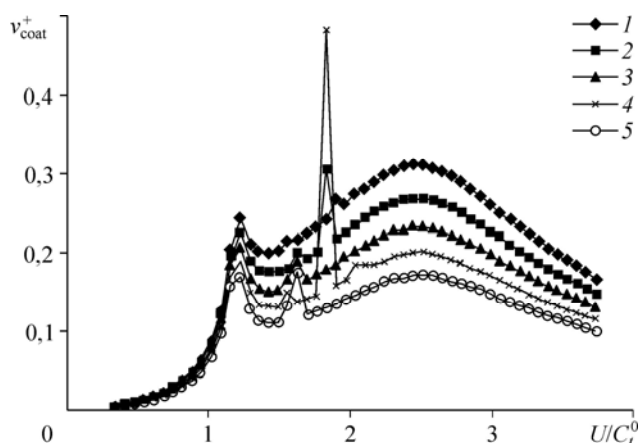


Рис. 2. Безразмерная вертикальная скорость смещения поверхности податливого покрытия в турбулентном водном потоке.

$H = 5$ мм, $\rho = 10^3$ кг/м³, $\sigma = 0,475$, $\mu = 0,1$, $E = 0,01$ (1), 0,1 (2), 1 (3), 10 (4), 100 (5) МПа.

На рис. 3, *b* показана безразмерная величина вертикального смещения $\eta^+ = \eta_{\text{rms}} u_\tau / \nu$, где ν — кинематическая вязкость воды. Здесь, в отличие от рис. 3, *a*, безразмерное среднеквадратичное смещение поверхности покрытия увеличивается с ростом модуля упругости. Это кажущееся на первый взгляд противоречие объясняется ростом динамической скорости течения u_τ , определяемой скоростью течения U . Для фиксированного отношения U/C_i^0 скорость течения, согласно формуле (1), возрастает пропорционально \sqrt{E} . Увеличение динамической скорости течения с ростом модуля упругости материала покрытия значительно превышает уменьшение среднеквадратичного смещения, показанного на рис. 3, *a*.

В диапазоне взаимодействия податливого покрытия с турбулентным течением (при $U/C_i^0 \approx 1,25$) величина η^+ не превышает толщины вязкого подслоя, причем для мягких покрытий с $E < 0,1$ МПа она составляет всего лишь несколько единиц вязкого масштаба. Такие покрытия будут гидродинамически гладкими, т.е. не внесут добавочного сопротивления из-за шероховатости их поверхности [20].

Форма деформированной поверхности покрытия кардинально отличается от рельефа классической шероховатости — песочной шероховатости Никурадзе. Так, в случае песочной шероховатости вертикальные и продольные размеры единичного элемента шероховатости примерно равны. В случае же податливых покрытий продольным размером элемента шероховатости является длина волны деформации, которая равна утроенной толщине покрытия в случае максимального взаимодействия покрытия с потоком [16]. Вертикальный размер элемента шероховатости может быть оценен среднеквадратичным значением прогиба поверхности η_{rms} , показанным на рис. 3, *a*.

$$\frac{\text{вертикальный размер}}{\text{продольный размер}} = \frac{\eta_{\text{rms}}}{\lambda} \approx \frac{\eta_{\text{rms}}}{3H}.$$

На рис. 4 приведена величина отношения среднеквадратичной амплитуды деформации к ее длине волны в максимальном взаимодействии покрытия с потоком. Эта величина меньше 10^{-3} и убывает с ростом модуля упругости материала покрытия. Для сравнения такое малое отношение можно представить как амплитуду волны в несколько миллиметров на длине 10 м. Это отношение очень важно знать для представления реальной картины деформирования податливого покрытия.

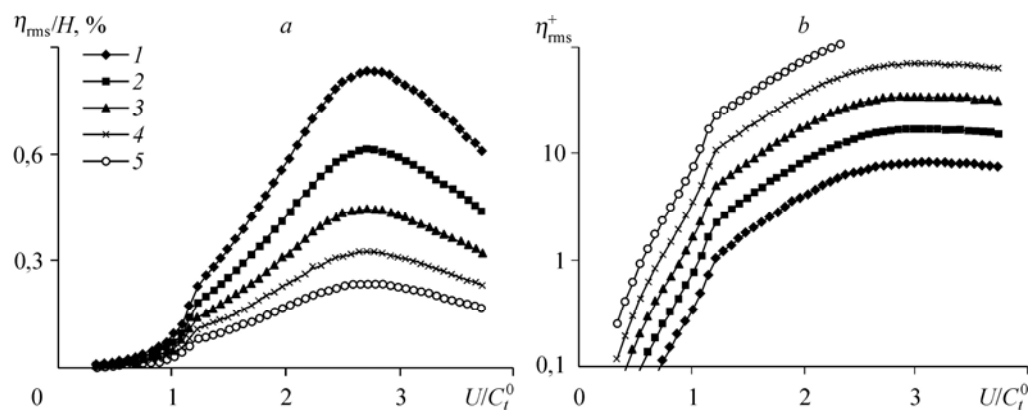
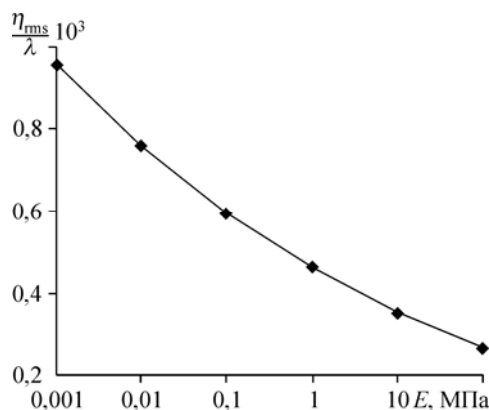


Рис. 3. Величина деформации покрытия.

a — относительная деформация, *b* — безразмерное среднеквадратичное вертикальное смещение поверхности покрытия в турбулентном водном потоке. $H = 5$ мм, $\rho = 10^3$ кг/м³, $\sigma = 0,475$, $\mu = 0,1$, $E = 0,01$ (1), 0,1 (2), 1 (3), 10 (4), 100 (5) МПа.

Рис. 4. Отношение среднеквадратичной амплитуды деформации к длине волны.

$$U/C_t^0 = 1,25, H = 5 \text{ мм}, \rho = 10^3 \text{ кг/м}^3, \sigma = 0,475, \mu = 0,1.$$



В эксперименте Кендала [21] подвижная стенка механически генерировала двенадцать периодов бегущей волны с амплитудой смещения в тридцать раз меньшей длины волны. Стенка обтекалась потоком воздуха со скоростью до 16 м/с, при этом скорость волны достигала половины скорости потока. Полученные в этом эксперименте параметры индуцированной волны давления использованы в работе [22] для расчета режима устойчивого деформирования податливой стенки.

Однако в реальном случае деформирования податливого покрытия в турбулентном течении отношение амплитуды деформации к длине волны на два порядка меньше использованных в работах [21, 22] значений. К сожалению, нет экспериментальных данных о параметрах генерируемых возмущений на таких малых амплитудах деформации поверхности покрытия. Можно предположить, что в этом случае (на амплитуде деформации, равной нескольким единицам вязкого масштаба, и чрезвычайно пологих неровностях поверхности) эти параметры будут значительно меньше использованных в работе [22], а добавочное давление, инициированное деформацией покрытия, будет пренебрежимо мало по сравнению с турбулентными пульсациями давления. В работе [22] сделан вывод, что при $U_c / C_t^0 > 2,7$ наступает неустойчивый режим деформирования податливого покрытия, который крайне нежелателен для снижения сопротивления. Насколько изменилась бы эта оценка, если бы было учтено все сказанное выше?

Влияние песочной шероховатости на параметры турбулентного пограничного слоя сильно уменьшается, когда шероховатость становится меньше толщины вязкого подслоя, а при размере шероховатости меньше пяти единиц вязкого масштаба она вообще не проявляется [19]. Суммируя все приведенные аргументы, можно полагать, что влияние амплитуды деформации поверхности податливого покрытия с модулем упругости большим 10^{-2} МПа никак не сказывается на параметрах турбулентного течения над ним.

Таким образом, проведенный анализ позволяет сделать вывод, что величина деформации податливых покрытий в оптимальном для их взаимодействия с турбулентным течением диапазоне скоростей $U / C_t^0 = 1 \div 1,5$ очень мала и составляет всего несколько единиц вязкого масштаба. К тому же эти деформации очень пологи — отношение амплитуды смещения к длине волны меньше 10^{-3} . С другой стороны, скорость движения поверхности податливого покрытия весьма значительна и составляет примерно $15 \div 25$ % величины динамической скорости течения. Поэтому при моделировании взаимодействия податливого покрытия с турбулентным течением не требуется переносить граничные условия на движущуюся поверхность покрытия. По-видимому, будет вполне достаточно определить скорость движения стенки на невозмущенной поверхности покрытия.

Список литературы

1. Bushnell D.M., Hefner J.N., Ash R.L. Effect of compliant wall motion on turbulent boundary layers // Phys. Fluids. 1977. Vol. 20, No. 10, part 2. P. S31–S48.

2. **Gad-el-Hak M.** Drag reduction using compliant walls. Flow past highly compliant boundaries and in collapsible tubes / Eds. Carpenter P.W., Pedley T.J. // Fluid mech. and its applications. Kluwer Acad. Publ., 2003. Vol. 72. P. 191–229.
3. **Kramer M.O.** Boundary layer stabilization by distributed damping // J. Am. Soc. Nav. Engn. 1962. Vol. 74. P. 341–348.
4. **Yeo K.S., Zhao H.Z., Khoo B.C.** Turbulent boundary layer over a compliant surface — absolute and convective // J. Fluid Mech. 2001. Vol. 449. P. 141–168.
5. **Carpenter P.W., Garrad A.D.** The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces. Part I. Tollmien–Schlichting instabilities // J. Fluid Mech. 1985. Vol. 155. P. 465–510.
6. **Carpenter P.W., Garrad A.D.** The hydrodynamic stability of flow over Kramer-type compliant surfaces. Part II. Flow-induced surface instabilities // J. Fluid Mech. 1986. Vol. 170. P. 199–232.
7. **Gad-el-Hak M., Lackwelder R.F., Riley J.J.** On the interaction of compliant coatings with boundary layer flows // J. Fluid Mech. 1984. Vol. 140. P. 257–280.
8. **Colley A.J., Thomas P.J., Carpenter P.W., Cooper A.J.** An experimental study of boundary-layer transition over a rotating, compliant disk // Phys. Fluids. 1999. Vol. 11, No. 11. P. 3340–3352.
9. **Huang J.-C., Johnson M.W.** The influence of compliant surfaces on bypass transition // Exp. Fluids. 2007. Vol. 42. P. 711–718.
10. **Семенов Б.Н.** Методология выбора однослойных податливых покрытий для снижения турбулентного трения // Теплофизика и аэромеханика. 2009. Т. 16, № 2. С. 231–241.
11. **Lee T., Fisher M., Schwarz W.H.** Investigation of the stable interaction of a passive compliant surface with a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1993. Vol. 257. P. 373–401.
12. **Choi K.-S., Yang X., Clayton B.R., Glover E.J., Atlar M., Semenov B.N., Kulik V.M.** Turbulent drag reduction using compliant surfaces // Proc. Royal Soc. London A. 1997. Vol. 453. P. 2229–2240.
13. **Xu S., Rempfer D., Lumley J.** Turbulence over a compliant surface: numerical simulation and analysis // J. Fluid Mech. 2003. Vol. 478. P. 11–34.
14. **Wang Z., Yeo K.S., Khoo B.C.** On two-dimensional linear waves in Blasius boundary layer over viscoelastic layers // European J. of Mechanics. B Fluids. 2006. Vol. 25. P. 33–58.
15. **Rempfer D., Parsons L., Xu S., Lumley J.** Theoretical approaches to the effect of wall compliance on turbulent flow // Flow past highly compliant boundary and in collapsible tubes / Eds. Carpenter P.W., Redley T.J. Kluwer Acad. Publ., 2003. P. 231–252.
16. **Кулик В.М.** Плоская волна деформации в изотропном слое вязкоупругого материала // ПМТФ. 2006. Т. 47, № 3. С. 104–111.
17. **Кулик В.М.** Вынужденные колебания слоя вязкоупругого материала под действием конвективной волны давления // ПМТФ. 2007. Т. 48, № 2. С. 90–97.
18. **Кулик В.М.** Особенности деформирования податливых покрытий, обладающих повышенной прочностью // Теплофизика и аэромеханика. 2011. Т. 17, № 4. С. 567–581.
19. **Lauffer J.** The structure of turbulence in fully developed pipe flow // NACA Tech. Rep. 1954. No. 1174. 18 p.
20. **Шлихтинг Г.** Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974. 712 с.
21. **Kendall J.M.** The turbulent boundary layer over a wall with progressive surface waves // J. Fluid Mech. 1970. Vol. 41, Part 2. P. 259–281.
22. **Duncan J.H.** The response of an incompressible, viscoelastic coating to pressure fluctuations in a turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1986. Vol. 171. P. 339–363.

*Статья поступила в редакцию 2 октября 2012 г.,
после переработки — 31 января 2013 г.*