

УДК 536.24: 532

## Особенности формирования вихревых структур в отрывном течении за выступом в канале при переходе к турбулентности\*

В.М. Молочников<sup>1</sup>, А.Б. Мазо<sup>2</sup>, А.В. Малюков<sup>1</sup>, Е.И. Калинин<sup>2</sup>,  
Н.И. Михеев<sup>1</sup>, О.А. Душина<sup>1</sup>, А.А. Паерелий<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Исследовательский центр проблем энергетики КазНЦ РАН, Казань

<sup>2</sup>Казанский (Приволжский) федеральный университет, Казань

E-mail: vmolochnikov@mail.ru

Представлены результаты лабораторных исследований и численного моделирования трехмерного отрывного течения за поперечным полумоноклинным выступом в канале на ламинарном и переходном к турбулентному режимам течения. Получены данные о динамике структуры течения и эволюции крупномасштабных вихревых структур, формирующихся в следе за препятствием.

**Ключевые слова:** визуализация течения, прямое численное моделирование, ламинарно-турбулентный переход, крупномасштабные вихревые структуры, поперечный выступ.

### Введение

В экспериментальных исследованиях установлено, что при течении вязкой жидкости в канале с препятствием наблюдается отрыв потока и формирование упорядоченных крупномасштабных вихревых структур, которые квазипериодически выносятся из области отрыва (см. [1]). При достаточно больших значениях числа Рейнольдса в следе происходит распад крупных вихрей на каскад мелких с переходом к турбулентности. Большинство исследователей связывают механизм формирования крупных вихрей с глобальной неустойчивостью течения в масштабе всей отрывной области. В литературе это явление обозначается термином «неустойчивость к сходу периодических вихрей» [2–4]. Существует и другая точка зрения, согласно которой считается, что вихри формируются в результате развития конвективной неустойчивости оторвавшегося сдвигового слоя за препятствием [3, 8].

В работах [5–7] были представлены данные дымовой визуализации, PIV измерений мгновенных векторных полей скорости потока и завихренности, а также термоанемометрических измерений скорости в отрывном течении за поперечным выступом в прямоугольном канале в диапазоне чисел Рейнольдса, включающем последовательные этапы перехода к турбулентности. Визуализация течения в плоскости симметрии канала

\* Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №№ 13-08-00359, 13-08-00504, 13-01-00368, 13-08-97050, 14-01-31067) и программы № 25 Президиума РАН (соглашения №№ 8078, 8714).

показала, что с ростом числа Рейнольдса на внешней границе рециркуляционной области за выступом сначала возникают колебания струек дыма, затем появляются гребнеобразные возмущения. При определенном критическом значении числа Рейнольдса на некотором расстоянии от выступа формируются крупномасштабные квазипериодические вихревые структуры. Анализ спектров пульсаций скорости потока и поверхностного трения, полученных по данным термоанемометрических измерений в плоскости симметрии канала, показал наличие выраженного максимума на частоте образования этих структур. Значение безразмерной частоты (числа Струхала), соответствующее положению этого максимума, оказалось близким к частоте схода периодических вихрей, полученной по измерениям, проведенным в работе [2] при исследовании обтекания поперечного выступа на пластине в аэродинамической трубе Т-324 Института теоретической и прикладной механики СО РАН. На основании этих наблюдений был сделан вывод, что при отрыве потока за выступом в канале наиболее вероятным механизмом формирования крупных вихрей является развитие конвективной неустойчивости сдвигового слоя, а дальнейшая эволюция вихрей и развитие турбулентности определяются глобальной динамикой течения в канале. Следует подчеркнуть, что этот вывод базировался на данных визуальных исследований эволюции структуры течения только в плоскости симметрии канала; при этом пространственные особенности течения были изучены недостаточно подробно. Так, в работе [5] были приведены результаты визуализации течения за поперечным ребром в канале в световом ноже, расположенном параллельно плоскости, на которой установлено ребро, в непосредственной близости от нее. Однако съемки велись обычной (не скоростной) камерой и, по-видимому, при недостаточной мощности светового ножа. Это не позволило выявить детали структуры течения, однако полученные результаты визуализации в сочетании с данными PIV измерений в этой же плоскости [6] показали наличие угловых структур вблизи выступа.

Более подробный анализ полученных результатов показал, что ламинарно-турбулентный переход при отрыве потока за препятствиями в каналах имеет особенности, связанные с ограниченностью течения в направлении трансверсальной координаты. Для выявления этих особенностей в рамках настоящей работы выполнены детальные визуальные исследования структуры течения за полуцилиндрическим выступом в канале на последовательных этапах перехода к турбулентности. Визуализация потока проводилась во взаимно перпендикулярных плоскостях: в плоскости симметрии канала (и параллельных этой плоскости) и в плоскости, параллельной стенке, на которой установлен выступ, на различных расстояниях от нее. Экспериментальные исследования дополнены результатами прямого численного моделирования рассматриваемого течения, достоверность которых подтверждается сопоставлением с данными визуализации и ранее выполненными термоанемометрическими и PIV измерениями скорости потока и завихренности за выступом. Сочетание эксперимента и численного моделирования позволило составить ясное представление о развитии структуры отрывного течения за препятствием в канале и формировании крупномасштабных вихревых структур на поздних стадиях перехода к турбулентности.

## **1. Экспериментальные исследования**

Экспериментальная установка, в которой проводились исследования, подробно описана в работе [9], поэтому здесь приведем упрощенную схему рабочего участка (рис. 1) и ограничимся кратким изложением основных сведений о конфигурации течения, диапазоне варьируемых параметров и методике исследования.

Изучался отрыв потока за полуцилиндрическим поперечным выступом, расположенным в канале прямоугольного поперечного сечения высотой  $H = 20$  и шириной  $B = 50$  мм с плавным входом, выполненным по лемнискату Бернулли. Выступ устанавливался на расстоянии 106 мм от входного сечения рабочего участка и имел высоту  $h$

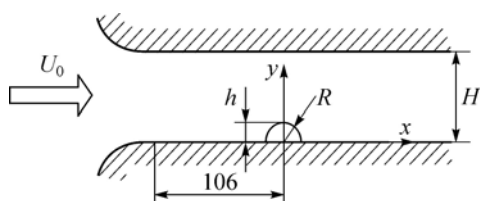


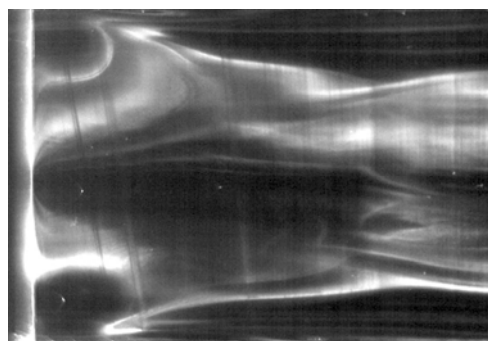
Рис. 1. Схема рабочего участка установки.

(радиус сечения  $R$ ), равную 3 мм. Начало отсчета координаты  $z$  на рис. 1 располагалось в плоскости симметрии канала. Расход воздуха через рабочий участок обеспечивался вакуумными насосами и поддерживался постоянным при помощи набора критических сопел с погрешностью не более 0,25 %. Эксперименты проводились в диапазоне изменения числа Рейнольдса  $Re_H = U_0 H / \nu = 390 \div 2930$ , рассчитанного по средней скорости потока  $U_0$  в рабочем участке, высоте канала  $H$  и кинематической вязкости воздуха  $\nu$ . Соответствующее число Рейнольдса, вычисленное по высоте препятствия  $h$  и скорости  $U_0$ , изменялось в диапазоне  $Re_h = 58,5 \div 439,5$ . Визуализация течения выполнялась методом дымящейся проволоочки [5]. По сравнению с предыдущими исследованиями, основное внимание уделялось получению данных о пространственной структуре потока, для чего съемки картины течения проводились в световом ноже в плоскости симметрии канала ( $z = 0$ ) и в параллельных ей плоскостях на расстоянии  $z = 3, 6, 9, 12$  и 18 мм, а также в плоскостях, параллельных нижней стенке, на расстоянии  $y = 1, 2, 3$  и 4 мм от неё. Световой нож создавался непрерывным лазером KLM-532/5000, съемки проводились монохромной скоростной камерой Fastec HiSpec с частотой съемки 800 кадр/с при разрешении кадра  $1280 \times 1024$  пикселей.

По данным визуализации потока в плоскости симметрии канала установлено, что формирование крупномасштабных квазипериодических вихревых структур в слое смешения за выступом начинается при достижении числом Рейнольдса критического значения  $Re_{Hкр} \approx 1300$  ( $Re_h = 195$ ). С увеличением  $Re_H$  интенсивность этих структур возрастает, а область начала их формирования смещается в сторону выступа. Эти данные согласуются с результатами, ранее опубликованными в работе [9].

Однако более детальная визуализация показала, что существенное влияние на структуру потока за поперечным выступом в канале оказывает ограниченность течения по трансверсальной координате: на всех рассмотренных режимах непосредственно за выступом наблюдается сложное кругообразное движение жидкости от боковых стенок к центру канала. Это движение отображается на визуализации картины течения в форме двух практически симметричных угловых вихрей (рис. 2 и 3, а). Часть жидкости, вовлеченной в это движение, поступает во внешний поток и формирует парные продольные ламинарные вихри вблизи нижней стенки на расстоянии приблизительно  $0,25 B$  от боковых стенок канала (рис. 2 и 3, а). Эти вихри наиболее отчетливо видны при  $Re_H \leq 1764$  ( $Re_h \leq 265$ ), включая режимы  $Re_H \leq Re_{Hкр}$ .

При  $Re_H \geq Re_{Hкр}$  в окрестности плоскости симметрии канала формируются крупномасштабные вихревые структуры, которые отображаются в плоскости  $xOy$  в форме поперечных вихрей (рис. 4, а), а в плоскости  $xOz$  на расстоянии  $y = 3$  мм от нижней стенки —

Рис. 2. Визуализация течения при  $Re_H = 903$  ( $Re_h = 135$ ) в плоскости, параллельной стенке, на которой установлен выступ.  $y = 1$  мм.

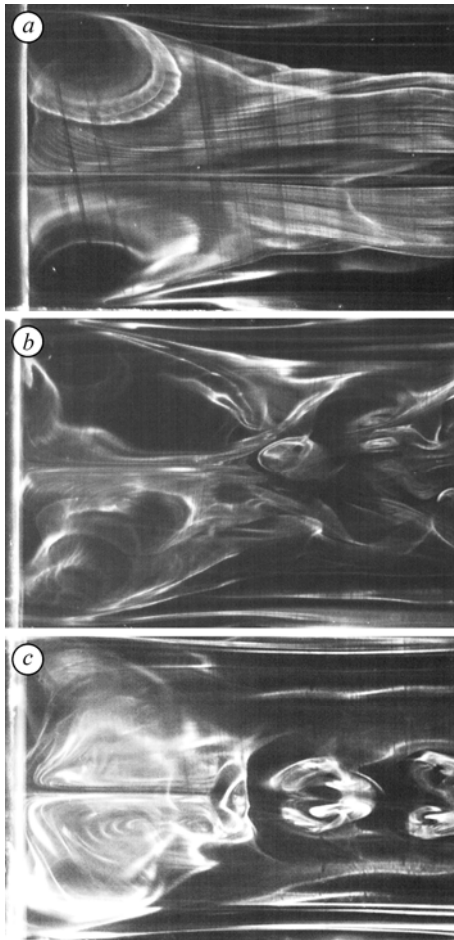


Рис. 3. Визуализация течения при  $Re_H = 1553$  ( $Re_h = 233$ ) в плоскостях, параллельных стенке, на которой установлен выступ.  
 $y = 1$  (a), 2 (b), 3 (c) мм.

в форме вихревых сгустков, локализованных вблизи плоскости симметрии канала (рис. 3, b, c). Размер этих вихрей по трансверсальной координате приблизительно равен  $0,25 B$ . Часть жидкости поступает в эти вихревые структуры из внешнего потока, а часть — из угловых вихрей. Вихревые сгустки представляют собой трехмерные вихревые структуры, в центральной части которых преобладает поперечное вращение жидкости (в плоскости  $xOy$ ), а на периферии заметно вращение в плоскости  $xOz$ . Следует отметить, что при  $Re_H \leq 1764$  ( $Re_h \leq 265$ ) вихревое движение жидкости вблизи плоскости симметрии канала (вихревые сгустки) не достигает нижней стенки: на расстоянии  $y = 1$  мм от стенки следы вихрей отсутствуют (рис. 3, a), они заметны на расстоянии  $y = 2$  мм (рис. 3, b) и отчетливо видны при  $y = 3$  мм (рис. 3, c).

Более детальное представление о пространственной структуре течения за выступом при низких закритических числах Рей-

нольдса можно составить по данным визуализации потока в плоскостях, параллельных плоскости симметрии канала (рис. 4).

С ростом числа Рейнольдса круговое движение жидкости от боковых стенок канала к его центру сохраняется, однако масштаб этого движения по продольной координате уменьшается, зона начала формирования вихревых сгустков смещается в сторону выступа вверх по потоку. При этом область, занимаемая этими сгустками, расширяется как по трансверсальной координате, так и в сторону нижней стенки (рис. 5). Процесс сопровождается дроблением крупных вихрей на более мелкие вихревые структуры, усиливаются пульсации потока, течение в следе за препятствием ниже линии присоединения приобретает черты турбулентного режима.

## 2. Численное моделирование

Для составления более полной картины ламинарно-турбулентного перехода в канале с полуцилиндрическим выступом, получения количественных характеристик средних полей скорости, давления и их пульсаций было выполнено прямое численное моделирование исследуемого течения в пакете Ansys Fluent 14.5. Расчетная область в точности соответствовала конфигурации рабочего участка экспериментальной установки с полуцилиндрическим выступом, размеры которых представлены выше. Решалась трехмерная нестационарная задача Навье–Стокса в естественных переменных для несжимаемой

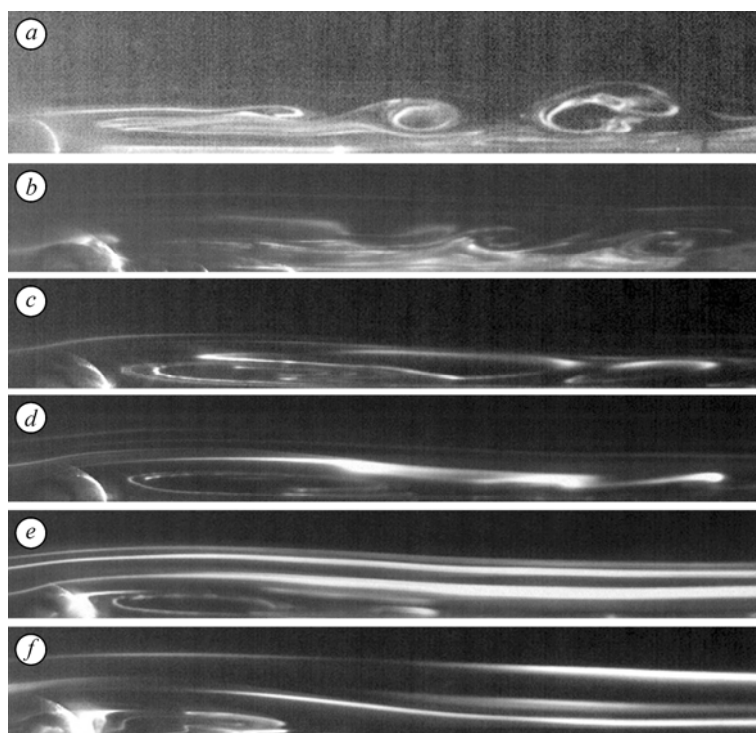


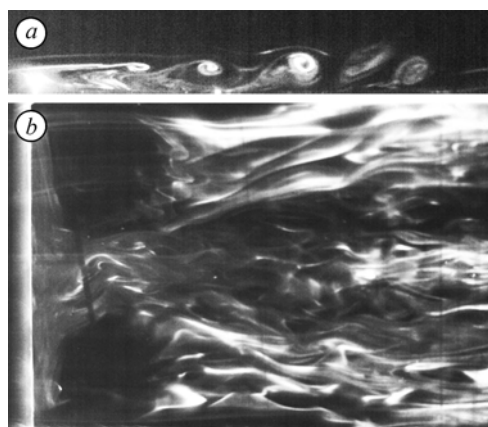
Рис. 4. Визуализация течения при  $Re_H = 1553$  ( $Re_h = 233$ ) в плоскостях, параллельных плоскости симметрии канала.  
 $z = 0$  (a), 3 (b), 6 (c), 9 (d), 12 (e), 18 (f) мм.

жидкости при числах Рейнольдса в диапазоне  $1100 < Re_H < 3200$  ( $165 < Re_h < 480$ ). На твердых стенках ставились граничные условия прилипания, во входном сечении задавался равномерный профиль единичной продольной скорости и нулевое давление, в выходном сечении канала — «мягкие» граничные условия.

Как было ранее установлено [5], при изменении высоты выступа  $h$  в канале (при  $h \leq 0,2H$ ) начало формирования вихревых структур в ближнем следе за препятствием происходит при одном и том же значении числа Рейнольдса  $Re_h$ , вычисленного по высоте препятствия  $h$ . Следовательно, величина  $Re_h$  определяет зарождение и развитие возмущений потока в отрывной области. При этом от величины  $Re_H$  зависят, главным образом, процессы релаксации течения (развитие, либо подавление возмущений) в канале вниз по потоку от отрывной области. Эти соображения были учтены при построении неструктурированной расчетной сетки с сильным сгущением в области препятствия и отрыва/присоединения, а также в пограничном слое на нижней стенке

Рис. 5. Визуализация течения при  $Re_H = 2700$  ( $Re_h = 405$ ).

$a$  — в вертикальной плоскости на оси канала,  $b$  — в горизонтальной плоскости на расстоянии  $y = 1$  мм от нижней стенки.



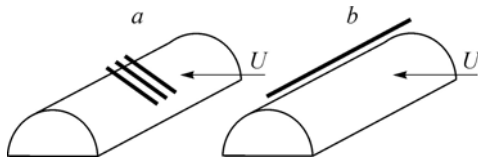


Рис. 6. Схема расположения виртуальных «дымящихся проволочек» для визуализации течения в вертикальной (a) и горизонтальной (b) плоскостях.

канала. Общее количество ячеек сетки — 1,5 млн., при этом пространственный шаг сетки  $\lambda$  в областях сгущения приблизительно равен 0,01, а в зонах разрежения — 0,3 (все размеры нормированы на размер препятствия  $h$ ). Безразмерный шаг по времени  $\tau = 0,02$ . Данные параметры сетки по порядку величины соответствуют колмогоровским пространственным и временным масштабам диссипативных вихрей [10] для указанных выше значений чисел Рейнольдса:

$$0,01 < \lambda_h = \text{Re}_h^{-3/4} < 0,022, \quad 0,046 < \tau_h = \text{Re}_h^{-1/2} < 0,078,$$

$$0,0024 < \lambda_H = \text{Re}_H^{-3/4} < 0,0052, \quad 0,018 < \tau_H = \text{Re}_H^{-1/2} < 0,03.$$

Пригодность данной сетки для прямого численного моделирования изучаемого течения была косвенно подтверждена отдельными расчетами на вдвое более мелкой сетке, при которых не обнаружилось заметных изменений численного решения. Визуализация результатов расчета осуществлялась с помощью моделирования движения пассивных частиц, выпускаемых с виртуальных «дымящихся проволочек», расположенных вблизи выступа (рис. 6).

Для тестирования расчетной схемы была проведена серия расчетов при числе Рейнольдса  $\text{Re}_H = 1100, 1500, 1800$  и  $3200$  ( $\text{Re}_h = 165, 225, 270$  и  $480$ ), выполнены сравнения картины течения, включая размеры отрывной области, конфигурацию вихревых сгустков и частоту схода вихрей, профилей скорости потока и амплитуды пульсаций компонент скорости с экспериментальными данными визуализации и PIV измерений [6–7, 9]. Во всех случаях получено вполне удовлетворительное совпадение расчетных и экспериментальных результатов. Некоторые из них представлены на рис. 7–9.

Как видно из рисунков, расчетная картина течения в различных плоскостях соответствует визуализации потока как при числах Рейнольдса, соответствующих начальным этапам формирования крупномасштабных вихрей и зарождения пульсаций (рис. 7, a), так и на режимах, близких к развитой турбулентности в канале (рис. 7, b и 8). Достигнуто

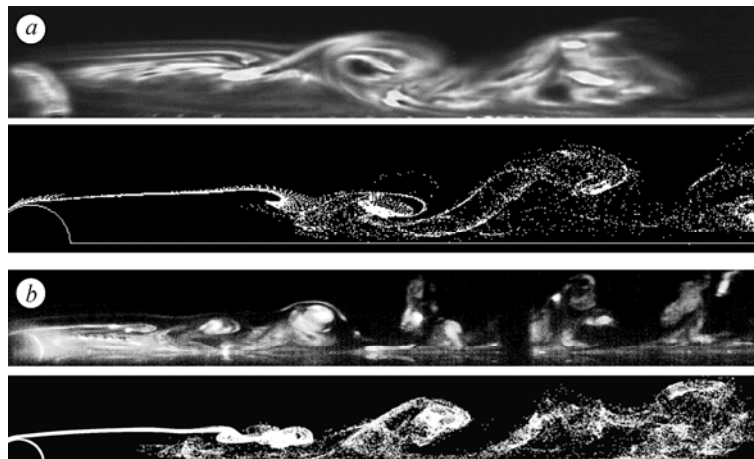
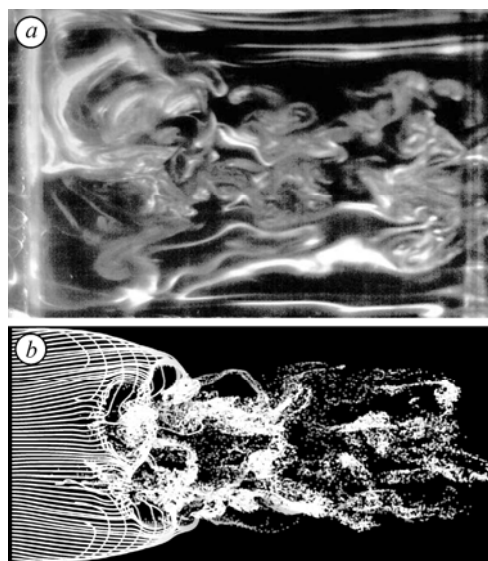


Рис. 7. Результаты визуализации (сверху) и расчета (снизу) мгновенной картины течения за выступом в плоскости  $xOy$ .

$\text{Re}_H = 1800$  (a),  $3200$  (b);  $\text{Re}_h = 165$  (a),  $480$  (b).

Рис. 8. Результаты визуализации (а) и расчета (b) мгновенной картины течения в горизонтальной плоскости на расстоянии  $y = 3$  мм от нижней стенки при  $Re_H = 3200$  ( $Re_h = 480$ ).



удовлетворительное согласие расчетных и экспериментальных профилей скорости в различных сечениях канала (рис. 9).

На рис. 10 показаны построенные по результатам численного моделирования сложные пространственные спиралевидные траектории движений жидкости от боковых стенок к центру канала за выступом при  $Re_H = 1100$ ,  $Re_h = 165$  (рис. 10, а) и  $Re_H = 1500$ ,  $Re_h = 225$  (рис. 10, б). В последнем случае хорошо видны образование и унос вихревых сгустков в центральной области и переход к турбулентности в следе ниже линии присоединения.

Очевидно, что наблюдаемые в эксперименте за выступом круговые траектории дымовых частиц (рис. 3, а) представляют собойдвигающиеся по спирали струйки жидкости в плоскости светового ножа, а парные угловые вихри (рис. 2) — это застойные зоны, не вовлеченные в восходящее спиральное движение. Часть жидкости, вовлеченной в это движение, не достигает центральной области канала, и вместе с внешним потоком формирует продольные вихревые структуры. Другая часть жидкости, участвующей в спиралевидном движении, поступает в рециркуляционную область вблизи плоскости симметрии канала и при  $Re_H \geq Re_{Hкр}$  периодически выбрасывается во внешний поток в форме упоминавшихся вихревых сгустков. Следует отметить, что подобное спиралевидное движение жидкости было зафиксировано в ряде работ по численному моделированию обтекания обращенного назад уступа в канале на режимах перехода к турбулентности [11–17].

На рис. 11 представлено расчетное распределение безразмерного (нормированного на скоростной напор) статического давления  $p$  за выступом по продольной координате  $x$  в плоскости симметрии канала для  $Re_H = 1800$  ( $Re_h = 270$ ). Показаны осредненные по времени и мгновенные графики на безразмерном расстоянии  $\Delta y = 0,1$  и  $0,7$  (что соответствует  $0,6$  и  $4,2$  мм при нормировке на диаметр  $2R$  выступа) от нижней стенки. Как видно

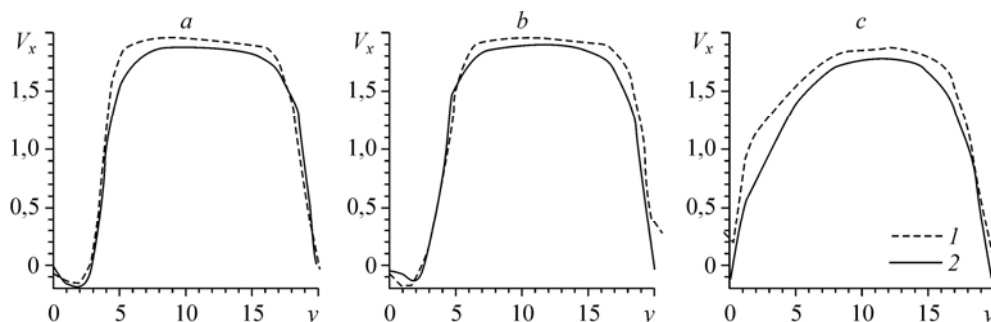


Рис. 9. Сопоставление экспериментальных (1) и расчетных (2) профилей продольной скорости потока за выступом при  $Re_H = 1800$  ( $Re_h = 270$ ) на расстоянии  $x = 10$  (а),  $20$  (б) и  $50$  (с) мм от него.

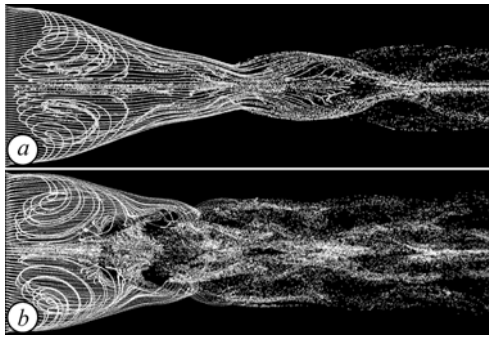


Рис. 10. Расчет спиралевидных траекторий частиц, *a* — в ламинарном режиме при  $Re_H = 1100$  ( $Re_h = 165$ ), *b* — на режиме зарождения турбулентности при  $Re_H = 1500$  ( $Re_h = 225$ ).

из рисунка, среднее давление в отрывной зоне почти постоянно. Начало роста среднего давления в обоих случаях соответствует координате  $x/2h \approx 4,4$ , а присоединение потока на этом режиме происходит при  $x/2h \approx 4,75$  [9].

Амплитуда пульсаций  $p$  начинает расти при  $x/2h \geq 2,5$ , что приблизительно соответствует середине рециркуляционной области. Можно заметить, что вблизи стенки и на удалении от нее среднее давление и пульсации качественно ведут себя одинаково, однако амплитуда пульсаций  $p$  при  $\Delta y = 0,7$  заметно выше. В зоне положительного градиента давления ( $5 < x/2h < 7,5$ ) наблюдается существенное увеличение амплитуды пульсаций, и именно в этой области происходит формирование крупномасштабных вихревых структур (вихревых сгустков).

Таким образом, механизм формирования крупномасштабных вихревых структур в слое смешения за выступом в канале при переходе к турбулентности можно представить следующим образом. При отрыве потока над рециркуляционной областью формируется диффузорный участок внешнего течения с неблагоприятным градиентом давления. Интенсивность возвратного циркуляционного движения жидкости максимальна в окрестности плоскости симметрии канала из-за спиралевидного течения от боковых стенок к центру. При низких числах Рейнольдса энергия циркуляции жидкости в замкнутой отрывной области за препятствием отводится во внешний поток за счет работы вязких сил на внешней границе этой области; течение на этой границе и внутри рециркуляционной области остается устойчивым, отрывная область замкнута, вихревые структуры не образуются. При увеличении числа Рейнольдса выше критического вязкие силы не в состоянии отвести поступающую из внешнего потока и накапливающуюся в отрывной зоне за препятствием энергию циркуляции жидкости, течение в зоне положительного градиента давления теряет устойчивость, внутри отрывной области образуются когерентные вихревые образования возрастающей интенсивности. Периодически эти вихревые сгустки выносятся из рециркуляционной области во внешний поток. Сразу

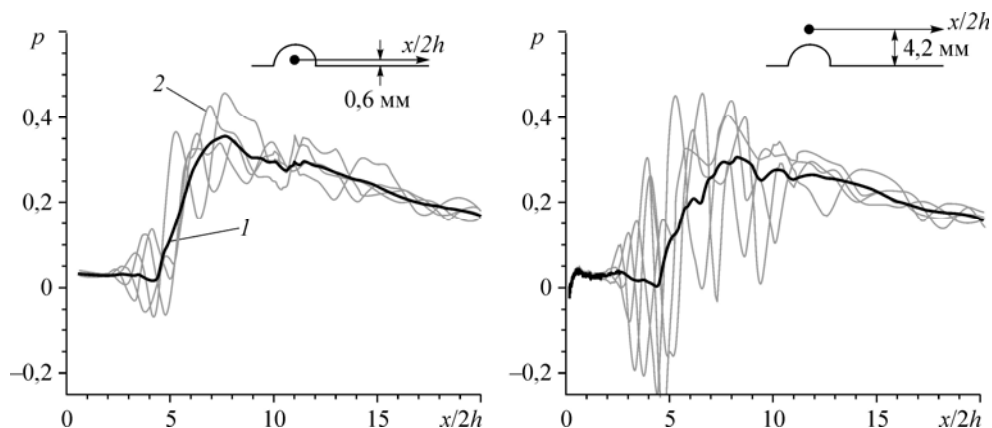


Рис. 11. Осредненное (1) и мгновенное (2) распределения давления за выступом для  $Re_H = 1800$  ( $Re_h = 270$ ).



после схода вихря в отрывной зоне увеличивается разрежение, ее длина сокращается, и в эту область поступают новые порции жидкости от стенки и из внешнего потока. Далее процесс повторяется.

Открытым остается вопрос о причинах формирования спиралевидного движения жидкости (угловых вихрей). Некоторые исследователи связывают этот эффект с разрежением в центральной области канала из-за неравномерного распределения скорости по его ширине [14]. Данная гипотеза не нашла подтверждения при сравнении полученных авторами результатов двух специальных экспериментов, в которых выступ был расположен на расстоянии 100 мм и 20 мм от входного сечения канала. Во втором случае было обеспечено практически равномерное распределение скорости потока по ширине канала. Однако спиральные вихри одного масштаба были зафиксированы в обоих экспериментах.

Механизм формирования угловых вихрей связан, по-видимому, с ограниченностью течения в отрывной области по трансверсальной координате. Однако для более детального представления о действии этого механизма требуются дополнительные теоретические исследования и лабораторные эксперименты.

### Заключение

Выполнены лабораторные исследования и численное моделирование трехмерного отрывного течения за поперечным полумонокрилическим выступом в канале на ламинарном и переходном к турбулентному режимам течения.

Установлено, что существенное влияние на структуру потока за поперечным выступом оказывает ограниченность течения по трансверсальной координате. Наличие боковых стенок канала приводит к формированию непосредственно за выступом пары симметричных угловых вихрей, включающих спиралевидное движение жидкости от боковых стенок к центру канала по периферии этих вихрей и застойные области в их центральной части.

При достижении критического числа Рейнольдса за выступом формируются трехмерные крупномасштабные вихревые структуры, локализованные вблизи плоскости симметрии канала. Размер этих вихрей по трансверсальной координате на начальной (по числу Рейнольдса) стадии формирования составляет приблизительно 0,25 ширины канала. С ростом числа Рейнольдса угловые вихри сохраняются, однако их масштаб уменьшается, а зона начала формирования вихревых сгустков смещается в сторону выступа. Процесс сопровождается дроблением крупных вихрей на более мелкие вихревые структуры, усиливаются пульсации потока, течение в следе за препятствием ниже линии присоединения приобретает черты турбулентного режима.

Механизм формирования вихревых структур в слое смешения за выступом в канале заключается в следующем. При увеличении числа Рейнольдса выше критического энергия циркуляции жидкости, накапливаемая в замкнутой отрывной области, превышает энергию, отводимую от ее границы во внешний поток за счет вязкости. В этих условиях течение в отрывной области в зоне положительного градиента давления теряет устойчивость, образуются когерентные вихревые структуры, которые периодически выносятся из рециркуляционной области во внешний поток.

### Список литературы

1. Бойко А.В., Грек Г.Р., Довгаль А.В., Козлов В.В. Возникновение турбулентности в пристенных течениях. Новосибирск: Наука, 1999. 328 с.
2. Довгаль А.В., Сорокин А.М. Неустойчивость течения в зоне отрыва ламинарного пограничного слоя к сходу периодических вихрей // Теплофизика и аэромеханика. 2001. Т. 8, № 2. С. 189–197.
3. Довгаль А.В., Сорокин А.М. Экспериментальное моделирование периодического вихреобразования при отрыве течения за уступом поверхности // Теплофизика и аэромеханика. 2002. Т. 9, № 2. С. 193–200.

4. Диковская И.Д., Довгаль А.В., Сорокин А.М. Переход к турбулентности и образование регулярных вихрей в зоне отрыва пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. 1999. Т. 6, № 1. С. 27–36.
5. Молочников В.М., Михеев Н.И., Паерелий А.А., Хайрнатов К.Р. Отрыв потока за выступом в канале при ламинарном режиме течения // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15, № 4. С. 611–621.
6. Душина О.А., Молочников В.М., Паерелий А.А., Михеев Н.И., Леманов В.В. Структура потока за выступом в канале в условиях ламинарно-турбулентного перехода // Теплофизика и аэромеханика. 2010. Т. 17, № 3. С. 349–361.
7. Dushina O.A., Mikheev N.I., Molochnikov V.M., Paereliy A.A. Generation of large-scale vortical structures in a separated flow behind a rib in transition to turbulence // J. Flow Visualization & Image Processing. 2011. Т. 18, No. 4. P. 275–290.
8. Sigurdson L.W., Roshko A. The structure and control of a turbulent reattaching flow // Turbulence Management and Relaminarization. Berlin; Springer-Verlag, 1988. P. 497–514.
9. Душина О.А., Молочников В.М., Михеев Н.И., Паерелий А.А. Эволюция кинематической структуры потока за поперечным выступом в канале на переходных режимах течения // Теплофизика и аэромеханика. 2012. Т. 19, № 2. С. 235–243.
10. Мазо А.Б. Моделирование турбулентных течений несжимаемой жидкости. Казань: Казанский государственный университет, 2007. 106 с.
11. Kitoh A., Sugawara K., Yoshikawa H., Ota T. Expansion ratio effects on three-dimensional separated flow and heat transfer around backward-facing steps // J. Heat Transfer. 2007. Vol. 129. P. 1141–1155.
12. Abdalla I.E., Yang Z., Cook M. Computational analysis and flow structure of a transitional separated-reattached flow over a surface mounted obstacle and a forward-facing step // Int. J. Comp. Fluid Dyn. 2009. Vol. 23, No. 1. P. 25–57.
13. Chiang T.P., Sheu W.H. Vortical flow over a 3-D backward-facing step // Num. Heat Transfer, Part A. 1997. Vol. 31, No. 2. P. 167–192.
14. Iwai H., Nakabe K., Suzuki K. Flow and heat transfer characteristics of backward-facing step laminar flow in a rectangular duct // Int. J. Heat Mass Transfer. 2000. No. 43. P. 457–471.
15. Tylli N., Kaiktsis L., Ineichen B. Sidewall effects in flow over a backward-facing step: Experiments and numerical simulations // Phys. Fluids. 2002. Vol. 14, No. 11. P. 3835–3845.
16. Nie J.H., Armaly B.F. Reattachment of three-dimensional flow adjacent to backward-facing step // Trans. ASME. J. Heat Transfer. 2003. Vol. 125, No. 3. P. 422–428.
17. Rani H.P., Sheu T.W.H., Tsai E.S.F. Eddy structures in a transitional backward-facing step flow // J. Fluid Mech. 2007. Vol. 588. P. 43–58.

*Статья поступила в редакцию 1 августа 2013 г.,  
после доработки — 23 сентября 2013 г.*